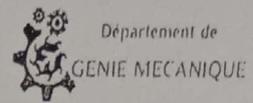




Université Batna 2  
Mostefa Ben Boulaid

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur  
et de la Recherche Scientifique  
Faculté de Technologie



## Concours National d'Accès à la Formation Doctorale en Génie Mécanique 2020/2021

04.03.2021

Spécialité	Epreuve	Coefficient	Durée
CM/FMP/EN/GM	Méthodes Numériques	1	1 h 30

### Sujet N°01

#### Exercice 01 : (7 pts)

Soit la fonction  $f(x) = 1/x$  qui passe par les points  $(2.0, 0.5)$ ,  $(2.5, 0.4)$ ,  $(4.0, 0.25)$ .

1. Trouver la parabole d'interpolation de *Lagrange*  $P(x)$ , sous la forme simplifiée, qui passe par ces points.
2. Calculer l'approximation de  $f(2.2)$ .
3. Estimer l'erreur maximale de cette approximation.

SAHLA MAHLA

#### Exercice 02 : (7 pts)

Résoudre le système d'équations ci-dessous en utilisant la factorisation  $LU$  (Crout):

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - 2 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 6 = 0 \end{cases}$$

$U=0$

#### Exercice 03 : (6 pts)

Soit  $a$  un réel donné ( $a \neq 0$ ). On veut calculer son inverse  $1/a$  par la méthode de *Newton-Raphson*.

1. Montrer que l'équation récurrente peut s'écrire sous la forme :

$$x_{n+1} = \alpha x_n^2 + \beta x_n + \gamma, \text{ où } \alpha, \beta \text{ et } \gamma \text{ sont des constantes à déterminer.}$$

2. Résoudre, à 4 décimales près, l'équation récurrente avec  $a = 2.2$  et  $x_0 = 0.2$ .

Bon courage



Concours d'accès au Doctorat 3<sup>ème</sup> cycle LMD 2020-2021  
 Filière : Génie Mécanique, spécialité : énergétique  
 Epreuve : Mécanique des fluides

**Exercice 01 (07 pts)**

Dans un champ de vitesse d'un écoulement de fluide parfait incompressible. Le fluide s'écoule dans un tube d'axe vertical ( $Oz$ ) de section non-uniforme. Le régime d'écoulement étant permanent. Le champ de vitesses en coordonnées cylindriques est de la forme :  $\vec{V} = 2kr \vec{u}_r + k'z \vec{u}_z$

1. a) Exprimer  $k'$  en fonction de  $k$  ;  
 b) Montrer que l'écoulement est irrotationnel
2. Déterminer la fonction potentiel de vitesse  $\phi(r, \theta, z)$  et calculer son Laplacien  $\Delta\phi$
3. Déterminer l'équation des lignes de courant ensuite procéder à sa représentation

On rappelle qu'en coordonnées cylindriques pour :  $A (A_r, A_\theta, A_z)$

$$\text{Div } \vec{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial(rA_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z}; \quad \text{grad } A = \frac{\partial A_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\Delta A = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2}$$

$$\text{rot } A = \left( \frac{\partial A_z}{r \partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) \vec{u}_r + \left( \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \vec{u}_\theta + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial r A_\theta}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \vec{u}_z$$

**Exercice 02 (07 pts)**

Une maquette d'avion est réalisée à l'échelle 1/10. Elle décolle à la vitesse de 50 km/h. En négligeant l'influence des variations du nombre de Reynolds sur  $C_z$  (coefficient de portance), calculer la vitesse  $V$  de décollage du prototype (au décollage, le poids  $W$  s'équilibre avec la portance  $F_z$  selon la relation  $W = F_z = \frac{1}{2} C_z \rho A V^2$ ),  $A$  étant la section. On supposera aussi que la maquette et le prototype sont construits avec les mêmes matériaux.

**Exercice 03 (06 pts)**

L'eau s'écoule en régime établi et permanent le long d'une plaque plane poreuse (Fig.1). Une aspiration constante est appliquée le long de la section poreuse-ad. Le profil de vitesse à la section-cd est:

$$\frac{u}{U_\infty} = 3 \left[ \frac{y}{\delta} \right] - 2 \left[ \frac{y}{\delta} \right]^{1.5}$$

-Évaluer le débit massique dans la section-bc.

(L'expression width  $w$  sur le graphe représente l'épaisseur de la plaque).

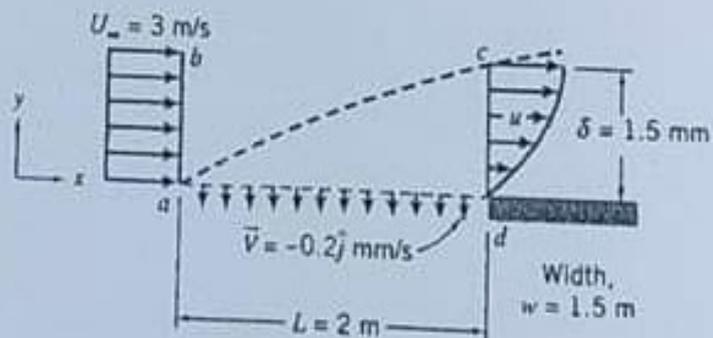


Fig.1



REDMI NOTES  
ACQUAD CAMERA

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la  
Recherche Scientifique

Université Belhadj Bouchaib - Ain Témouchent

(U.S.T.B.T)

Faculté des sciences et de technologie

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
République Algérienne Démocratique et Populaire



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة بلحاج بوشعيب  
عين تموشنت

كلية العلوم والتكنولوجيا

Concours d'accès au Doctorat 3ème cycle LMD 2020-2021  
Filière : Génie Mécanique  
Epreuve : Transfert de chaleur

**Questions de cours (06 pts)**

1. On considère le transfert de chaleur entre deux fluides séparés par un mur simple,  $k$  est la conductivité du mur :

donner l'expression du flux de chaleur traversant le mur dans les trois situations :

- convection fluide 1/mur
- conduction à travers le mur,
- convection mur/fluide 2

Analogiquement à la théorie électrique et en comparant les lois de Fourier et celle de Newton du côté thermique à la loi d'Ohm du côté électrique, on peut considérer que les termes : RCV1, RCD et RCV2 représentent dans ce cas, les résistances thermiques.

- Donner l'expression des résistances thermiques RCV1, RCD et RCV2
- Tracer le schéma électrique équivalent.

2. On considère le mur composé de plusieurs couches de différents matériaux illustré ci-dessous

- Tracer le schéma électrique équivalent.

**Exercice 1 (08 pts)**

Considérons la plaque de base d'un fer à repasser domestique de 1200 W qui a une épaisseur de  $L = 0,5$  cm, une surface de base de  $A = 300$  cm<sup>2</sup> et une conductivité thermique de  $k = 15$  W/m °C. La surface intérieure de la plaque de base est soumise à un flux de chaleur uniforme généré par les résistances chauffantes à l'intérieur, et la surface extérieure perd de la chaleur vers l'environnement à  $T = 20$  °C par convection, comme le montre la figure ci-contre.

En prenant le coefficient de transfert de chaleur par convection à  $h = 80$  W/m<sup>2</sup>°C et en ne tenant pas compte de la perte de chaleur par rayonnement, obtenez une expression de la variation de température dans la plaque de base et évaluez les températures sur les surfaces intérieure et extérieure.

**Exercice 2 (06 pts)**

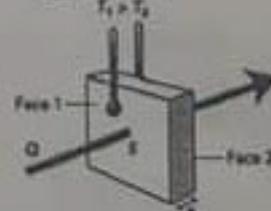
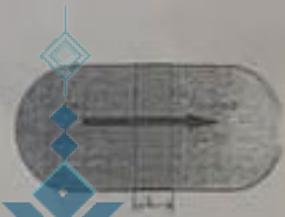
La fenêtre d'une chambre est constituée d'un simple vitrage.  
La température de la chambre est  $T_i = 19$ °C et la température extérieure  $T_e = -1$  °C. Ces températures sont considérées constantes.

1. Schématiser la situation en précisant le sens du transfert thermique à travers la vitre.

2. Calculer la valeur du flux thermique à travers la vitre.

3. Quelle est l'énergie thermique transférée en 1,25 h ?

Données : La résistance thermique de cette vitre est :  $R_{th} = 5 \times 10^{-3}$  K.W<sup>-1</sup>



CONCOURS D'ACCÈS EN PREMIÈRE ANNÉE DOCTORAT (D-LMD) 2020/2021  
 FILIERE : GÉNIE MECANIQUE

Epreuve de Spécialité : Energétique (Durée : 02H)  
 Mécanique des Fluides et Transfert de Chaleur

Exercice 1 (10 pts)

On considère l'écoulement d'un fluide Newtonien et incompressible à travers un canal limité entre deux plaques plane et horizontales. Le canal est constitué de deux tronçons de même longueur  $L$  et de hauteurs différentes  $h_1 > h_2$  (voir Fig. a). La plaque supérieure du canal est fixe, tandis que la plaque inférieure se déplace avec une vitesse constante  $U$ , entraînant le fluide à travers l'espace de hauteur  $h_2$ . La pression le long du canal varie linéairement et passe par un extremum  $P_M$  à  $x = L$  (voir Fig. b).



Fig. (a)

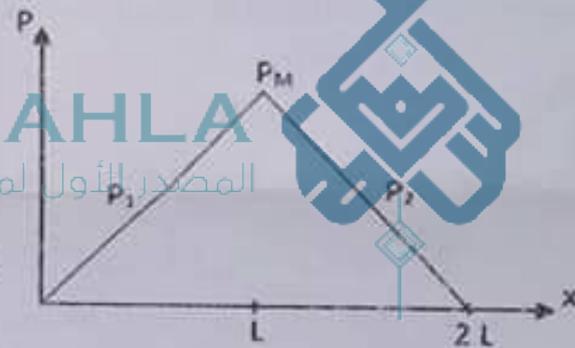


Fig. (b)

Hypothèses :

- Régime d'écoulement stationnaire, laminaire et complètement développé,
- Forces de pesanteur négligeables,
- Prendre une profondeur unitaire et la pression  $p_a = 0$  comme référence.

1. Déterminer les expressions de la distribution de la vitesse dans les deux tronçons du canal, puis représenter les graphiquement.
2. Trouver les débits volumiques correspondants en fonction de  $P_M$ ,  $U$ ,  $h_1$ ,  $h_2$  et  $L$ .
3. Calculer la pression  $P_M$  au milieu du canal.

On donne :  $U = 1 \text{ m/s}$ ,  $L = 20 \text{ cm}$ ,  $h_1 = 20 \text{ cm}$ ,  $h_2 = 10 \text{ cm}$ ,  $\mu = 10^{-2} \text{ Pa s}$ ,  $\rho = 980 \text{ kg/m}^3$ .

La forme vectorielle des équations de Navier-Stokes est :

$$-\frac{1}{\rho} \text{grad } P + \vec{F} + \nu \Delta \vec{V} = \frac{D\vec{V}}{Dt}$$

## Exercice 2 (05 pts)

Une plaque plane verticale de longueur  $L$  et largeur  $\ell$ , maintenue à une température constante  $T_p$ , est contournée par un écoulement d'air ascendant à une vitesse  $U_\infty$  et une température  $T_\infty$ .

1. Montrer que le transfert de chaleur entre la plaque et l'air se fait par convection mixte.
2. Retrouver les expressions et les valeurs des coefficients d'échange convectif moyens relatifs à la longueur de la plaque  $\bar{h}_{LCF}$  pour la convection forcée et  $\bar{h}_{LCN}$  pour la convection naturelle.
3. Calculer le nombre de Nusselt moyen  $\bar{Nu}_{LM}$  en mode de convection mixte.
4. Déterminer la valeur du coefficient d'échange convectif moyen correspondant  $\bar{h}_{LM}$ .
5. En déduire le flux de chaleur total entre la plaque et l'air.
6. Que devient la valeur de ce flux si l'écoulement d'air est descendant ?

Données :  $L = 5 \text{ m}$  ;  $\ell = 1 \text{ m}$  ;  $T_p = 100 \text{ }^\circ\text{C}$  ;  $T_\infty = 20 \text{ }^\circ\text{C}$  ;  $U_\infty = 3 \text{ m/s}$  ;  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

Pour l'air :  $\nu = 17.5 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  ;  $k = 27.5 \times 10^{-3} \text{ W/m K}$  ;  $\beta = 3.1 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$  ;  $Pr = 0.75$

Pour une plaque plane en convection forcée :  $Re_\ell = 5 \times 10^5$

$Nu_x = 0.332 Re_x^{0.5} Pr^{1/3}$  : Régime laminaire

$Nu_x = 0.0296 Re_x^{0.8} Pr^{1/3}$  : Régime turbulent

Pour une plaque verticale en convection naturelle : 
$$\bar{Nu}_L = \left\{ 0.825 + \frac{0.387 Ra_L^{1/4}}{\left[ 1 + \left( \frac{0.492}{Pr} \right)^{1/4} \right]^{4/3}} \right\}^2$$

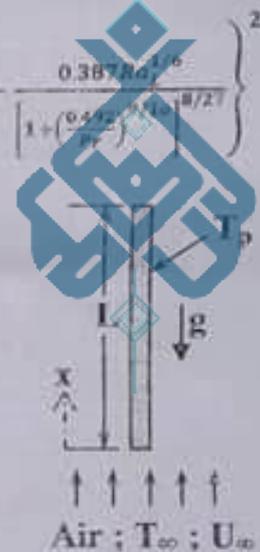
SAHLA MAHLA

Pour un écoulement ascendant sur une plaque verticale en convection mixte :

$$\bar{Nu}_{LM}^2 = \bar{Nu}_{LCF}^2 + \bar{Nu}_{LCN}^2$$

Pour un écoulement descendant sur une plaque verticale en convection mixte :

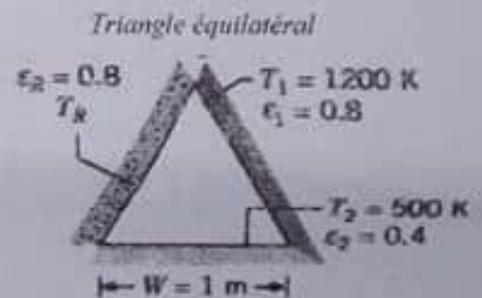
$$\bar{Nu}_{LM}^2 = \bar{Nu}_{LCF}^2 - \bar{Nu}_{LCN}^2$$



Air ;  $T_\infty$  ;  $U_\infty$

## Exercice 3 (05 pts)

Un four sous forme d'un long cylindre a une section droite triangulaire équilatérale de côté  $W = 1 \text{ m}$ , voir figure. La surface de droite du four d'une émissivité  $\epsilon_1 = 0.8$  est maintenue à une température constante  $T_1 = 1200 \text{ K}$ . La surface de base du four d'une émissivité  $\epsilon_2 = 0.4$  est maintenue à une température constante  $T_2 = 500 \text{ K}$ . La troisième surface du four est une surface réfractaire et thermiquement isolée.



1. Donner le schéma analogique des échanges thermiques radiatifs dans le four.
2. Calculer le flux de chaleur de chauffage fourni par la première surface.
3. Calculer les radiosités des trois surfaces du four et en déduire la température de la troisième surface.

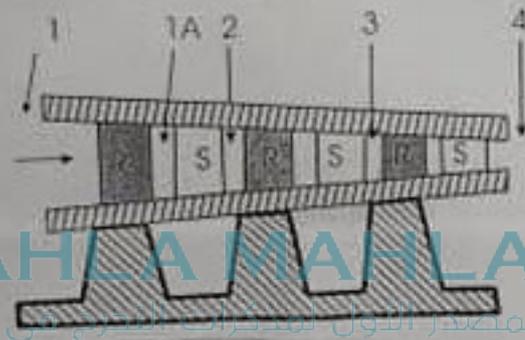
Remarque : faire les calculs par unité de longueur.

### Exercice (10 pts)

Le premier étage d'un compresseur axial de 3 étages reçoit de l'air avec une vitesse de 100 m/s, une pression statique de 100 kPa et une température statique de 15°C.

Les caractéristiques suivantes peuvent être assumées :

- vitesse axiale constante,
- déflexion de l'écoulement de 25° (dans le repère absolu) à chaque rotor,
- écoulement purement axial à l'entrée de chaque rotor,
- rayon moyen  $r_m = 0.2$  m
- hauteur des pales du 1er rotor  $h = 1$  cm,
- vitesse de rotation  $N = 8000$  rpm,
- rendement polytropique  $\eta_p = 0.9$ ,



- gaz parfait  $\gamma = 1.4$
- $R = 287$  J/kgK

Calculez :

- Le rapport de pression totale de chaque étage et du compresseur,
- La puissance requise par le compresseur,

## Partie Moteur

### Exercice : (10 pts)

Un moteur à explosion à 4 temps et à 4 cylindres présente les caractéristiques suivantes :

La vitesse de rotation = 2500 [tours/mn], le pouvoir calorifique inférieur du carburant = 42000 [KJ/Kg], la température à l'admission = 27 [C], la pression à l'admission = 1 [Bar], la course du piston = 132 [mm], l'alésage du moteur = 110 [mm], le rapport de compression volumique = 7, le rapport masse air/masse carburant = 14 et le rendement mécanique = 0,80. On tiendra compte de la masse du carburant.

#### Déterminer :

- 1) Les paramètres d'état aux sommets du cycle.
- 2) Le rendement thermique du cycle.
- 3) La vitesse de rotation de l'arbre à cames et la vitesse moyenne du piston.
- 4) Le nombre de cycles/secondes et le nombre d'allumages possibles.
- 5) Le temps compris entre 2 allumages successifs.
- 6) Le travail indiqué du cycle.
- 7) Les pressions moyennes : indiquée, effective et de frottement.
- 8) Les puissances : indiquée, effective et de frottement.
- 9) Les rendements indiqués et effectif.
- 10) Les consommations spécifiques : indiquée, effective et horaire.
- 11) Le couple effectif.

**On donne :** La chaleur massique supposée constante  $C_p = 1$  [KJ/Kg°K] et la constante  $r = 287$  [J/Kg°K].



SAHLA MAHLA  
المصدر الأول لمذكرات التخرج في الهندسة

Exercice 1 (6pts)

Considérons le transport d'une quantité scalaire  $\phi$  par convection et diffusion dans un champ de vitesse bidimensionnel (plan  $xy$ ) connu. Ce dernier est donné par :

$$U = x \quad \text{et} \quad V = -y$$

L'équation à résoudre est :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho U \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V \phi) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)$$

Les propriétés du fluide sont constantes. Le domaine considéré est tel que  $x$  et  $y$  sont positifs.

Le maillage est uniforme, figure 1.

SAHLA MAHLA

المصدر الأول لمذكرات التخرج في الجزائر

Figure 1



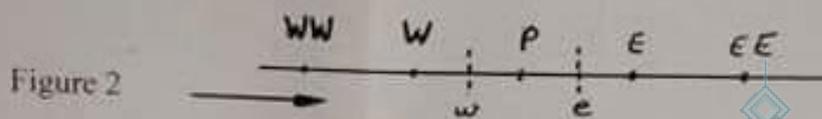
- (i) Utiliser le schéma upwind (UDS) pour le terme convectif et le schéma centré (CDS) pour le terme diffusif et discrétiser l'équation de transport pour obtenir une équation algébrique reliant  $\phi_P$ ,  $\phi_E$ ,  $\phi_W$ ,  $\phi_N$  et  $\phi_S$  en considérant un volume fini associé au nœud  $P$  de la figure.
- (ii) Même question que (i) en utilisant le schéma centré (CDS) pour les deux termes convectif et diffusif.
- (iii) Dans cet écoulement, l'erreur de l'approximation du flux convectif à travers une face dépend seulement de l'approximation utilisée pour le scalaire  $\phi$  au niveau de cette face. Qu'est-ce que cela veut dire ?

### Exercice 2 (4 pts)

Soit un problème de convection-diffusion unidimensionnelle. Supposons que la direction de l'écoulement est dans le sens positif de  $x$ . Les propriétés du fluide sont constantes. L'équation de transport du scalaire  $\phi$  s'écrit :

$$\frac{d}{dx} \left[ \rho U \phi - \Gamma \frac{d\phi}{dx} \right] = 0$$

Le maillage utilisé est uniforme, figure 2.



- (a) Montrer que le schéma QUICK, basé sur une distribution quadratique du scalaire  $\phi$  entre les nœuds  $i$  et  $i - 2$ , dans le cas d'un maillage uniforme, donne la valeur interpolée :

$$\phi_{i-\frac{1}{2}} = \frac{3}{8} \phi_i + \frac{6}{8} \phi_{i-1} - \frac{1}{8} \phi_{i-2}$$

- (b) Utiliser le schéma QUICK pour la discrétisation du flux convectif et le schéma centré (CDS) pour la discrétisation du flux diffusif dans l'équation de convection-diffusion 1D et obtenir la forme discrétisée :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_{WW} \phi_{WW}$$

Donner les expressions finales des coefficients.

### Exercice 3 (10 points)

En absence de sources, la diffusion et la convection en régime permanent d'une variable  $\phi$  dans un champ d'écoulement  $u$  unidimensionnel, sont gouvernées par :

$$\frac{d(\rho u \phi)}{dx} = \frac{d}{dx} \left( \Gamma \frac{d\phi}{dx} \right)$$

(Avec  $\rho$  : La masse volumique et  $\Gamma$  : Coefficient de diffusion)

Utiliser le schéma numérique QUICK pour déduire l'équation algébrique discrétisée à un nœud interne  $P$  et ses coefficients pour les cas suivants :

- 1)  $u > 0$  ;
- 2)  $u < 0$ .

Bonne chance



FEUILLE DES SUJETS DU CONCOURS DE DOCTORAT  
AU TITRE DE L'ANNEE UNIVERSITAIRE 2020/2021

03/04/2021

Spécialité	Construction mécanique, Génie des matériaux & Energétique
Epreuve	Analyse numérique
Variante	V2

Exercice N°01 (06 points)

La méthode de Newton-Raphson permet de trouver des approximations numériques d'un zéro (ou racine) d'une fonction  $f(x) = 0$ , dérivable sur un intervalle  $[a, b]$ , en utilisant la relation de récurrence suivante,

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad \text{et } x_0 \in [a, b].$$

Le critère d'arrêt est défini par

$$|x_{n+1} - x_n| < \epsilon$$

lorsque deux itérations successives donnent des résultats très proches, on peut supposer que l'on a convergé vers une solution, avec la précision choisie  $\epsilon$ .

A l'aide de la méthode de Newton-Raphson, déterminer une valeur approchée de la racine  $\alpha$  de l'équation

$$x - 0.2 \sin(x) - 0.5 = 0 \quad \text{avec } x_0 = 1, \quad (1)$$

avec une précision de  $\epsilon = 10^{-10}$  (dix chiffres après la virgule).

Exercice N°02 (06 points)

On veut résoudre, par la méthode du pivot de Gauss, le système d'équations linéaires à 3 équations et 3 inconnues suivant :

$$\begin{cases} 3x - 2y + z = 2 \\ 2x + y + z = 7 \\ 4x - 3y + 2z = 4 \end{cases} \quad (2)$$

- ① Réécrire le système en notation matricielle de la forme  $AX = B$  et écrire la matrice augmentée  $M$  associée au système.
- ② Transformer, on écrira tous les étaps successifs des opérations de la méthode sous forme matricielle, le système  $AX = B$  en un système triangulaire supérieur  $UX = C$ , où  $U$  est une matrice triangulaire supérieure.
- ③ Résoudre le système triangulaire obtenu par remontée.

Exercice N°03 (08 points) :

En utilisant la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4, faire trois itérations avec  $h = 0,1$ , pour l'équation différentielle suivante,

$$\begin{aligned} \frac{dy(t)}{dt} &= y(t)e^t \\ y(0) &= 2. \end{aligned} \quad (3)$$

NB : Tous les résultats doivent être présentés avec 6 chiffres après la virgule.

Rappel : Le schéma numérique explicite de Runge-Kutta d'ordre 4 est donné par,

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

avec,

SAHLA MAHLA

المصدر الأول لمذكرات التخرج في الجزائر

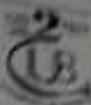
$$t_{n+1} = t_n + h$$

$$k_1 = f(t_n, y_n)$$

$$k_2 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_1\right)$$

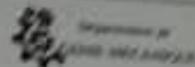
$$k_3 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_2\right)$$

$$k_4 = f(t_n + h, y_n + hk_3)$$



Université Ben Bouali  
Mostafa Ben Bouali

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur  
et de la Recherche Scientifique  
Faculté de Technologie



Concours National d'Accès à la Formation Doctorale  
en Génie Mécanique 2020/2021  
04/03/2021

Spécialité  
Énergétique

Epreuve  
Transfert de chaleur et MDT

Coefficient  
3

Durée  
2h

**Exercice 1**

Une pompe de débit volumique  $10,8 \text{ m}^3/\text{h}$  et de rendement  $80\%$ , remonte de l'eau d'un lac vers un réservoir ouvert à travers une conduite de diamètre  $d=136 \text{ mm}$ , formée de trois tronçons rectilignes ( $L_1=12 \text{ m}$ ;  $L_2=10 \text{ m}$ ;  $L_3=8 \text{ m}$ ) relié par deux coudes  $45^\circ$ , ayant chacun un coefficient de perte de charge  $K_c=0,33$ .

On donne : les niveaux de surfaces libres :  $Z_1 = 0 \text{ m}$ ;  $Z_2 = 20 \text{ m}$ ,

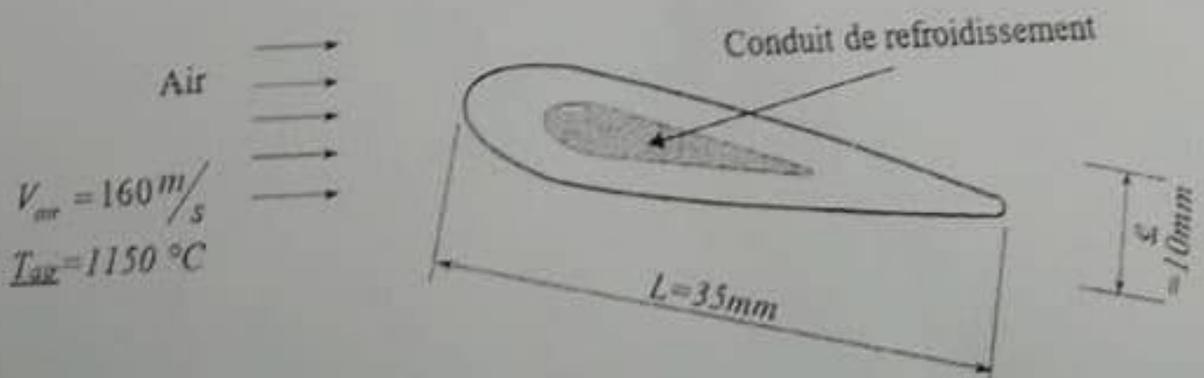
- La pression atmosphérique est :  $P = 1 \text{ atm}$ ,
- La masse volumique de l'eau :  $1000 \text{ kg/m}^3$ ,
- La viscosité dynamique de l'eau :  $10^{-3} \text{ Pa.s}$ ,
- L'accélération de la pesanteur :  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ .

Il est demandé de :

- Dessiner un schéma représentatif,
- Calculer la vitesse  $U$  d'écoulement d'eau dans la conduite en  $\text{m/s}$ ,
- Réduire le nombre de Reynolds,
- Préciser la nature de l'écoulement,
- Calculer le coefficient des pertes de charge linéaire, en précisant la formule utilisée,
- Déduire les pertes de charges linéaires  $J_{\text{linéaire}}$  en  $\text{J/kg}$ ,
- Déduire les pertes de charges singulières  $J_{\text{singulière}}$  en  $\text{J/kg}$ ,
- Calculer la puissance nette  $P_{\text{net}}$  de la pompe en  $\text{Watt}$ ,
- Calculer la puissance  $P_a$  appliquée à l'arbre de la pompe,
- Déduire l'intensité du courant utilisé par le moteur électrique de la pompe, si son rendement est  $0,78$  et la tension du courant est de  $220 \text{ V}$ .

**Exercice 2**

Des essais expérimentaux utilisant l'air comme fluide de travail sont réalisés sur une aube de turbine représentée sur le croquis ci-après. Le flux thermique moyen absorbé par l'aube en un point particulier de la surface a été mesuré ; il équivaut à  $q = 95000 \text{ W/m}^2$ . Les dimensions de l'aube sont indiquées sur le croquis.



A/ Pour cette première partie, développer vos réponses d'une manière scientifique en justifiant, si possible, vos explications par des figures.

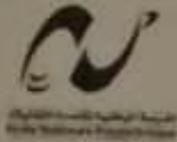
- 1- Sous quelles conditions la température de la paroi solide de l'aube pourra être considérée comme étant constante et uniforme ? la notion de la résistance thermique pourrait vous aider dans votre raisonnement.
- 2- Dans le cas général, est-il possible que les deux régimes d'écoulement, laminaire et turbulent, puissent coexister en même temps sur la surface externe de l'aube ? développer. Qu'en est-il pour votre cas.

B/ En régime permanent, pour maintenir une température constante ( $800\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) de la surface de l'aube, l'excès de chaleur transférée à la l'aube est alors éliminé par circulation, à l'intérieur, d'un liquide de refroidissement.

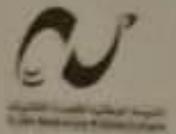
- 1- Que signifie la notion de régime permanent ?
- 2- Déterminer le coefficient d'échange thermique moyen ( $\bar{h}$ ).
- 3- Déterminer le nombre de Nusselt moyen externe ( $\bar{Nu}$ ).

On donne que :

	$\rho$ ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )	$C_p$ ( $\text{kJ}/\text{kg}\cdot\text{K}$ )	$\mu$ ( $\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ )	$\nu$ ( $\text{m}^2/\text{s}$ )	$\lambda$ ( $\text{W}/\text{m}\cdot\text{K}$ )	$\alpha$ ( $\text{m}^2/\text{s}$ )	$Pr$
Air	0.2902	1.175	$464.3 \cdot 10^{-7}$	$160.0 \cdot 10^{-6}$	$70.0 \cdot 10^{-3}$	$224 \cdot 10^{-6}$	0.728
Aube	8055	480	///	///	15.1	3.91	///



MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



Concours National d'Accès à la Formation de  
Docteurat 3<sup>ème</sup> Cycle en Génie Mécanique

Spécialité : Energétique

Année 2020/2021

Épreuve : Mécanique des Fluides

Date : Samedi 06 Mars 2021

Durée : 45 min

Exercice 1 (4 points)

Considérons un écoulement d'un fluide parfait non gravitationnel, incompressible, stationnaire et bidimensionnel dans le plan  $xy$ , de composantes de vitesse  $u$  et  $v$ . La composante  $u$  est donnée par :

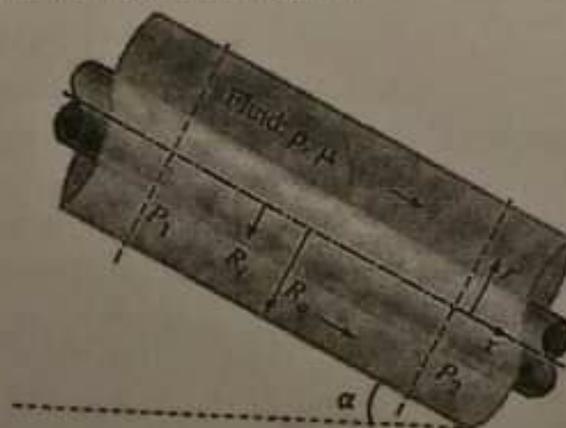
$$u(x, y) = \text{Arctan}(y/x)$$

- 1- Trouver l'expression de la composante  $v$  de vitesse. Sachant que  $v(1, 0) = 0$ .
- 2- Déterminer le champ d'accélération et le champ de pression.
- 3- Développer une expression pour la fonction de courant  $\psi(x, y)$ .

Exercice 2 (6 points)

Considérons l'écoulement permanent, incompressible et parallèle (suivant l'axe  $Ox$ ), d'un fluide Newtonien de propriétés constantes ( $\rho, \mu$ ) s'écoulant sous l'effet de la pesanteur dans l'espace annulaire entre deux conduites de sections circulaires infiniment longs, inclinés d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontale. Le cylindre intérieur est plein de rayon  $R_i$ , tandis que le cylindre extérieur est creux de rayon  $R_o$  (Figure ci-dessous). On considère que l'écoulement est soumis à un gradient de pression constant négative (i. e.  $\partial P / \partial x < 0$ ).

- 1- Établir l'équation différentielle gouvernant l'écoulement et déterminer le profil de vitesse dans l'espace annulaire.
- 2- Établir la relation donnant le rayon pour lequel la vitesse est maximale.
- 3- Déterminer l'expression de la vitesse moyenne, le nombre de Reynolds et le débit volumique en fonction du gradient de pression, propriétés du fluide  $\rho, \mu$ , l'angle  $\alpha$ , la gravité  $g$  et les rayons  $R_i$  et  $R_o$  de la conduite.



## Analyse Numérique

Durée 45mn

### Exercice 1 (3,5 points) :

Soit le problème aux conditions aux limites (PCL) de Dirichlet

$$\begin{cases} y'' - 2xy' - 2y = 0, & 0 < x < 1 \\ y(0) = 0, & y(1) = e^1 \end{cases}$$

On étudie le PCL par la méthode des différences finies centrées d'ordre deux avec le pas de discrétisation  $h = 1/4$ .

1. Indiquer les nœuds de la discrétisation  $x_i$  ainsi que les inconnues du problème.
2. Donner les formules d'approximation de  $y'(x)$  et  $y''(x)$  en  $x = x_i$
3. Déterminer le système discrétisé correspondant.

### Exercice 2 (6,5 points) :

On propose le problème de Dirichlet de l'équation de Laplace dans un domaine rectangulaire donné par :

$$\begin{cases} \Delta u(x, y) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y) = 0, & 0 < x < 1, \quad 0 < y < 1 \\ u(0, y) = -y, & u(1, y) = 2 - y \\ u(x, 0) = 2x, & u(x, 1) = 2x - 1, \end{cases}$$

Les pas de discrétisation de la méthode des différences finies suivant les variables  $x$  et  $y$  sont  $h = k = 1/3$ .

1. Calculer les conditions aux limites aux nœuds frontières.
2. Indiquer les inconnues du problème.
3. Trouver le système algébrique discrétisé correspondant.
4. Donner le système itératif du problème par la méthode de Jacobi. Justifier sa convergence.
5. Calculer la première itération si le vecteur initial est nul.
6. Déterminer le système algébrique discrétisé du problème si l'on remplace la première condition en  $x = 0$  par  $u(0, y) + \frac{\partial u}{\partial x}(0, y) = 2 - y$  en utilisant la formule progressive d'ordre un.

ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE  
 Concours National d'Accès à la Formation de  
 Doctorat 3<sup>ème</sup> Cycle en Génie Mécanique  
 Spécialité : Energétique  
 Année 2020/2021

Épreuve : Thermodynamique

Date : Samedi 06 Mars 2021

Durée : 1 h

**Exercice 1 (4 pts) :** Un réservoir rigide et bien isolé, ayant un volume total de  $0.45 \text{ m}^3$ , est divisé en deux compartiments au moyen d'une cloison adiabatique. Initialement, l'un des deux compartiments, d'un volume de  $0.3 \text{ m}^3$ , contient de l'hydrogène ( $\text{H}_2$ ) à 3 bars et  $130^\circ\text{C}$  ; tandis que l'autre est occupé par de l'azote ( $\text{N}_2$ ) à 6 bars et  $30^\circ\text{C}$ . On retire la cloison et les deux gaz se mélangent pour évoluer vers un état d'équilibre final. On admet que dans les conditions du problème, le  $\text{H}_2$  et le  $\text{N}_2$  se comportent en gaz parfaits et on donne :

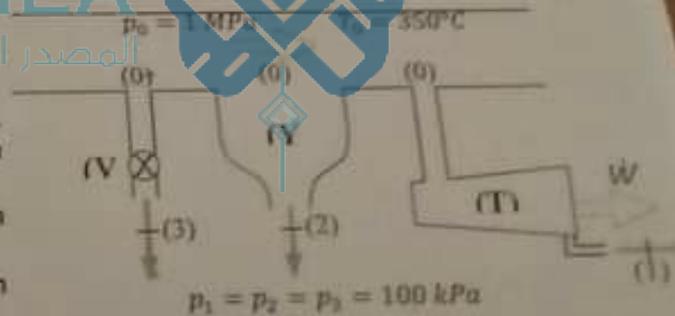
- pour  $\text{N}_2$  ( $C_v = 0.744 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$  et  $C_p = 1.041 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ ) et,
- pour  $\text{H}_2$  ( $C_p = 10.352 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$  et  $C_p = 14.476 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ ).

Déterminer :

- 1- La température et la pression d'équilibre finales du mélange ;
- 2- L'entropie générée par le processus.

**Exercice 2 (6 pts) :** Une conduite de grandes dimensions, transportant de la vapeur d'eau aux conditions permanentes  $p_0 = 1 \text{ MPa}$  et  $T_0 = 350^\circ\text{C}$ , alimente trois dispositifs tous adiabatiques (voir figure ci-dessous). Une turbine (T), une tuyère (Y) et une vanne de laminage (V). Les trois flux sortants (1), (2) et (3) sont à la même pression de  $100 \text{ kPa}$ . La turbine produit un travail spécifique de  $504 \text{ kJ/kg}$ . On néglige partout les effets cinétiques sauf en (2) à la sortie de la tuyère. On néglige partout les variations d'énergie potentielle. L'état thermodynamique de la vapeur en (2) à la sortie de la tuyère est identique à celui en (1) à la sortie de la turbine. Lors des calculs, retenir pour l'entropie seulement deux décimales.

- 1- Calculer l'entropie spécifique  $s_1$  à la sortie de la turbine ainsi que l'entropie générée dans la turbine et dans la tuyère, en  $\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$ .
- 2- Calculer la vitesse  $V_2$  de la vapeur à la sortie de la tuyère.
- 3- Calculer la température  $T_3$  et l'entropie spécifique  $s_3$  de la vapeur à la sortie de la vanne de laminage.
- 4- Calculer l'entropie générée dans la vanne de laminage, en  $\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$ .
- 5- Représenter les trois processus  $0 \rightarrow 1$ ,  $0 \rightarrow 2$  et  $0 \rightarrow 3$  sur un même diagramme T-s.



Extrait des tables de la vapeur d'eau saturée

$p$ MPa	$T$ $^\circ\text{C}$	$v_g$ $\text{m}^3/\text{kg}$	$h_f$ $\text{kJ/kg}$	$h_g$ $\text{kJ/kg}$	$s_f$ $\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$	$s_g$ $\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$
0.1	99.63	1.6940	417.46	2675.5	1.3026	7.3594
1	179.91	0.19444	762.81	2778.1	2.1387	6.5865

Extrait des tables de la vapeur d'eau surchauffée

$p$ $^\circ\text{C}$	$p = 100 \text{ kPa}$			$p = 1 \text{ MPa}$		
	$v$ $\text{m}^3/\text{kg}$	$h$ $\text{kJ/kg}$	$s$ $\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$	$v$ $\text{m}^3/\text{kg}$	$h$ $\text{kJ/kg}$	$s$ $\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$
300	2.639	3074.1	8.2158	0.2579	3051.2	7.1229
350	2.874	3176.15	8.538	0.2825	3157.7	7.3011
400	3.103	3278.2	8.8435	0.3066	3261.9	7.4651

Concours National d'Accès à la Formation de  
Doctorat 3<sup>ème</sup> Cycle en Génie Mécanique  
Spécialité : Energétique

Année 2020/2021

Épreuve : Transfert de Chaleur

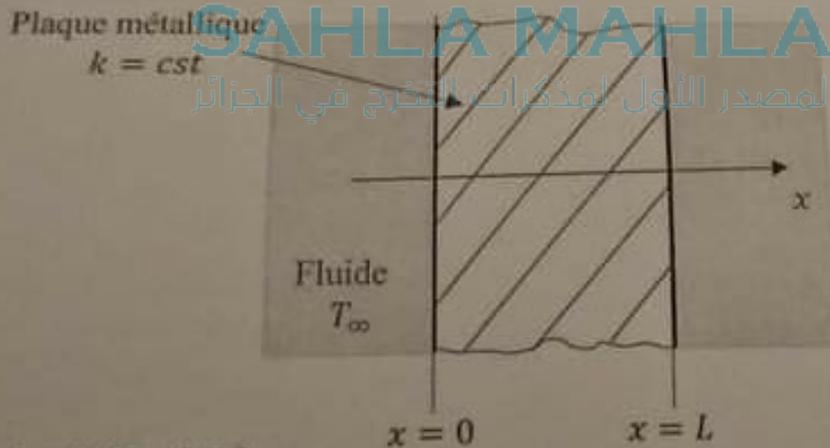
Date : Samedi 06 Mars 2021

Durée : 1h

Exercice 1 (5 points)

Une plaque métallique d'épaisseur  $L$ , de longueur infinie et de température initiale  $T_i$  uniforme se trouve plongée brusquement dans un bain d'huile isotherme à la température  $T_\infty$  (figure ci-contre). En admettant que les deux faces ( $x = 0$  et  $x = L$ ) prennent instantanément la température du bain (i.e. au temps  $t > 0$ ,  $T(0, t) = T(L, t) = T_\infty$ ).

- 1- Établir l'équation différentielle gouvernant la conduction monodimensionnelle et transitoire.
- 2- Trouver la distribution de la température  $T(x, t)$  résultante.



Exercice 2 (5 points)

Soit une ailette en cuivre, de conductivité thermique  $k = 380 \text{ W/m.k}$ , de section carrée ( $9\text{cm} \times 9\text{cm}$ ) et exposée à un environnement de température  $T_\infty = 45^\circ\text{C}$ . Sa base est maintenue à une température uniforme  $T_b = 120^\circ\text{C}$ .

- 1- Établir l'équation différentielle gouvernant le transfert de chaleur dans l'ailette.
- 2- Si l'on considère la longueur de l'ailette infinie, trouver l'expression de la température  $T(x)$  de l'ailette, où  $x$  dénote la distance longitudinale.
- 3- Si le taux de chaleur net dissipé dans l'air par cette ailette est  $q = 305.7683 \text{ W}$ , calculer le coefficient de transfert par convection ( $h$ ) du milieu ambiant.