

خامسا: مرونة الإحلال Elasticity of Substitution

تعريف: مرونة الإحلال هي عبارة عن التغير النسبي في عامل الكثافة (النسبة K/L) والناتج من التغير النسبي في المعدل الحدي للإحلال التقني $TMST_{L,K}$ أي:

$$e_s = \frac{\frac{d\left(\frac{K}{L}\right)}{\left(\frac{K}{L}\right)}}{\frac{dTMST_{L,K}}{TMST_{L,K}}}$$

و يمكن كتابتها بعد عملية تحويل على النحو التالي:

$$e_s = \frac{d\left(\frac{K}{L}\right)}{dTMST_{L,K}} \cdot \frac{TMST_{L,K}}{\left(\frac{K}{L}\right)}$$

وتستخدم مرونة الإحلال كمقياس بديل للمعدل الحدي للإحلال التقني وعامل الكثافة في عملية الإحلال بين العمل ورأس المال، وخاصة عندما تكون وحدات القياس للعنصرين مختلفة. مثال توضيحي: دالة الإنتاج لمؤسسة ما في المدى الطويل معطاة بالعلاقة التالية:

$$Q = aL^bK^c$$

1- احسب مرونة الإحلال بالنسبة لهذه الدالة.

2- ما هي الدلالة الاقتصادية لثوابت الدالة؟

الحل:

1- حساب مرونة الإحلال:

أ- حساب المعدل الحدي للإحلال التقني:

$$TMST_{L,K} = \frac{PM_L}{PM_K} = \frac{a b L^{b-1} K^c}{a c L^b K^{c-1}}$$

ومنه:

$$TMST_{L,K} = \frac{b K^c K^{1-c}}{c L^b K^{1-b}} = \frac{bK}{cL}$$

ب- حساب عامل الكثافة: من النتيجة السابقة نحصل على:

$$\frac{K}{L} = \left(\frac{c}{b}\right) TMST_{L,K}$$

ج- مرونة الإحلال:

$$e_s = \left(\frac{c}{b}\right) \frac{TMST}{\left(\frac{c}{b}\right) TMST} = 1$$

عندما تكون مرونة الإحلال وحدوية أي: $1=e_s$ ، فهي تعبر على التكافؤ التام في استخدامات عنصري العمل L ورأس المال K من أجل تحقيق مستوى إنتاجي معين بالمؤسسة.

2- الدلالة الاقتصادية لثوابت الدالة:

a: تمثل عامل التنظيم داخل المؤسسة؛

b: نسبة التغير في الإنتاج عند تغير عنصر العمل بـ 1% مع ثبات عنصر رأس المال

(أي: مرونة الإنتاج لعنصر العمل)*.

* البرهان: مرونة الإنتاج للعمل تحسب بالعلاقة التالية:

$$e_{Q,L} = \frac{dQ}{dL} \cdot \frac{L}{Q} = b$$

بتطبيق العلاقة على دالة الإنتاج المعطاة نجد:

$$e_{Q,L} = a \cdot bL^{b-1} \cdot K^c \frac{L}{aL^b K^c}$$

ومنه::

$$e_{Q,L} = \frac{bL^{b-1} L^b}{L^b} = b$$

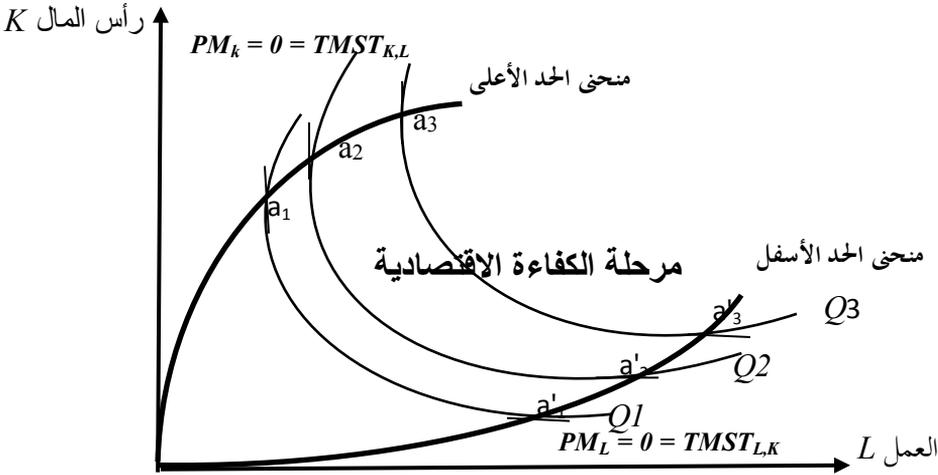
C: نسبة التغير في الإنتاج عند تغير عنصر رأس المال بـ 1% مع ثبات عنصر العمل (أي: مرونة الإنتاج لعنصر رأس المال).

سادسا: مرحلة الكفاءة الاقتصادية في المدى الطويل

تعريف: تمثل مرحلة الكفاءة والفعالية الاقتصادية في المدى الطويل الفضاء الإنتاجي الذي يسمح للمنتج بالاختيار بين عنصري العمل ورأس المال من أجل تحقيق مستوى إنتاجي معين. بمعنى آخر مرحلة الكفاءة الاقتصادية تعكس مجمل القرارات العقلانية التي يتخذها المنتج في المدى الطويل والمتعلقة باستخدامات عنصري العمل ورأس المال من أجل تحقيق مستوى إنتاج معين.

بياننا لتحديد مرحلة الكفاءة الاقتصادية في المدى الطويل، كما هو مبين في

الشكل التالي:



الشكل 44: مرحلة الكفاءة الاقتصادية في المدى الطويل

بتطبيق نفس الخطوات على رأس المال نحصل على: $e_{Qk} = C$.

- منحنى الحد الأسفل: يتشكل من مختلف مستويات الإنتاج التي تنعدم عندها الإنتاجية الحدية لعنصر العمل (عند النقاط a'_1, a'_2, a'_3)، ومن ثم ينعدم المعدل الحدي للإحلال التقني $TMST_{L,K}$.

- منحنى الحد الأعلى: يتشكل من مختلف مستويات الإنتاج التي تنعدم عندها الإنتاجية الحدية لعنصر رأس المال (عند النقاط a_1, a_2, a_3)، ومن ثم ينعدم المعدل الحدي للإحلال التقني $TMST_{K,L}$.

ما يلاحظ من خلال الشكل 44 أن المجال الاقتصادي للمستوى الإنتاجي Q_1 هو المجال المنحصر بين a_1 و a'_1 والمجال الاقتصادي للمستوى الإنتاجي Q_2 هو المجال المنحصر بين a_2 و a'_2 وهكذا بالنسبة لبقية مستويات الإنتاج الأخرى.

ما يستنتج من التحليل السابق أن كل القرارات المتخذة بشأن استخدامات العمل ورأس المال خارج المرحلة تعتبر قرارات غير عقلانية، نظرا لأن عملية الإحلال تنعدم وتحل محلها عملية تكامل بين عنصري الإنتاج، أي أن الزيادة في العمل تتطلب الزيادة في رأس المال من أجل المحافظة على نفس مستوى الإنتاج، وهكذا الحال بالنسبة لعملية التخفيض في استخدام العنصرين.

مثال توضيحي: دالة الإنتاج لمؤسسة ما في المدى الطويل معطاة بالعلاقة التالية:

$$Q = -2(LK)^3 + 15(LK)^2$$

1- بافتراض أن $L=1$ وحدة عمل، فما هي الكمية اللازمة من رأس المال من أجل

تحقيق أعظم مستوى إنتاجي؟

2- بافتراض أن $1 = K$ وحدة رأس مال، فما هي الكمية اللازمة من العمل لتحقيق

أعظم مستوى إنتاجي ممكن؟

3- من النتائج في 1 و 2 حدد مرحلة الكفاءة الاقتصادية للمؤسسة .

الحل:

1- عند $1=L$ وحدة عمل تصبح دالة الإنتاج كالتالي:

$$Q = -2K^3 + 15K^2$$

ويكون حجم الإنتاج الأمثل عند:

$$PM_K = 0 \Rightarrow -6K^2 + 30K = 0$$

أي أن:

$0=K$ أو $5=K$ وحدات رأس مال.

أعظم مستوى إنتاجي إذن:

$$Q = -2(125) + 15(25) = 125 \text{ وحدة}$$

2- عند $1=K$ وحدة رأس المال تصبح دالة الإنتاج كالتالي:

$$Q = -2L^3 + 15L^2$$

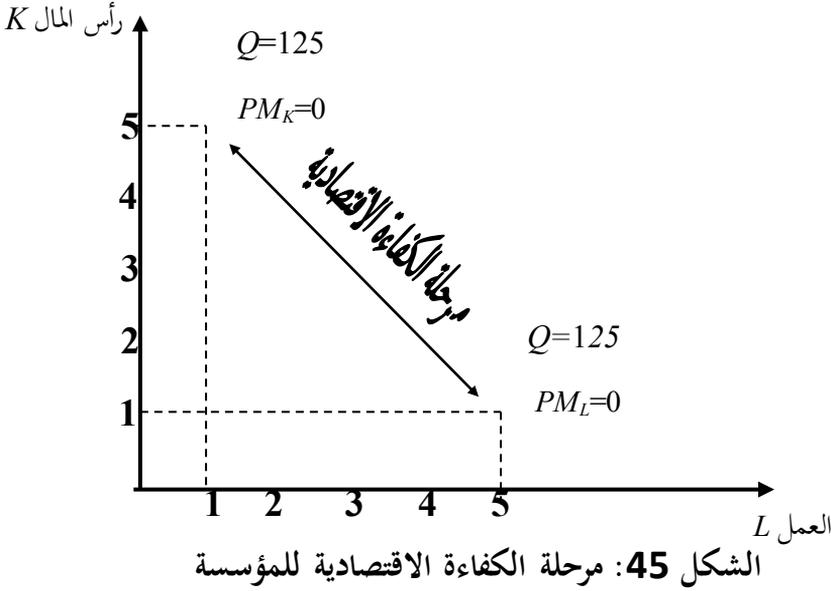
ويكون مستوى الإنتاج الأمثل عند:

$$PM_L = 0 \Rightarrow -6L^2 + 30L = 0$$

أي أن: $0=L$ أو $5=L$ وحدات عمل.

أعظم مستوى إنتاجي: وحدة $Q = -2(125) + 15(25) = 125$

3- مرحلة الكفاءة الاقتصادية للمؤسسة تتحدد بيانيا، كما هو مبين في الشكل رقم 45.



سابعاً: قوانين الإنتاج Production Laws

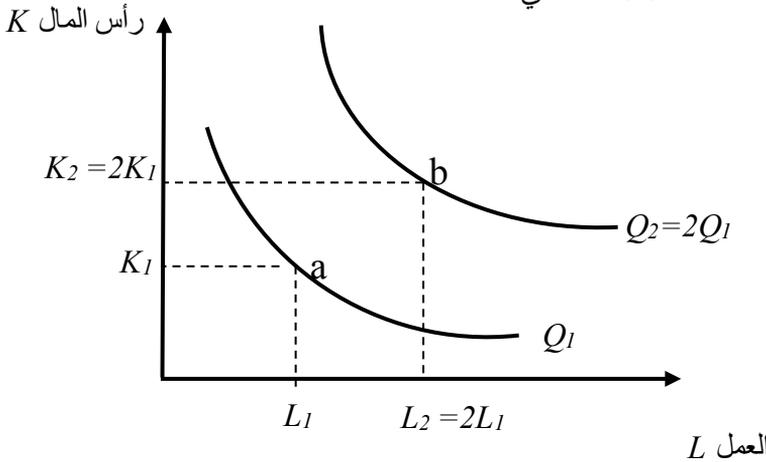
يعتمد تحليل النظرية التقليدية على قانونين للإنتاج يحددان سلوك المنتج في المديين القصير والطويل وهما: قانون تناقص الغلة وقانون غلة (عوائد) الحجم.

1- قانون تناقص الغلة: ويحدد السلوك الاقتصادي للمنتج في المدى القصير، فهو يصف ويقيس التغيرات في مستويات الإنتاج عند إحداث تغييرات في عنصر أو بعض عناصر الإنتاج في المدى القصير مع ثبات العناصر الأخرى، وينص هذا القانون على:

- تزايد الإنتاج بمعدل متزايد في بداية النشاط؛

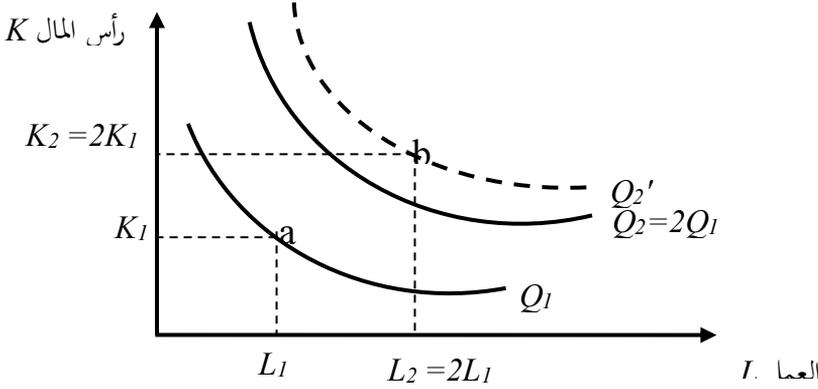
- تزايد الإنتاج بمعدل متناقص بعد بلوغ مستوى معين من النشاط، وذلك حتى الاستخدام الأمثل لعناصر الإنتاج المتغيرة و الثابتة في المدى القصير؛
 - بداية تناقص الإنتاج الكلي بعد المستوى الأمثل لاستخدام عنصر العمل.
- 2- قانون غلة (عوائد) الحجم:** ويحدد سلوك المنتج في المدى الطويل، فهو يصف ويقيس التغيرات في مستويات الإنتاج عند إحداث تغييرات في جميع عوامل الإنتاج المستخدمة وبنفس النسب، وينص القانون على ما يلي:
- إذا تم تغيير عناصر الإنتاج المستخدمة بنفس النسب وتغير الإنتاج بنسبة متساوية تكون غلة الحجم ثابتة.
 - إذا تم تغيير جميع عناصر الإنتاج المستخدمة بنفس النسب وتغير الإنتاج بنسبة أكبر تكون غلة الحجم متزايدة.
 - إذا تم تغيير جميع عناصر الإنتاج المستخدمة بنفس النسب وتغير الإنتاج بنسبة أقل تكون غلة الحجم متناقصة.

ويمكن توضيح هذه الحالات بيانياً كما يلي:



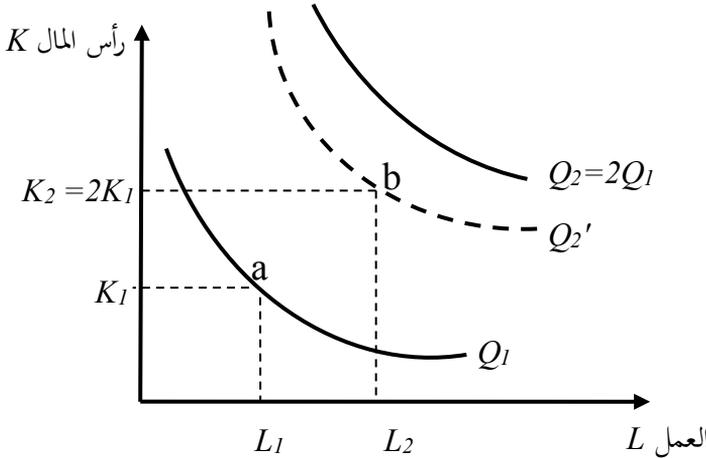
الشكل 46: غلة الحجم ثابتة

ما يلاحظ من خلال الشكل 46 أنه عند مضاعفة العمل من L_1 إلى L_2 ومضاعفة رأس المال من K_1 إلى K_2 (أي الانتقال من التركيبة a إلى التركيبة b) يتضاعف الإنتاج من Q_1 إلى Q_2 ، وهو ما يدل على أن غلة الحجم ثابتة.



الشكل 47 غلة الحجم متزايدة

ما يلاحظ من خلال الشكل 47 أنه عند مضاعفة العمل من L_1 إلى L_2 ومضاعفة رأس المال من K_1 إلى K_2 (أي الانتقال من التركيبة a إلى التركيبة b) زاد الإنتاج من Q_1 إلى Q_2' وهو مستوى أكبر من Q_2 ، وهو ما يدل على أن غلة الحجم متزايدة.



الشكل 48: غلة الحجم متناقصة

ما يلاحظ من خلال الشكل أنه عند مضاعفة العمل من L_1 إلى L_2 ومضاعفة رأس المال من K_1 إلى K_2 (أي الانتقال من التركيبة a إلى التركيبة b) زاد الإنتاج من Q_1 إلى Q'_2 وهو مستوى أقل من Q_2 ، وهو ما يدل على أن غلة الحجم متناقصة.

مثال توضيحي: دالة الإنتاج لمؤسسة ما في المدى الطويل معطاة بالعلاقة التالية:

$$Q = a_0 L^{a_1} K^{a_2} T^{a_3}$$

- ما هي المرحلة التي تمر بها غلة الحجم في المؤسسة؟

الحل: لمعرفة المرحلة التي تمر بها غلة الحجم نحدث تغيير في كميات العمل L ، ورأس المال K العامل التكنولوجي T بنفس النسبة وهي النسبة λ أي:

$$Q' = a_0 (\lambda L)^{a_1} (\lambda K)^{a_2} (\lambda T)^{a_3}$$

ومنه نجد:

$$Q' = \lambda^{a_1+a_2+a_3} a_0 L^{a_1} K^{a_2} T^{a_3}$$

أي أن:

$$Q' = \lambda^{a_1+a_2+a_3} Q$$

ومنه يتم استنتاج الآتي:

- إذا كانت $I = (a_3 + a_2 + a_1)$ تكون غلة الحجم ثابتة؛

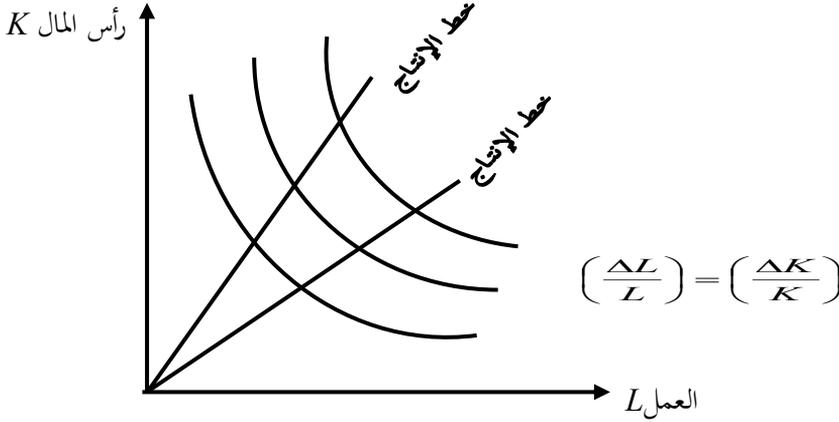
- إذا كانت $I < (a_3 + a_2 + a_1)$ تكون غلة الحجم متزايدة؛

- إذا كانت $I > (a_3 + a_2 + a_1)$ تكون غلة الحجم متناقصة.

إذا المرحلة التي تمر بها غلة الحجم في المؤسسة تتوقف على مرونة الإنتاج الكلية $(a_3 + a_2 + a_1)$.

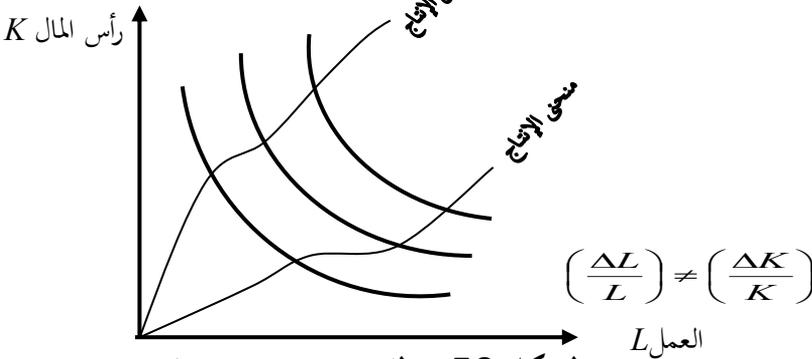
ثامنا: تجانس الإنتاج The Homogeneity of the Production

يكون الإنتاج متجانس متى توفرت للمنتج إمكانية تغيير جميع عناصر الإنتاج المستخدمة بنسب متساوية في إنتاج سلعة أو تشكيلة من السلع، وذلك بغض النظر عن نسب التغير في حجم الإنتاج، وتتضح حالة التجانس بيانياً كما هو مبين في الشكل التالي:



الشكل 49: دالة إنتاج متجانسة

الشكل أعلاه يظهر أن كل التركيبات من L و K والتي تقع على استقامة واحدة هي ناتجة عن التغير في العنصرين بنفس النسبة وتشكل خط مستقيم يسمى خط الإنتاج، وهو ما يدل على تجانس دالة الإنتاج.



الشكل 50: دالة إنتاج غير متجانسة

الشكل 50 يظهر أن التركيبات من L و K لا تقع على استقامة واحدة عند مختلف منحنيات الناتج المتساوي، وهي ناتجة عن التغير في العنصرين بنفس مختلفة، وهو ما يدل على عدم تجانس دالة الإنتاج.

مثال توضيحي: لنفرض أن دالة إنتاج مؤسسة ما معطاة بالعلاقة التالية:

$$Q = AL^b K^c$$

- أدرس تجانس الدالة.

الحل: لنضيف في L و K بنسبة ثابتة ولتكن V حيث:

$$Q' = A(VL)^b (VK)^c$$

$$Q' = V^{b+c} AL^b K^c \quad \text{ومنه:}$$

$$Q' = V^{b+c} Q \quad \text{أي أن:}$$

وبما أن النسبة V تم إخراجها كعامل مشترك يمكن القول أن الدالة متجانسة ومن الدرجة $b+c$.

إن التحليل السابق يمكن من دراسة العلاقة بين غلة الحجم وتجانس دالة الإنتاج لتوفر خاصية مشتركة وهي إمكانية تغير عناصر الإنتاج بنفس النسبة، و يمكن إبراز هذه العلاقة في النقاط التالية:

- أ- عندما تكون غلة الحجم ثابتة تكون دالة الإنتاج متجانسة ومن الدرجة الأولى؛
- ب- عندما تكون غلة الحجم متزايدة تكون دالة الإنتاج متجانسة ومن درجة أكبر من الواحد 1؛
- ج- عندما تكون غلة الحجم متناقصة تكون دالة الإنتاج متجانسة ومن درجة أقل من الواحد 1.

المبحث الثالث

توازن المنتج

المبحث الثالث: توازن المنتج

Producer Equilibre

يكون المنتج في حالة توازن عندما يحقق أعظم مستويات من الإنتاج وبأقل التكاليف، بمعنى آخر يكون المنتج في حالة توازن عند تحقيق أعظم ربح ممكن. وسيتم التطرق في هذا الفصل إلى ثلاثة محاور أساسية: الأول يتعلق بحالات توازن المنتج حسب أسلوب الإنتاج المتبع، والثاني يتناول تأثير التغيرات في أسعار عناصر الإنتاج والتغيرات في الإنفاق أو ميزانية الإنتاج على توازن المنتج، أما المحور الثالث فقد خصص لدراسة دوال الإنتاج لأكثر من منتج واحد بهدف اشتقاق توازن المنتج الذي يعتمد على صنع تشكيلة من المنتجات.

أولاً: حالات توازن المنتج

سيتم التطرق في هذا المحور إلى ثلاثة حالات للتوازن، وذلك حسب أسلوب الإنتاج المتبع وهي: حالة توازن المنتج عند تعظيم الإنتاج، حالة توازن المنتج عند تخفيض التكاليف والحالة العامة وهي حالة توازن المنتج عند تعظيم الربح.

1- حالة تعظيم الإنتاج عند الإنفاق المحدد

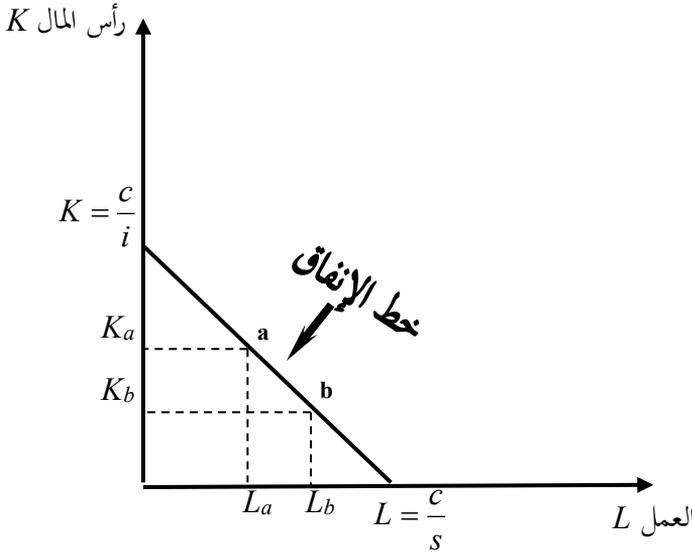
عندما يتبع المنتج أسلوب الإنتاج المستمر أو أسلوب الإنتاج المتكرر يكون هدفه عادة إنتاج وتسويق أكبر كمية من منتجاته بإنفاق الميزانية المخصصة لذلك، وهذه الميزانية هي عبارة عن إتمادات مالية مخصصة للعملية الإنتاجية لفترة مستقبلية معينة وعادة ما تكون سنة، وبافتراض ثبات أسعار المنتجات فإن تعظيم الإنتاج يعني بالضرورة تعظيم إيرادات المنتج في حدود ميزانية الإنتاج (الإنفاق).

ولاشتقاق توازن المنتج بيانيا لابد من إدراج أداة أخرى للتحليل وتتمثل في خط الميزانية أو خط الإنفاق.

أ- خط الإنفاق: بافتراض أن إنتاج السلعة Q يعتمد على استخدامات العمل ورأس المال ويتم الإنفاق على العنصرين بالكيفية التالية:

$$C = sL + ik \quad (\text{الإنفاق})$$

حيث: C ميزانية الإنتاج (الإنفاق)، s سعر وحدة العمل و i سعر وحدة رأس المال. يمكن تمثيل صيغة الإنفاق كما هو موضح في الشكل 51، أين يتم الحصول على خط الإنفاق.



الشكل 51: خط الإنفاق

ما يلاحظ على الشكل أن التركيبتان a و b من عنصري الإنتاج L و K متساويتان من حيث مستوى الإنفاق.

تعريف: يتشكل خط الإنفاق (خط ميزانية الإنتاج) من مختلف تركيبات عنصري الإنتاج K و L والمتواجدة في الفضاء الإنتاجي للمنتج والمتساوية من حيث الإنفاق (أو الميزانية).

ويحسب ميل خط الإنفاق كالتالي:

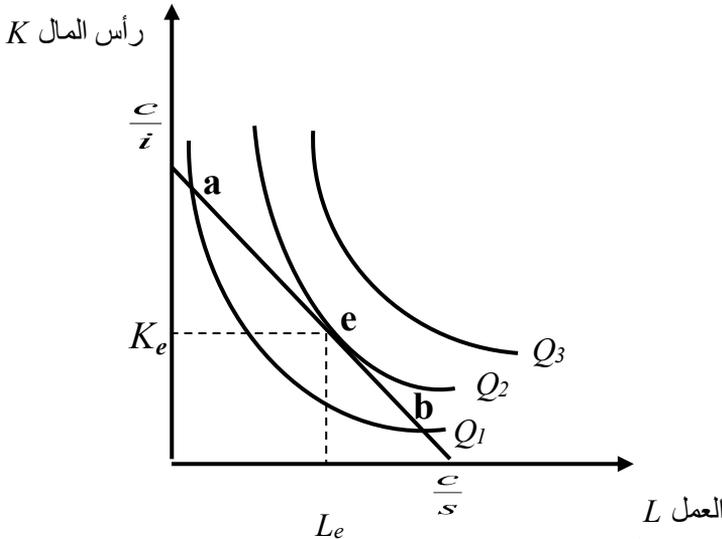
$$K = \frac{C - sL}{i} = \frac{C}{i} - L\left(\frac{s}{i}\right)$$

$$\frac{dK}{dL} = -\frac{s}{i} \Rightarrow \frac{-dK}{dL} = \frac{s}{i}$$

إذا ميل خط الإنفاق يساوي: $\frac{s}{i}$

ب- توازن المنتج بيانيا: عند الأخذ بعين الاعتبار أدوات التحليل السابقة الذكر

وخصائصها يمكن اشتقاق توازن المنتج بيانيا كما هو مبين في الشكل التالي:



الشكل 52: توازن المنتج عند تعظيم الإنتاج

ما يلاحظ من خلال الشكل أن التركيبات a و e و b متساوية من حيث الإنفاق، إلا أن التركيبة e تقع على منحنى ناتج متساوي أعلى، وهو ما يؤكد أن التركيبة e هي التركيبة الأفضل في حدود الإنفاق وأسعار عناصر الإنتاج الحالية، وعليه تكون التركيبة e هي تركيبة التوازن.

شروط الموازن: تكون التركيبة e تركيبة توازن لتوفر الشرطين التاليين أ:

الشرط الأول: تساوي ميل منحنى الناتج المتساوي (المعدل الحدي للإحلال التقني) مع ميل خط الإنفاق أي:

$$TMST_{L,K} = \frac{-dK}{dL} = \frac{s}{i}$$

الشرط الثاني: تناقص المعدل الحدي للإحلال التقني $TMST_{L,K}$ (تكون منحنيات الناتج المتساوية محدبة بالنسبة لنقطة المبدأ).

ج- اشتقاق التوازن رياضيا:

بافتراض أن المنتج يعتمد على استخدامات L و K في إنتاج السلعة أو تشكيلة من السلع، حيث دالة إنتاجه:

$$Q = f(L, K)$$

ويخصص الميزانية C , حيث يتم إنفاقها بالكيفية التالية:

$$C = sL + iK$$

+ حسب الشكل التركيبتان a و b ليست تركيبا توازن لأن:

$$- \text{عند التركيب } a: TMST_{L,K} = \frac{-dK}{dL} > \frac{s}{i}$$

$$- \text{عند التركيبة } b: TMST_{L,K} = \frac{-dK}{dL} < \frac{s}{i}$$

يتم البحث عن تركيبة توازن المنتج بإتباع الخطوات التالية:

أ- إعداد البرنامج الرياضي للمنتج ويكون على النحو التالي:

$$Max \ Q = f(L, K) \text{ (دالة الهدف)}$$

$$C = sL + iK \text{ (قيد الإنفاق)}$$

ب- تستخدم العديد من الطرق لمعالجة هذا البرنامج ومن بينها طريقة مضاعف لاغرانج

Lagrange Multiplier، حيث يكتب البرنامج حسب هذه الطريقة كما يلي:

$$\ell = Q - \lambda[sL + iK - C]$$

و بتعويض بقيمة Q نحصل على:

$$\ell = f(L, K) - \lambda[sL + iK - C]$$

ج- تعظيم الإنتاج، وذلك بأن تكون المشتقة الجزئية الأولى لكل متغيرات الدالة معدومة، أي:

$$\frac{d\ell}{dL} = \frac{df(L, K)}{dL} - \lambda s = 0 \dots\dots(1)$$

$$\frac{d\ell}{dK} = \frac{df(L, K)}{dK} - \lambda i = 0 \dots\dots(2)$$

$$\frac{d\ell}{d\lambda} = -sL - iK + c = 0 \dots\dots(3)$$

من المعادلتين 1 و 2 نجد*:

* المعنى الاقتصادي للمضاعف λ من المعادلة 1 نجد أن $\lambda = PM_L/s$ ومن المعادلة 2 $\lambda = PM_K/i$ وعليه تفسر λ بأنها إنتاجية آخر وحدة نقدية تنفق عنصر العمل L أو عنصر رأس المال K .

$$\frac{df(L,K)}{dL} = \frac{\lambda s}{\lambda i} \Rightarrow \frac{PM_L}{PM_K} = \frac{s}{i}$$

*الشرط 1 للتوازن:

$$\frac{s}{i} = \frac{PM_L}{PM_K}$$

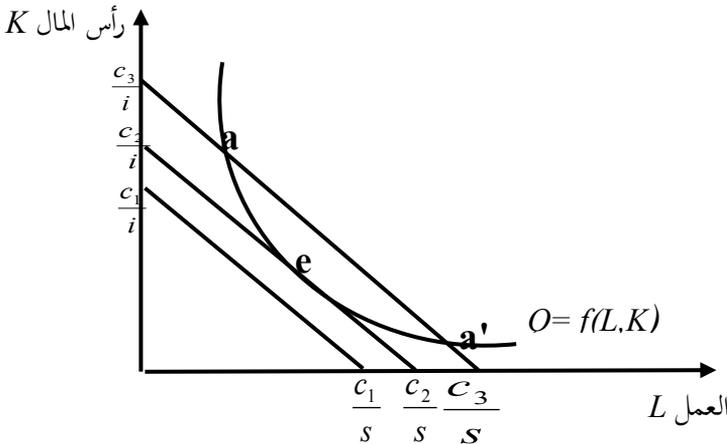
*الشرط 2: تناقص $TMST_{L,K}$ أي:

$$\frac{d^2 \ell}{dL^2} < 0 \quad , \quad \frac{d^2 \ell}{dK^2} < 0$$

2- حالة تخفيض التكاليف عند الإنتاج المحدد

عندما يتبع المنتج أسلوب الإنتاج بالطلب تكون كمية الإنتاج ونوعيتها محددة مسبقا مع الزبائن, وبالتالي لا تكون للمنتج الحرية في تغيير حجم أو نوعية الطلبات المتفق عليها.

ولتحقيق التوازن في هذه الحالة يجب اتخاذ القرار المناسب والمتمثل في تلبية طلبات الزبائن كما ونوعا وبأدنى تكلفة ممكنة. وتتضح حالة توازن المنتج بيانيا كالتالي:



الشكل 53: توازن المنتج عند تخفيض التكاليف

يلاحظ من خلال الشكل أن التركيبات a و a' و e تقع على نفس منحنى الناتج المتساوي، وهو ما يدل على أنها متساوية من حيث الإنتاج، إلا أن التركيبة e تقع على خط إنفاق أقل C_2 ، وهو ما يؤكد أن التركيبة e هي التركيبة الأفضل لأنها تضمن إنتاج الكمية المطلوبة كما ونوعا وبأقل تكلفة، إذا فالتركيبة e هي تركيبة التوازن.

شروط التوازن: تكون التركيبة e تركيبة توازن لتوفر الشرطان التاليان:

الشرط الأول: تساوي ميل منحنى الناتج المتساوي (المعدل الحدي للإحلال التقني) مع ميل خط الإنفاق أي:

$$TMST_{L,K} = \frac{-dK}{dL} = \frac{s}{i}$$

الشرط الثاني: تناقص المعدل الحدي للإحلال التقني $TMST_{L,K}$ (تكون منحنيات الناتج المتساوية محدبة بالنسبة لنقطة المبدأ).

– اشتقاق التوازن رياضيا:

بافتراض أن المنتج يعتمد على استخدامات L و K في إنتاج السلعة أو تشكيلة من السلع، حيث دالة إنتاجه: $Q = f(L,K)$ ، هذا المنتج ينتهج أسلوب الإنتاج بالطلب، وهدفه تعظيم ربحه من خلال تخفيض تكاليفه (إنفاقه).

يتم البحث عن تركيبة توازن المنتج بإتباع الخطوات التالية:

أ– إعداد البرنامج الرياضي للمنتج ويكون على النحو التالي:

$$Min \quad C = sL + iK \quad (\text{دالة الهدف})$$

$$Q = f(L,K) \quad (\text{قيد الإنتاج})$$

ب- باستخدام طريقة مضاعف لاغرانج Lagrange Multiplier، حيث يكتب البرنامج حسب هذه الطريقة كما يلي:

$$\ell = C - \lambda[f(L, K) - Q]$$

أي:

$$\ell = sL + iK - \lambda[f(L, K) - Q]$$

ج- تخفيض التكاليف، وذلك بأن تكون المشتقة الجزئية الأولى لكل متغيرات الدالة معلومة، أي:

$$\frac{d\ell}{dL} = s - \lambda \frac{df(L, K)}{dL} = 0 \dots (1)$$

$$\frac{d\ell}{dK} = i - \lambda \frac{df(L, K)}{dK} = 0 \dots (2)$$

$$\frac{d\ell}{d\lambda} = -f(L, K) + Q = 0 \dots (3)$$

من المعادلتين 1 و 2 نجد[§]:

$$\frac{s}{i} = \frac{\lambda \frac{df(L, K)}{dL}}{\lambda \frac{df(L, K)}{dK}} \Rightarrow \frac{s}{i} = \frac{PM_L}{PM_K}$$

*الشرط 1 للتوازن:

[§] المعنى الاقتصادي للمضاعف λ : من المعادلة 1 نجد أن $\lambda = s/PM_L$ ومن المعادلة 2 $\lambda = i/PM_K$ وعليه تقسّر λ بأنها تكلفة آخر وحدة منتجة باستخدام عنصر العمل L أو عناصر المال K .

$$\frac{s}{i} = \frac{PM_L}{PM_K}$$

*الشرط 2 للتوازن: تناقص $TMST_{L,K}$ أي:

$$\frac{d^2\ell}{dL^2} > 0 \quad , \quad \frac{d^2\ell}{dK^2} > 0$$

مثال توضيحي: تقدم زبون مؤسسة ما بطلبية تحتوي على 600 وحدة من السلعة Q , دالة إنتاج هذه المؤسسة معطاة بالصيغة التالية:

$$Q = 100L^{1/3} K^{2/3}$$

إذا علمت أن سعر وحدة العمل هو 4 دج وسعر وحدة رأس المال 6 دج، أجب على ما يلي:

- ما هي قيمة عنصر العمل وقيمة عنصر رأس المال الواجب توافرها وأدنى تكلفة لإنتاج الطلبية؟

- بعد دراسة تحليلية لإمكاناتها المالية تبين للمؤسسة أنها لا تملك سوى 80% من قيمة الطلبية، فما هي كمية الإنتاج التي يمكن للمؤسسة توفيرها للزبون؟

الحل:

- حساب قيمة عنصري الإنتاج L و K وأدنى تكلفة للطلبية:

$$\text{Min } C = 4L + 6K$$

st :

$$100L^{1/3} K^{2/3} = 600$$

أ- استخدام طريقة مضاعف لاغرانج:

$$\ell = 4L + 6K - \lambda \left[100L^{1/3} K^{2/3} - 600 \right]$$

ب - تخفيض التكاليف يتطلب الآتي:

$$\frac{d\ell}{dL} = 4 - \frac{100}{3} \lambda L^{-2/3} K^{2/3} = 0 \dots \dots (1)$$

$$\frac{d\ell}{dK} = 6 - \frac{200}{3} \lambda L^{1/3} K^{-1/3} = 0 \dots \dots (2)$$

$$\frac{d\ell}{d\lambda} = -100L^{1/3} K^{2/3} + 600 = 0 \dots \dots (3)$$

من المعادلتين 1 و 2 نجد أن:

$$\frac{4}{6} = \frac{\frac{100}{3} \lambda L^{-2/3} K^{2/3}}{\frac{200}{3} \lambda L^{1/3} K^{-1/3}} \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{K}{2L}$$

الشرط 01 للتوازن:

$$\frac{4}{6} = \frac{K}{2L} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{K}{L}$$

الشرط 02 للتوازن: تناقص $TMST_{L,K}$

$$\frac{d^2\ell}{dL^2} = \frac{200}{9} \lambda L^{-5/3} K^{2/3} > 0, \forall L, K, \lambda > 0$$

$$\frac{d^2\ell}{dK^2} = \frac{200}{9} \lambda L^{1/3} K^{-4/3} > 0, \forall L, K, \lambda > 0$$

من الشرط (1) للتوازن نجد:

$$K = \frac{4}{3} L$$

بالتعويض في قيد الإنتاج (المعادلة 3) نجد:

$$600 = 100L^{1/3} \left(\frac{4}{3} L \right)^{2/3} = 100L \left(\frac{4}{3} \right)^{2/3}$$

$$6 = L \left(\frac{4}{3} \right)^{2/3} = 1.2L \Rightarrow L = 5$$

$$K = \frac{4}{3} (5) = 6.66$$

ومنه أدنى تكلفة لإنتاج الطلبية هي:

$$C^* = 4(5) + 6(6.66) = 60$$

يجب على المؤسسة توفير 05 وحدات عمل و6.66 وحدة رأس مال وميزانية تقدر بـ 60 دج، لضمان إنتاج طلبية الزبون و التي تحتوي على 600 وحدة.

- كمية الإنتاج التي يمكن للمؤسسة توفيرها للزبون:

$$Max Q = 100L^{1/3} K^{2/3}$$

St :

$$48 = 4L + 6K$$

أ- استخدام طريقة لاغرانج:

$$\ell = 100L^{1/3} K^{2/3} - \lambda [4L + 6K - 48]$$

ب- تعظيم الإنتاج يتطلب الآتي:

$$\frac{d\ell}{dL} = \frac{100}{3} L^{-2/3} K^{2/3} - 4\lambda = 0 \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{d\ell}{dK} = \frac{200}{3} L^{1/3} K^{-1/3} - 6\lambda = 0 \dots \dots \dots (2)$$

$$\frac{d\ell}{d\lambda} = -4L - 6K + 48 = 0 \dots \dots \dots (3)$$

من المعادلتين 1 و 2 نجد:

$$\frac{\frac{100}{3} L^{-2/3} K^{2/3}}{\frac{200}{3} L^{1/3} K^{-1/3}} = \frac{4\lambda}{6\lambda} \Rightarrow \frac{K}{2L} = \frac{4}{6}$$

الشرط 01 للتوازن:

$$\frac{K}{L} = \frac{4}{3}$$

الشرط 02 للتوازن: تناقص $TMST_{L,K}$

$$\frac{d^2\ell}{dL^2} = \frac{-200}{9} L^{-5/3} K^{2/3} < 0, \quad \forall L, K > 0$$

$$\frac{d^2\ell}{dK^2} = \frac{-200}{9} L^{1/3} K^{-4/3} < 0, \quad \forall L, K > 0$$

$$K = \frac{4}{3} L$$

من الشرط الأول للتوازن:

بالتعويض في قيد الإنفاق نحصل:

$$48 = 4L + 6\left(\frac{4}{3} L\right) = 12L \Rightarrow L = 4$$

$$K = 5.33$$

ومنه:

أكبر كمية توفرها المؤسسة للزبون هي:

$$Q^* = 100(4)^{1/3} (5.33)^{2/3} = 480 \text{ وحدة}$$

إمكانيات المؤسسة تسمح باستخدام 4 وحدات عمل و 5.33 وحدة رأس مال، وذلك لإنتاج 480 وحدة من الطليبة.

3- حالة تعظيم الربح

قد يتخذ المنتج القرار الذي يمكنه من تحقيق أعظم ربح ممكن، وذلك عند توفر المعلومات المتعلقة بأسعار عناصر الإنتاج المستخدمة وأسعار المنتجات والميزانية المخصصة لذلك، وتتضح حالة التوازن رياضيا كالتالي:

$$\pi = R_t - C$$

$$\pi = P.Q - sL - iK$$

$$\pi = P.f(L, K) - sL - iK$$

حيث P ثابت.

يتحقق أعظم الربح عند:

$$\frac{d\pi}{dL} = P \cdot \frac{df(L, K)}{dL} - S = 0 \dots (1)$$

$$\frac{d\pi}{dK} = P \cdot \frac{df(L, K)}{dK} - i = 0 \dots (2)$$

بقسمة المعادلة 1 على المعادلة 2 نجد:

$$\frac{\left(\frac{df(L, K)}{dL}\right)}{\left(\frac{df(L, K)}{dK}\right)} = \frac{S}{i} \Rightarrow \frac{PM_L}{PM_K} = \frac{S}{i}$$

عند توفر هذه المساواة يتحقق للمنتج أعظم ربح، وبالتالي يكون في حالة توازن.

مثال توضيحي: دالة الإنتاج لمؤسسة معطاة بالعلاقة التالية:

$$Q = 2L^{1/2}K^{1/2}$$

1- حدد دالة الطلب على عنصر العمل عند $K = 16$ وحدة رأس مال.

2- أحسب الكمية من L الواجب استخدامها لتحقيق أعظم ربح، إذا علمت أن سعر

المنتج $P=4$ دج، سعر وحدة العمل $S=2$ دج، وسعر وحدة رأس المال $i=1$ دج.

الحل: 1- تحديد دالة الطلب على العمل عند $K=16$ وحدة رأس مال:

$$\pi = P.Q - C = P.2L^{1/2}K^{1/2} - sL - iK$$

$$\pi = 8PL^{1/2} - sL - 16i$$

معادلة الطلب على عنصر العمل:

$$\frac{d\pi}{dL} = 4PL^{-1/2} - s = 0$$

$$\frac{4P}{L^{1/2}} = S \Rightarrow \left(\frac{4P}{s}\right)^2 = \left(L^{1/2}\right)^2$$

ومنه دالة الطلب على عنصر العمل هي:

$$L = \left(\frac{4P}{s}\right)^2$$

2- كمية العمل الواجب استخدامها لتعظيم الربح:

$$L = \frac{16(16)}{4} = 64$$

- أعظم ربح تحققه المؤسسة:

$$\pi = 8(4)(64)^{1/2} - 2(64) - 1(16)$$

$$\pi = 112$$

عندما تستخدم المؤسسة 16 وحدة من رأس المال، عليها استخدام 64 وحدة من العمل حتى يتسنى لها تحقيق أعظم ربح ممكن بالإمكانيات التقنية المتوفرة والأسعار الحالية والمقدر بـ 112 دج.

ثانيا: أثر التغيرات في أسعار عناصر الإنتاج والتغيرات في الإنفاق

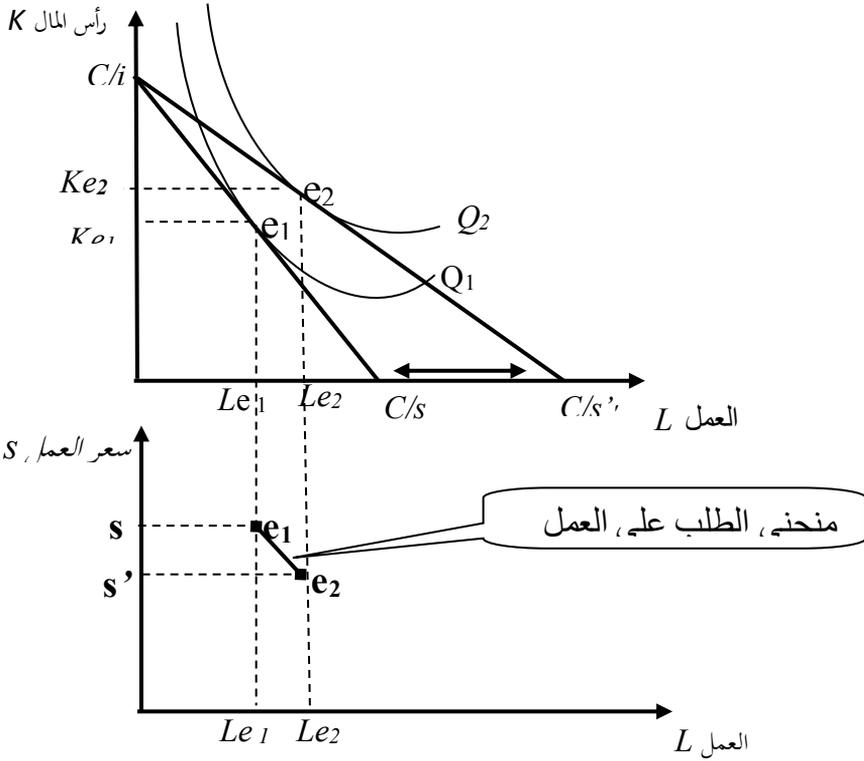
على توازن المنتج

سيتم التطرق في هذا المحور إلى أثر التغيرات في أسعار عناصر والتغيرات في الإنفاق على توازن المنتج، حيث أن ذلك سيمكن من تحديد شكل منحنى الطلب على عنصر الإنتاج واشتقاق المسار التوسعي للمنتج.

1- منحنى الطلب على عنصر الإنتاج

يتم اشتقاق منحنى الطلب على عنصر الإنتاج من فرضية تأثير المنتج بالتغيرات في أسعار عناصر الإنتاج المستخدمة.

لنفرض أن المنتج يعتمد على عنصري العمل ورأس المال في نشاطه الإنتاجي، ويكون في حالة توازن عند النقطة e_1 كما هو مبين في الشكل 54، وبافتراض انخفاض سعر وحدة العمل من s إلى s' مع ثبات الإنفاق C وسعر وحدة رأس المال i



الشكل 54: منحنى الطلب على العمل

يتضح من خلال الشكل أعلاه أن الإنفاق الحقيقي C/s قد زاد (انخفاض في التكاليف) بانخفاض سعر وحدة العمل من s إلى s' ، وبافتراض رشادة المنتج، فسيتم استغلال ذلك للزيادة في الإنتاج من خلال الانتقال من تركيبة التوازن e_1 إلى تركيبة توازن أخرى e_2 بالزيادة في طلبه على العمل من L_{e1} إلى L_{e2} وزيادة طلبه على رأس المال

من K_{e1} إلى K_{e2} . عند إدراج العلاقة بين سعر وحدة العمل S والطلب على العمل L في معلم موازي يتم الحصول على منحنى الطلب على العمل**.

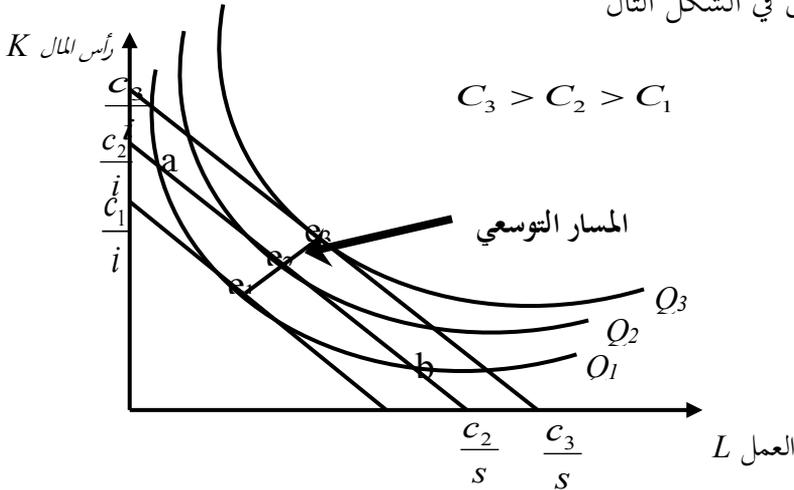
2- المسار التوسعي *Expansion Path*

تعريف: يتشكل المسار التوسعي للمنتج من خلال الربط بخطوط مستقيمة بين مختلف نقاط التوازن والناجحة من التغيرات في الإنفاق مع ثبات العوامل الأخرى (الأسعار، التكنولوجيا...).

ويعكس المسار التوسعي اقتصاديات الحجم والتوسع في النشاط وفق توقعات المنتج المستقبلية حول الطلب على منتجاته.

بافتراض أن المنتج في حالة توازن عند النقطة e_1 بتخصيص الميزانية (الإنفاق) C_1

كما هو مبين في الشكل التال



الشكل 55: المسار التوسعي للمنتج

** تحدد دوال الطلب على عنصري الإنتاج L و K وبقية العناصر الأخرى إن وجدت بنفس الطريقة المنتهجة في تحديد دوال الطلب على السلعة المستهلكة (أنظر القسم الأول).

إذا افترضنا أن هدف المنتج هو التوسع في الإنتاج، وقرر الزيادة في الإنفاق إلى C_2 يكون توازنه عند النقطة e_2 ، وإذا تكررت العملية مرة ثانية أي بزيادة الإنفاق إلى C_3 سيكون توازنه عند النقطة e_3 وهكذا...، عملية الربط بين نقاط التوازن تعطي لنا ما

يسمى بالمسار التوسعي.

مثال توضيحي: خذ معطيات المثال ما قبل الأخير ثم حدد معادلة المسار التوسعي.

الحل: معادلة المسار التوسعي نحصل عليها بكل بساطة من الشرط الأول للتوازن أي:

$$K = \frac{4}{3} L$$

حيث: $\frac{4}{3}$ تمثل ميل المسار وتفسر بأنه لكل وحدة من عنصر رأس مال لا بد من $\frac{4}{3}$ وحدة من عنصر العمل.

خلاصة الفصل

لقد تم التطرق في هذا الفصل وفي المحور الأول إلى أهم الحالات التي تواجه المنتج عند اتخاذ القرارات الهامة والمرتبطة بأهدافه (توازنه)، آخذا بعين الاعتبار نوعية النشاط وحجمه، إضافة إلى الأسلوب أو الأساليب الإنتاجية المطبقة. كما تمت معالجة توازن المنتج مع افتراض أنه ينشط في سوق حرة أين تتحدد أسعار المنتجات وأسعار عناصر الإنتاج بقوى خارجية (آليات السوق)، وقرارات المنتج تكون مبنية على المعرفة المسبقة بهذه المتغيرات، إضافة إلى إمكانياته المادية والتكنولوجية المتوفرة.

المحور الثاني خصص لمدى تأثير التغيرات في بعض أسعار عناصر الإنتاج والتغيرات في الإنفاق على توازن المنتج، وهو ما مكن من اشتقاق منحى الطلب على عنصر العمل والمسار التوسعي للمنتج.

أما المحور الثالث فقد خصص إلى أهم الحالات التي تواجه المنتج عند اتخاذ القرارات الهامة والمرتبطة بأهدافه (توازنه)، آخذا بعين الاعتبار نوعية النشاط وحجمه، إضافة إلى الأسلوب أو الأساليب الإنتاجية المطبقة. كما تمت معالجة توازن المنتج مع افتراض أنه ينشط في سوق حرة أين تتحدد أسعار المنتجات وأسعار عناصر الإنتاج بقوى خارجية (آليات السوق)، وقرارات المنتج تكون مبنية على المعرفة المسبقة بهذه المتغيرات، إضافة إلى إمكانياته المادية والتكنولوجية المتوفرة.

كما تم التطرق لمدى تأثير التغيرات في بعض أسعار عناصر الإنتاج والتغيرات في الإنفاق على توازن المنتج، وهو ما مكن من معرفة طريقة اشتقاق منحى الطلب على عناصر الإنتاج والمسار التوسعي للمنتج.

الفصل الثاني نظرية التكاليف Theory of Costs

الفصل الثالث: نظرية التكاليف

Theory of Costs

تعتبر تكاليف الإنتاج من أهم العناصر الأساسية التي تأخذ بعين الاعتبار في عمليات اتخاذ القرارات والمتعلقة بنشاطات المنتج كقرارات الإنتاج وقرارات التخزين وقرارات التسويق وقرارات الرقابة وقرارات البحث والتطوير وغيرها من القرارات على مستوى المؤسسة.

وركزت النظرية التقليدية في تحليلها لتكاليف الإنتاج على فرضية أن التكاليف تتأثر بحجم الإنتاج فقط في المدى القصير مع ثبات العوامل الأخرى (العامل التكنولوجي وأسعار عناصر (عوامل) الإنتاج)، واعتبرت هذه النظرية أن دوال التكاليف هي دوال مشتقة من دوال الإنتاج وتكتب الصيغة العامة لها كالتالي:

$$C_t = f(Q, P_f, T)$$

حيث: Q الإنتاج، P_f أسعار عناصر (عوامل) الإنتاج و T العامل التكنولوجي. ونظرا لارتباط التكاليف بالإنتاج، فقد تم تقسيم الفصل إلى ثلاثة محاور: الأول يعني بتحليل التكاليف في المدى القصير، والثاني خصص لتحليل التكاليف في المدى الطويل، أما المحور الأخير فيتناول إسهامات النظرية الحديثة للتكاليف.

المبحث الأول: التكاليف في المدى القصير

تركز النظرية التقليدية في تحليلها للتكاليف في المدى القصير على قانون تناقص الغلة، وتعتبر بأن منحنيات التكاليف في المدى القصير هي مقلوبات منحنيات الإنتاج لنفس الفترة.

وتقسم التكاليف في المدى القصير إلى تكاليف متغيرة وتكاليف إنتاج ثابتة.

أولاً: التكاليف الثابتة C_f

وتتمثل في كل الأعباء التي تتحملها المؤسسة بغض النظر عن انطلاق العملية الإنتاجية ومن أهم بنود هذه التكاليف:

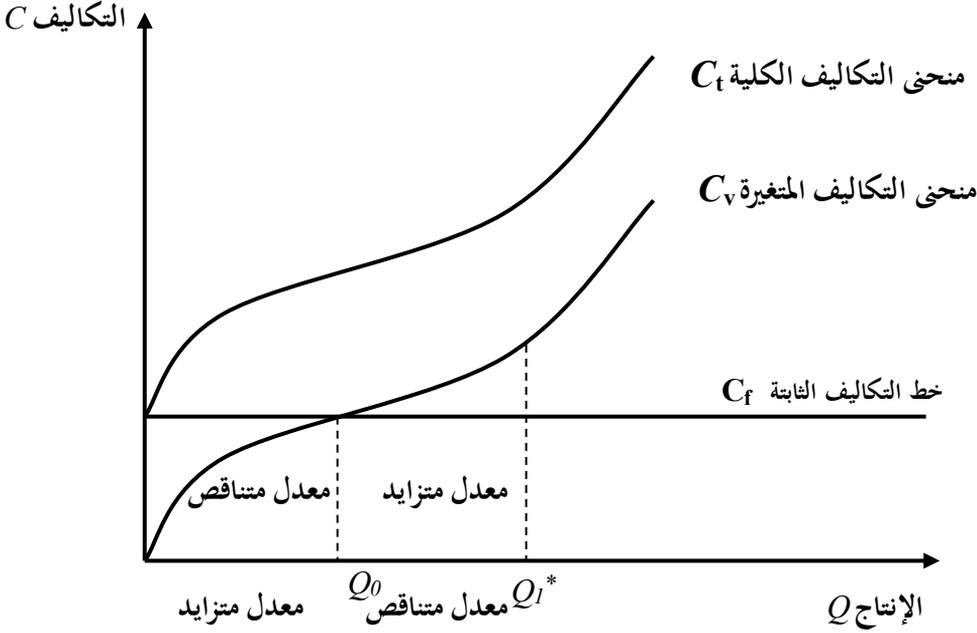
- أجور الموظفين والمستخدمين؛
- مصاريف التأمين والإضاءة والصيانة الوقائية؛
- مخصصات اهتلاك العقارات؛
- بعض الضرائب والرسوم كالضريبة الثابتة السنوية... الخ.

ثانياً: التكاليف المتغيرة C_v

وهي كل الأعباء التي تتحملها المؤسسة وهي ذات صلة مباشرة بالعملية الإنتاجية، ومن أهم بنود هذه التكاليف:

- أجور العمال؛
- المواد الأولية والمركبة والغازات؛
- فوائد على رؤوس الأموال المستثمرة؛
- مصاريف متعلقة بالصيانة العلاجية، تأمين العمال، ...؛
- بعض الضرائب والرسوم، ومنها الرسم على القيمة المضافة، الضريبة على الوحدة المباعة... الخ،

وحسب النظرية التقليدية تتأثر منحنيات التكاليف في المدى القصير بقانون تناقص الغلة والذي ينص على أنه متى تزايد الإنتاج بمعدل متزايد تتزايد التكاليف بمعدل متناقص، ومتى تزايد الإنتاج بمعدل متناقص تتزايد التكاليف بمعدل متزايد. منحنيات التكاليف في المدى القصير مبينة في الشكل الموالي:



الشكل 60: منحنيات التكاليف في المدى القصير

ما يلاحظ من خلال الشكل أعلاه أن التكاليف الثابتة عبارة عن خط مستقيم، وهو ما يدل على أنها لا تتأثر بالتغيرات في الإنتاج، أما التكاليف المتغيرة فتتزايد بمعدل متناقص حتى Q_0 وهو المجال الذي يتزايد الإنتاج بمعدل متزايد. أما المجال من Q_0 إلى Q_1^* فتتزايد فيه التكاليف بمعدل متزايد، نظرا لتزايد الإنتاج بمعدل متناقص.

ثالثا: أصناف التكاليف (معدلات التكاليف)

تصنف تكاليف الإنتاج في المدى القصير إلى أربعة أصناف أساسية وهي: التكلفة المتوسطة الثابتة، التكلفة المتوسطة المتغيرة، التكلفة المتوسطة الكلية، التكلفة الحدية، وفي ما يلي شرح لكل منها:

1- التكلفة المتوسطة الثابتة C_{mf}

تعريف: التكلفة المتوسطة الثابتة هي عبارة عن نسبة التكاليف الثابتة الإجمالية إلى مستوى الإنتاج، أي أنها تمثل حصة كل وحدة منتجة من التكاليف الثابتة وتحسب بالعلاقة التالية:

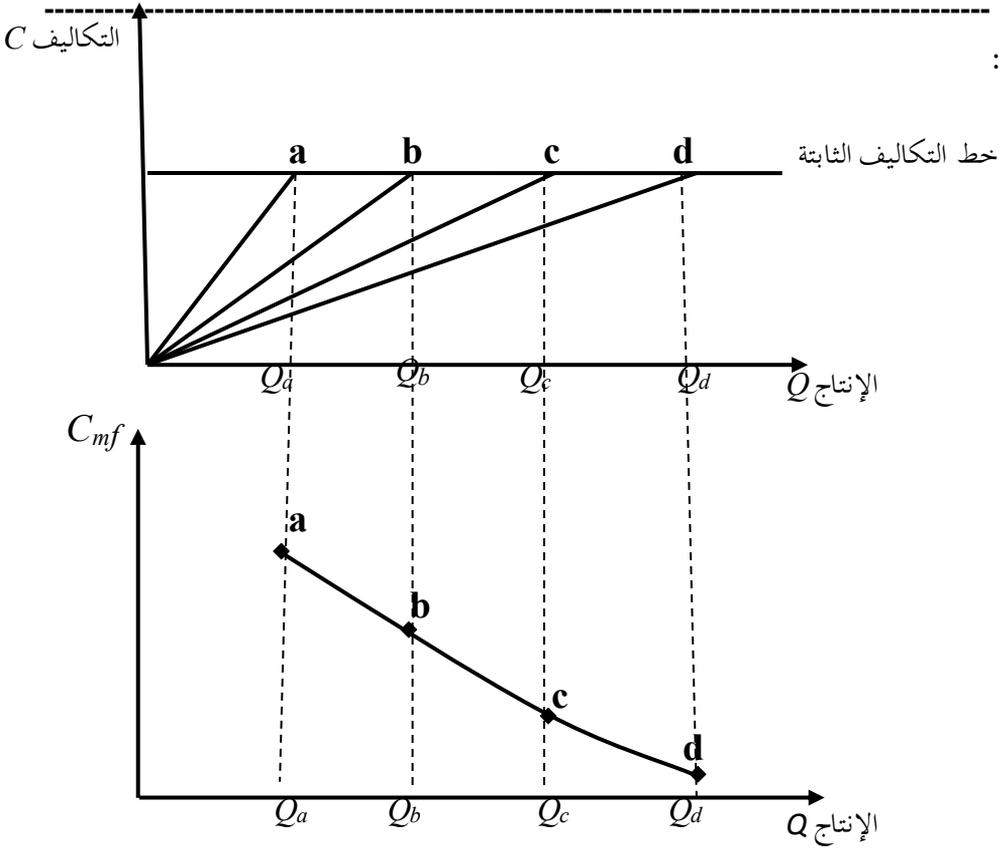
$$C_{mf} = \frac{Cf}{Q}$$

منحنى التكلفة المتوسطة الثابتة يمثل ميول خطوط مستقيمة تربط بين نقطة المبدأ والنقاط المشكلة لخط التكاليف الثابتة، ويتم اشتقاقه بيانيا كما هو مبين في الشكل 61، والذي تم من خلاله اختيار أربعة نقاط على خط التكاليف الثابتة وهي a, b, c, d ، ثم تم ربط هذه النقاط مع نقطة المبدأ بخطوط مستقيمة وبعد تحديد ميول هذه الخطوط، تم رسم معلم موازي ليتم وضع النقاط الأربعة a, b, c, d في مستويات تتلاءم وميول الخطوط، وعند عملية الربط بين هذه النقاط يتم الحصول على منحنى التكلفة المتوسطة الثابتة.

2- التكلفة المتوسطة المتغيرة C_{mv}

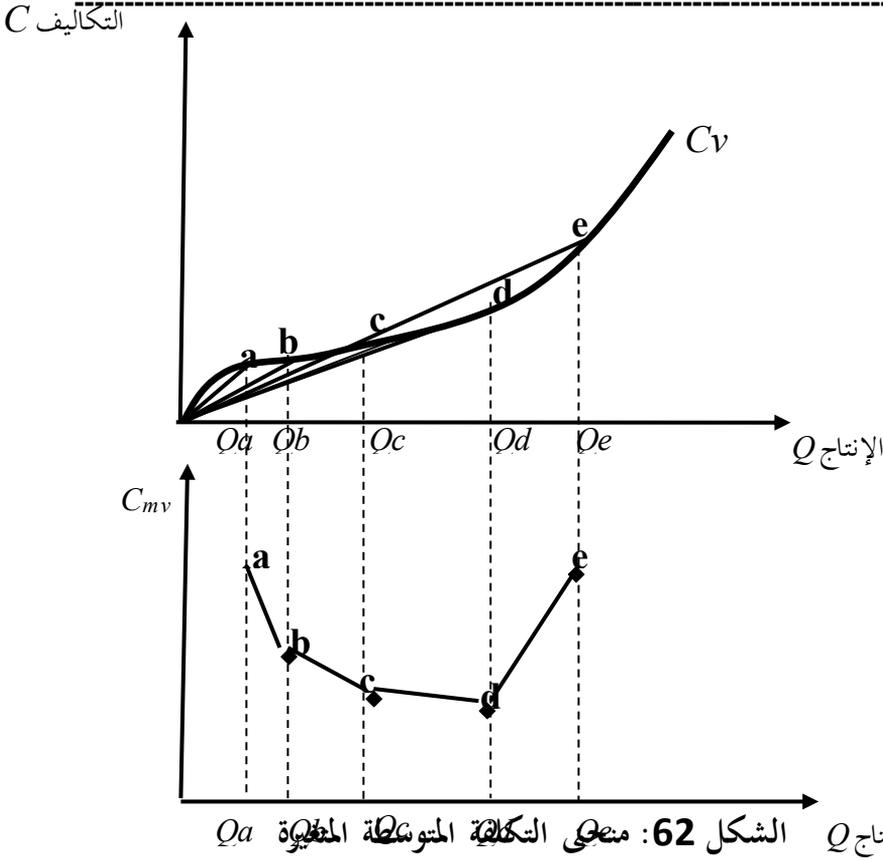
تعريف: التكلفة المتوسطة المتغيرة هي عبارة عن نسبة إجمالي التكاليف المتغيرة إلى مستوى الإنتاج، أي أنها تمثل حصة كل وحدة منتجة من التكاليف المتغيرة، وتحسب بالعلاقة التالية:

$$C_{mv} = \frac{Cv}{Q}$$



الشكل 61: منحنى التكلفة المتوسطة المتغيرة الثابتة

منحنى التكلفة المتوسطة المتغيرة يمثل ميول خطوط مستقيمة تربط بين نقطة المبدأ والنقاط المشكلة لمنحنى التكاليف المتغيرة، ويتم اشتقاقه بيانياً كما هو مبين في الشكل 62، حيث تم من خلاله اختيار خمسة نقاط على منحنى التكاليف المتغيرة وهي a, b, c, d, e، ثم تم ربط هذه النقاط مع نقطة المبدأ بخطوط مستقيمة وبعد تحديد ميول هذه الخطوط، تم رسم معلم موازي ليتم وضع النقاط a, b, c, d, e في مستويات تتلاءم وميول الخطوط، وعند عملية الربط بين هذه النقاط يتم الحصول على منحنى التكلفة المتوسطة المتغيرة.



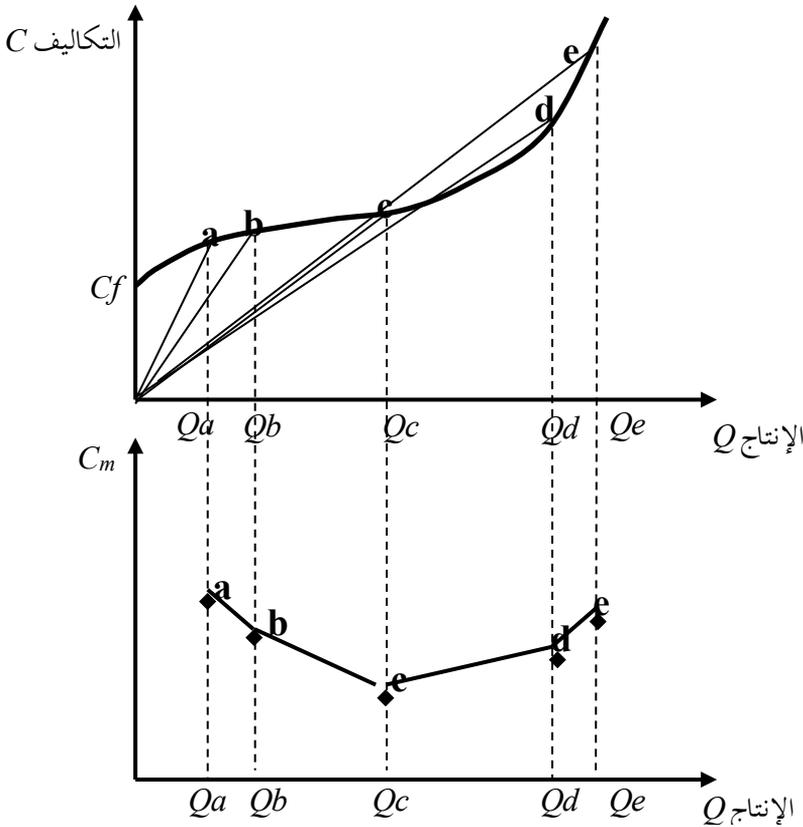
ملاحظة: النظرية التقليدية تعتبر أن منحنى التكلفة المتوسطة المتغيرة يأخذ شكل حرف U ويعكس قانون تناقص الغلة.

3- التكلفة المتوسطة الكلية C_m

تعريف: التكلفة المتوسطة الكلية هي عبارة عن نسبة التكاليف الكلية للإنتاج إلى مستوى الإنتاج، أي أنها تمثل التكلفة النهائية لإنتاج الوحدة الواحدة، وتحسب بالعلاقة التالية:

$$C_m = \frac{C_t}{Q} = C_{mf} + C_{mv}$$

منحنى التكلفة المتوسطة الكلية يمثل ميول خطوط مستقيمة تربط بين نقطة المبدأ والنقاط المشكلة لمنحنى التكاليف الكلية، ويتم اشتقاقه بيانيا كما هو مبين في الشكل 63، حيث تم من خلاله اختيار خمسة نقاط على منحنى التكاليف الكلية وهي a, b, c, d, e ، ثم تم ربط هذه النقاط مع نقطة المبدأ بخطوط مستقيمة وبعد تحديد ميول هذه الخطوط، تم رسم معلم موازي ليتم وضع النقاط a, b, c, d, e في مستويات تتلاءم وميول الخطوط، وعند عملية الربط بين هذه النقاط يتم الحصول على منحنى التكلفة المتوسطة الكلية.



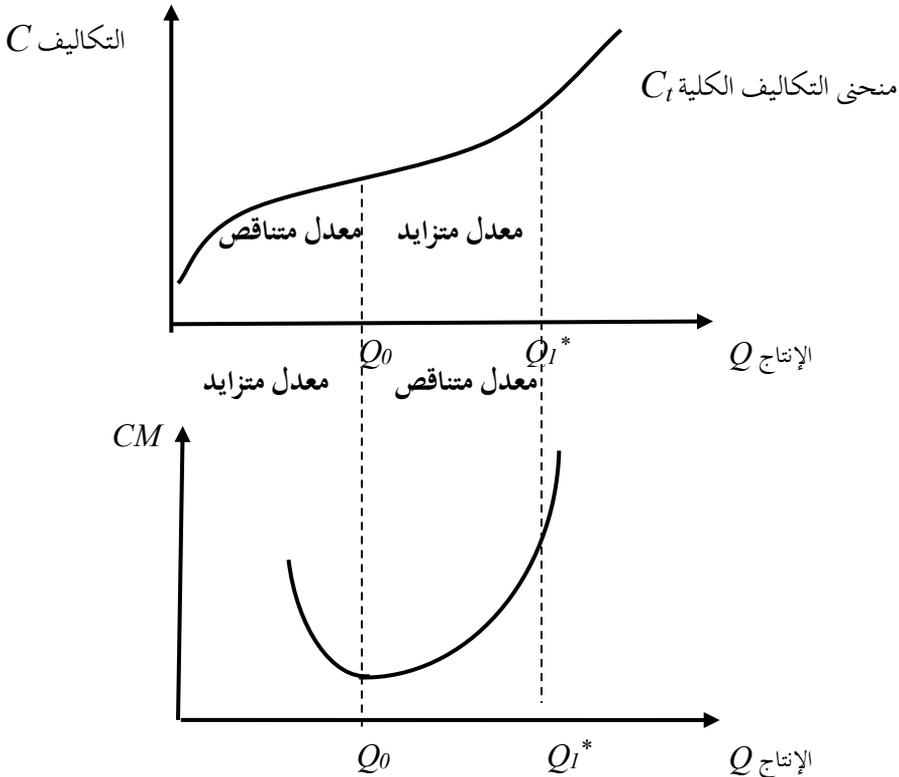
الشكل 63: منحنى التكلفة المتوسطة الكلية

4- التكلفة الحدية CM

تعريف: التكلفة الحدية هي عبارة عن التغير في التكاليف الكلية والناجم من التغير في مستوى الإنتاج بوحدة واحدة، بعبارة أخرى هي عبارة عن تكلفة آخر وحدة منتجة، وتحسب بالعلاقة التالية:

$$CM = \frac{dC_t}{dQ} = f'(Q)$$

من خلال العلاقة يستنتج أن التكلفة الحدية هي المشتقة الأولى لدالة التكلفة الكلية، وهو ما يدل على أن منحنى التكلفة الحدية هو ميل منحنى التكاليف الكلية، ويتم اشتقاقه كما هو مبين في الشكل التالي:



الشكل 64: منحنى التكلفة الحدية

يتضح من الشكل 64 أن التكلفة الحدية تتناقص متى تزايد الإنتاج بمعدل متزايد (أو تزايد التكاليف بمعدل متناقص) وتزايد التكلفة الحدية في المجال الذي يتزايد فيه الإنتاج بمعدل متناقص (أو تزايد التكاليف بمعدل متزايد).

مثال توضيحي: دالة تكاليف مؤسسة ما في المدى القصير معطاة بالعلاقة التالية:

$$C_t = 2Q^3 - 20Q^2 + 10Q + 500$$

- أحسب معدلات التكاليف في المدى القصير.

الحل: حساب معدلات التكاليف في المدى القصير:

- التكلفة المتوسطة الثابتة:

$$C_{mf} = \frac{500}{Q}$$

- التكلفة المتوسطة المتغيرة:

$$C_{mv} = 2Q^2 - 20Q + 10$$

- التكلفة المتوسطة الكلية:

$$C_m = 2Q^2 - 20Q + 10 + \frac{500}{Q}$$

- التكلفة الحدية:

$$CM = \frac{dC_t}{dQ} = 6Q^2 - 40Q + 10$$

رابعاً: العلاقة بين منحنيات التكاليف في المدى القصير

سيتم في هذه الفقرة إبراز العلاقة بين منحنيات التكاليف في المدى القصير من خلال دراسة العلاقة بين C_m و C_{mv} من جهة وعلاقتها بالتكلفة الحدية CM من جهة ثانية.

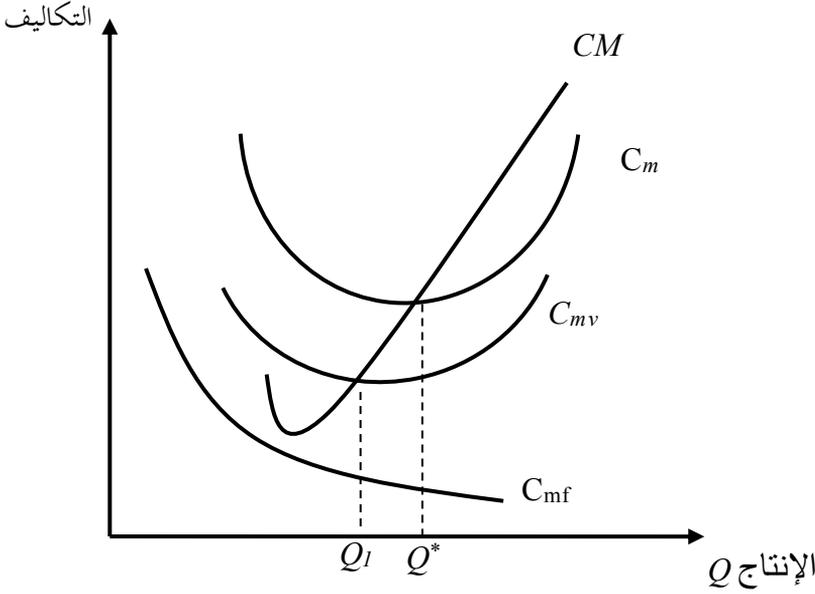
1- العلاقة بين C_m و C_{mv} .

منحنيا C_m و C_{mv} حسب النظرية التقليدية يأخذان شكل حرف U ويعكسان قانون تناقص الغلة، كما أن C_{mv} هي جزء من C_m ، إلا أن أدنى نقطة على منحنى C_m تكون إلى يمين أدنى نقطة على منحنى C_{mv} كما هو مبين في الشكل 65، ويرجع السبب في ذلك إلى الآتي:

- بين مستويي الإنتاج QI و Q^* تتناقص C_m نتيجة تناقص C_{mf} بمعدل أكبر من معدل التزايد في C_{mv} ؛
- عند Q^* (المستوى الأمثل للإنتاج في المدى القصير) يتساوى المعدلان؛
- عند أي كمية أكبر من Q^* تصبح C_m تتزايد نتيجة تزايد C_{mv} بمعدل أكبر من معدل التناقص في C_{mf} .

2- العلاقة بين CM و C_m و C_{mv}

منحنى التكلفة الحدية يقطع كل من منحنى التكلفة المتوسطة الكلية C_m ومنحنى التكلفة المتوسطة المتغير C_{mv} عند أدنى نقطتين لهما.



الشكل 65: العلاقة بين منحنيات التكاليف في المدى القصير

البرهان الرياضي على العلاقة بين منحنيات التكاليف في المدى القصير:

لتكن دالة تكاليف مؤسسة ما في المدى القصير:

$$C_t = C_m \cdot Q$$

حيث: $C_m = f(Q)$

$$CM = \frac{dC_t}{dQ} = \frac{dC_m}{dQ} Q + \frac{dQ}{dQ} C_m \quad \text{دالة التكلفة الحدية:}$$

$$CM = \frac{dC_m}{dQ} Q + C_m$$

ومنه:

ويستنتج من ذلك الآتي:

$$- \text{إذا كانت: } \frac{dC_m}{dQ} < 0 \text{ تكون } CM < C_m$$

- إذا كانت: $\frac{dC_m}{dQ} = 0$ تكون $CM = C_m$ ؛

- إذا كانت: $\frac{dC_m}{dQ} > 0$ تكون $CM > C_m$.

كما يمكن إسقاط هذا الاستنتاج على العلاقة بين التكلفة المتوسطة المتغيرة C_{mv} والتكلفة الحدية CM حيث أن:

$$CM = \frac{dC_v}{dQ} = \frac{dC_{mv}}{dQ} Q + \frac{dQ}{dQ} C_{mv}$$

ومنه:

$$CM = \frac{dC_{mv}}{dQ} Q + C_{mv}$$

ويستنتج من ذلك الآتي:

- إذا كانت: $\frac{dC_{mv}}{dQ} < 0$ تكون $CM < C_{mv}$ ؛

- إذا كانت: $\frac{dC_{mv}}{dQ} = 0$ تكون $CM = C_{mv}$ ؛

- إذا كانت: $\frac{dC_{mv}}{dQ} > 0$ تكون $CM > C_{mv}$.

خامسا: مراحل الإنتاج في المدى القصير

تستخدم منحنيات التكاليف في تقسيم الفضاء الإنتاجي للمنتج إلى ثلاثة مراحل، نظرا لأنه وكما ذكرنا آنفا أن منحنيات التكاليف في المدى القصير هي مقلوبات منحنيات الإنتاج لنفس الفترة من وجهة نظر النظرية التقليدية، والتي تعتمد على قانون تناقص الغلة في تحديد أشكال هذه المنحنيات.

المرحلة 01: تتميز هذه المرحلة بتناقص التكلفة المتوسطة المتغيرة، ويتحدد مجالها كما يلي:

$$\left[\begin{array}{l} \frac{dC_{mv}}{dQ} = 0 \\ Q = 0 \end{array} \right. , \left. \begin{array}{l} \text{أو} \\ C_{mv} = CM \end{array} \right]$$

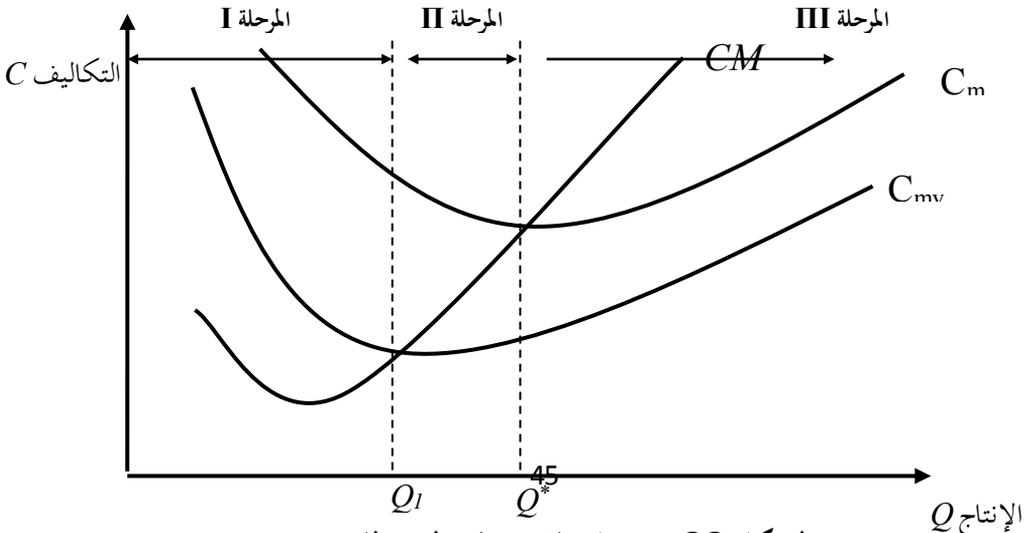
المرحلة 02: وتمثل مرحلة الكفاءة الاقتصادية وتتميز بتزايد التكلفة المتوسط المتغيرة إلى مستوى الإنتاج الأمثل ويتحدد مجالها كالتالي:

$$\left[\begin{array}{l} \frac{dC_{mv}}{dQ} = 0 \\ C_{mv} = CM \end{array} \right. , \left. \begin{array}{l} \frac{dC_m}{dQ} = 0 \\ \text{أو} \\ C_m = CM \end{array} \right]$$

المرحلة 03: وهي مرحلة غير اقتصادية وتتميز بتزايد كل من التكلفة المتوسطة المتغيرة C_{mv} ، التكلفة المتوسطة الكلية C_m والتكلفة الحدية CM ويتحدد مجالها كالتالي:

$$\left[\begin{array}{l} \frac{dC_m}{dQ} = 0 \\ \text{أو} \\ C_m = CM \end{array} \right. , \left. C_t = +\infty \right]$$

الشكل رقم 66 يوضح المراحل الإنتاجية باستخدام منحنيات التكاليف.



الشكل 66: مراحل الإنتاج في المدى للقصير

المبحث الثاني: التكاليف في المدى الطويل

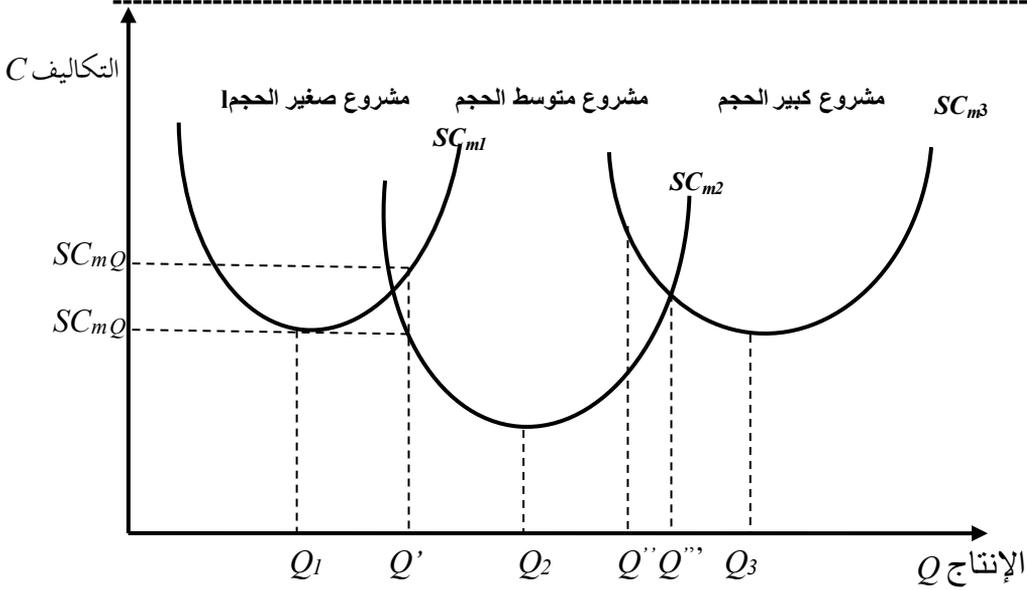
اعتمدت النظرية التقليدية في تحليلها للتكاليف في المدى الطويل على قانون غلة (وفرات) الحجم، كما تعتبر أن كل العوامل المؤثرة في التكاليف تكون متغيرة في المدى الطويل وهي مستويات الإنتاج، أسعار عناصر الإنتاج وحجم ونوعيات التكنولوجيات المستخدمة.

وتحليل التكاليف حسب هذه النظرية يركز على قرارات الإنتاج في المدى الطويل، حيث تقدر التكاليف في المدى الطويل مباشرة بعد تقدير مستويات الإنتاج المراد تحقيقها، وفي هذا المحور سنتطرق إلى نوعين من التكاليف وهما: التكلفة المتوسطة الكلية والتكلفة المتوسطة الحدية.

أولاً: التكلفة المتوسطة الكلية LC_m

تعتبر النظرية التقليدية أن منحني التكلفة المتوسطة الكلية في المدى الطويل هو عبارة عن منحني غطاء لمنحنيات التكلفة المتوسطة في المدى القصير (SC_m)، كما تعتبره منحني تخطيط، لأنه يعكس التوقعات المستقبلية للمنتج حول الطلب على منتجاته، حيث يتم من خلال ذلك اختيار حجم المشروع أو المشروعات التي تفي بالطلب المستقبلي.

بافتراض أن مؤسسة ما أمامها الاختيار بين ثلاثة مشروعات للإيفاء بالطلب السوقي: مشروع صغير الحجم أو مشروع متوسط الحجم أو مشروع كبير حجم، ومنحنيات التكلفة النهائية لإنتاج الوحدة الواحدة (منحني التكلفة المتوسطة الكلية) لكل مشروع مبينة في الشكل 67.

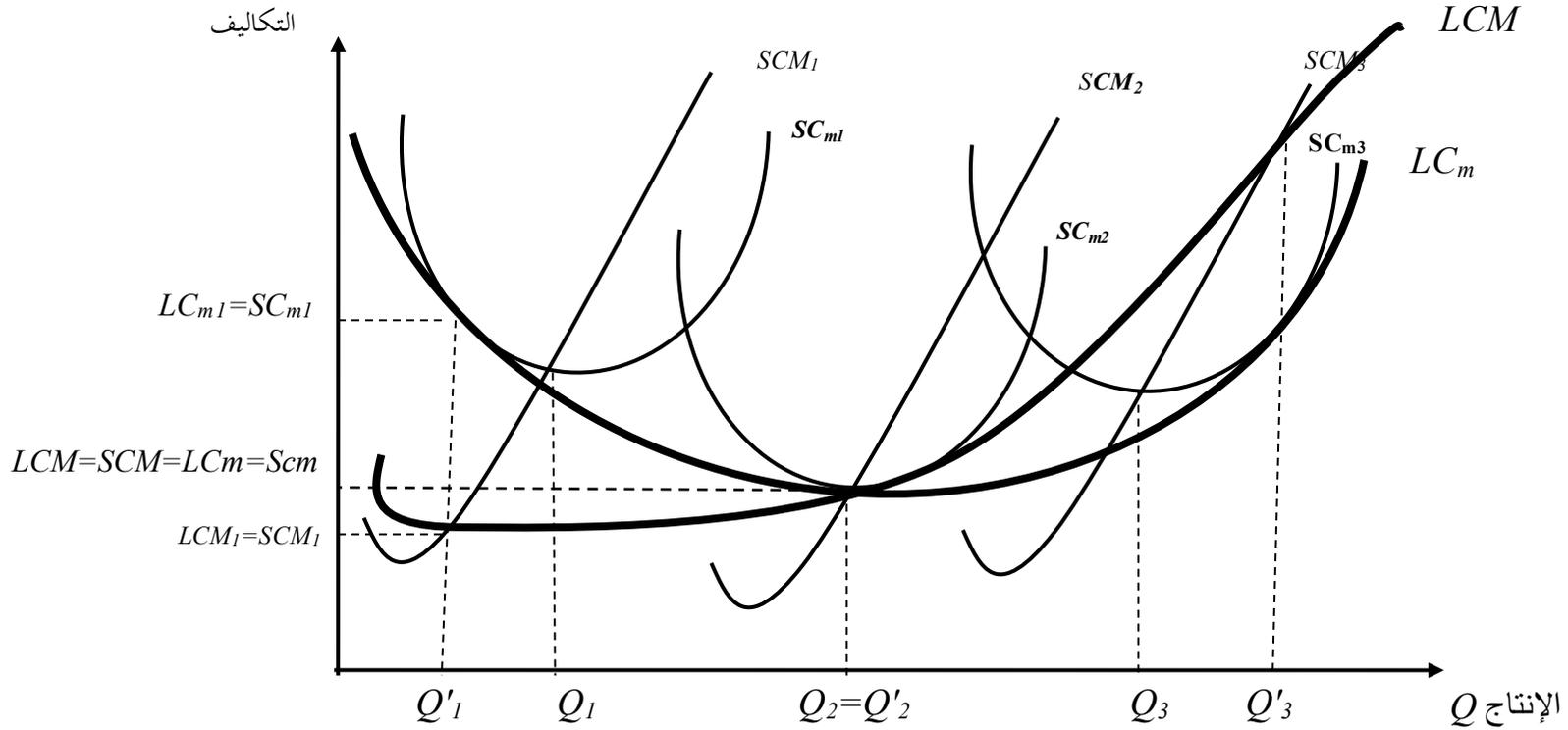


الشكل 67: الاختيار بين المشروعات في المدى الطويل

لنفرض أن المنتج يعمل حالياً بالمشروع صغير الحجم وينتج عند أدنى تكلفة متوسطة، أي أنه ينتج الكمية Q_1 ، ولنفرض أنه يتوقع زيادة في الطلب السوقي على منتجاته إلى Q' ، فعملية إبقاء العمل بالمشروع صغير الحجم أو توسيع المشروع إلى متوسط الحجم تتوقف على تكلفة الوحدة عند الكمية Q' ، حيث تكون تكلفة الإنتاج عند الإبقاء على المشروع الأول هي SC_{mQ1} وعند التوسع في النشاط واختيار المشروع متوسط الحجم تكون تكلفة الوحدة هي SC_{mQ} وهي أقل من الأولى، لهذا سيكون القرار بتوسيع المشروع إلى متوسط الحجم. كما يتم الاختيار بين المشروع متوسط الحجم وكبير الحجم بنفس الطريقة، أما إذا كان المنتج يعمل بالمشروع كبير الحجم وينتج الكمية Q_3 ويتوقع انخفاض الطلب إلى Q'''' ، حيث التكلفة تكون متساوية، هنا يكون أمامه الاختيار بين المحافظة على المشروع الثالث أو التقليل من حجم نشاطه وفق اعتبارات أخرى غير التكلفة.

يتم اشتقاق منحنى التكلفة المتوسطة الكلية في المدى الطويل LC_m بناءً على التوقعات المستقبلية حول الطلب السوقي، فعند تعميم الفكرة السابقة والمتعلقة بالاختيار بين المشروعات الثلاثة يكون منحنى التكلفة المتوسطة الكلية في المدى الطويل منحنى غطاء لمنحنيات التكلفة المتوسطة في المدى القصير SC_m ويكون مماساً للمنحنى SC_{m1} عند Q'_1 (إلى يسار أدنى نقطة)، ومماساً لمنحنى SC_{m2} عند Q'_2 (عند أدنى نقطة)، ومماساً لمنحنى SC_{m3} عند Q'_3 (إلى يمين أدنى نقطة) أنظر الشكل 68.

ملاحظة: النظرية التقليدية تعتبر أن منحنى التكلفة المتوسطة في المدى الطويل يأخذ شكل الحرف U ويعكس قانون غلة الحجم.



الشكل 68: منحني التكلفة المتوسطة ومنحني التكلفة الحدية في المدى الطويل



ثانيا: التكلفة الحدية LCM

منحنى التكلفة الحدية في المدى الطويل لا يعتبر منحني غطاء لمنحنيات التكلفة الحدية في المدى القصير ولا يمثل منحني تخطيط، وإنما هو عبارة عن أداة تساعد على معرفة السياسات الإنتاجية أو الاستثمارية المنتهجة من قبل المؤسسة في المدى الطويل.

ويتم اشتقاق منحني التكلفة الحدية في المدى الطويل من خلال نقاط المماس بين منحنيات التكلفة المتوسطة في المدى القصير ومنحنى التكلفة المتوسطة في المدى الطويل، حيث تتساوى عند هذه النقاط التكلفة الحدية في المدى القصير مع التكلفة الحدية في المدى الطويل، فمن خلال الشكل 68 يلاحظ أنه عند مستوى الإنتاج Q_1 يكون منحني التكلفة المتوسطة في المدى القصير مماس لمنحنى التكلفة المتوسطة في المدى الطويل ويتقاطع منحني التكلفة الحدية في المدى القصير مع منحني التكلفة الحدية في المدى الطويل، أي أنه يتحقق الآتي:

$$SCM_1 = LCM < SC_{m1} = LC_m$$

وعند مستوى الإنتاج Q_2 يحدث نفس الشيء ويتحقق:

$$SCM_2 = LCM = SC_{m2} = LC_m$$

وعند مستوى الإنتاج Q_3 يتحقق:

$$SCM_3 = LCM > SC_{m3} = LC_m$$

يستنتج من خلال كل ما تقدم أن المساواة بين معدلات التكاليف في المديين القصير والطويل تحقق عند

مستوى الإنتاج Q_2 ، أين يتحقق الشرط التالي:

$$SCM_2 = LCM = SC_{m2} = LC_m$$

وهو شرط توازن المنتج أو المؤسسة في المدى الطويل، والمؤسسة التي تعمل عند هذا

المستوى تتبنى سياسة إنتاجية أو استثمارية مثلى.

مثال توضيحي: دالتا تكاليف مؤسسة ما في المديين الطويل والقصير هما:

$$C_1 = 2Q^3 - 40Q^2 + 2500Q \quad (\text{دالة التكاليف في المدى الطويل})$$

$$C_2 = 3Q^3 - 50Q^2 + 2400Q + 1000 \quad (\text{دالة التكاليف في المدى القصير})$$

- ما هي السياسة الاستثمارية المتبعة من طرف المؤسسة؟



الحل: أ- السياسة الاستثمارية المثلى تتحقق عند اختيار المشروع الذي يحقق أدنى تكلفة لإنتاج الوحدة الواحدة في المدى الطويل أي:

$$LC_m = 2Q^2 - 40Q + 2500$$

$$\frac{dLC_m}{dQ} = 0 \implies 4Q - 40 = 0 \implies Q^* = 10$$

إذا السياسة المثلى تتحقق عند إنتاج 10 وحدات من Q.

ب- التأكد من السياسة المتبعة من قبل المؤسسة:

$$LC_m = 2Q^2 - 40Q + 2500 = 2300$$

$$LCM = 6Q^2 - 80Q + 2500 = 2300$$

$$SC_m = 3Q^2 - 50Q + 2400 - \frac{1000}{Q} = 2300$$

$$SCM = 9Q^2 - 100Q + 2400 = 2300$$

ما يلاحظ من خلال النتائج أن تكلفة الوحدة في المدينين القصير والطويل متساوية بـ 2300 ون، وهو ما

يدل على أن المؤسسة تنتهج سياسة استثمارية مثلى.

الاشتقاق الرياضي لدالة التكاليف من دالة الإنتاج

لفرض أن دالة الإنتاج لمؤسسة ما معطاة بالعلاقة التالية:

$$Q = b_0 L^{b_1} K^{b_2}$$

حيث دالة الإنفاق هي:

$$C = sL + ik$$

المهدف هو البحث عن دالة التكاليف التي تأخذ الصيغة العامة التالية:

$$C = f(Q)$$

لنبدأ ببرنامج المؤسسة التالي:

$$\text{Maximise } Q = b_0 L^{b_1} K^{b_2}$$

Subject to:

$$C = sL + ik$$

باستخدام مضاعف لاغرانج نجد:

$$\varphi = b_0 L^{b_1} K^{b_2} - \lambda(sL + ik - C)$$

يتم تعظيم الإنتاج باشتقاق الدالة بالنسبة للمتغيرات الثلاثة L، K و λ والمساواة بالصفر:



$$\frac{d\varphi}{dL} = b_1 b_0 L^{b_1-1} K^{b_2} - s\lambda = 0 \dots (1)$$

$$\frac{d\varphi}{dK} = b_2 b_0 L^{b_1} K^{b_2-1} - i\lambda = 0 \dots (2)$$

$$\frac{d\varphi}{d\lambda} = -sL - iK + C = 0 \dots (3)$$

من المعادلتين 1 و 2 نجد:

$$\frac{b_1 b_0 L^{b_1-1} K^{b_2}}{b_2 b_0 L^{b_1} K^{b_2-1}} = \frac{s\lambda}{i\lambda} \Rightarrow \frac{b_1 K}{b_2 L} = \frac{s}{i}$$

ومنه:

$$K = \frac{b_2 L s}{b_1 i}$$

بالتعويض بقيمة K في دالة الإنتاج نحصل على:

$$Q = b_0 L^{b_1} \left(\frac{b_2 L s}{b_1 i} \right)^{b_2}$$

ومنه نحصل لـ:

$$Q = b_0 L^{b_1+b_2} \left(\frac{b_2 s}{b_1 i} \right)^{b_2}$$

أي أن:

$$L = \left[\frac{Q}{b_0 \left(\frac{b_2 s}{b_1 i} \right)^{b_2}} \right]^{1/b_1+b_2}$$

$$L = \left(\frac{Q}{b_0} \right)^{1/b_1+b_2} \left(\frac{b_1 i}{b_2 s} \right)^{b_2/b_1+b_2}$$

وحيث أن:

$$K = \frac{b_2 L s}{b_1 i}$$

وبالتعويض بقيمة K نحصل على:

$$K = \left(\frac{Q}{b_0} \right)^{1/b_1+b_2} \left(\frac{b_2 s}{b_1 i} \right)^{b_1/b_1+b_2}$$

ومنه دالة تكاليف الإنتاج هي:

$$C = \left(\frac{Q}{b_0} \right)^{1/b_1+b_2} \left[s \left(\frac{b_1 i}{b_2 s} \right)^{b_2/b_1+b_2} + i \left(\frac{b_2 s}{b_1 i} \right)^{b_1/b_1+b_2} \right]$$



خلاصة الفصل

لقد تم التطرق في هذا الفصل لأهم أنواع التكاليف التي تتحملها المؤسسة في المدين القصير والطويل، ومن خلالها تم تصنيف تكاليف الإنتاج حسب الأفق الزمني إلى تكاليف في المدى القصير وتكاليف في المدى الطويل.

لقد تبين أن تحليل النظرية التقليدية للتكاليف في المدى القصير يعتمد على قانون تناقص الغلة، مما جعل منحنيات التكاليف هي مقلوبات منحنيات الإنتاج. أما تحليل التكاليف في المدى الطويل فارتكز على توقعات المنتج حول مستقبل الطلب على منتجاته، وهو ما جعل منحنى التكلفة المتوسطة في المدى الطويل يعكس قانون غلة الحجم من وجهة نظر النظرية التقليدية.

تحديد أشكال منحنيات التكاليف في المدين القصير والطويل مكن من تحديد وضعية توازن المؤسسة في ظل ثبات المستويات التكنولوجية المستخدمة وثبات أسعار المنتجات.

أما النظرية الحديثة للتكاليف، فقد اعتمدت في تحليلها للتكاليف على احتفاظ المؤسسة باحتياطي في قدرتها الإنتاجي يستخدم حسب توقعاتها المستقبلية حول الطلب على منتجاتها. هذا التحليل جعل أشكال منحنيات التكاليف في المدين القصير والطويل مختلفة عن تلك التي جاءت بها النظرية التقليدية.

القسم الثالث: نظرية المؤسسة

الفصل الأول سوق المنافسة الكاملة

الفصل الأول: سوق المنافسة الكاملة Perfect Competition Market

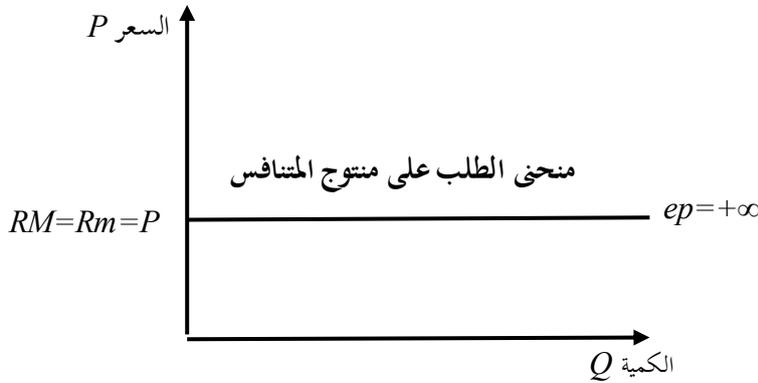
تتميز سوق المنافسة الكاملة بالغياب التام للتنافس (*no rivalry*) فيما بين المؤسسات العارضة للسلع والخدمات، وهذا على عكس الاعتقاد السائد فيما بين المستهلكين ورجال الأعمال، ومن أهم خصائص هذه السوق:

1- وجود عدد كبير من الباعة والمشتريين

تتميز سوق المنافسة الكاملة بوجود عدد كبير من المؤسسات العارضة والمستهلكين، بحيث أن الكمية المعروضة من طرف أي مؤسسة تعتبر ضئيلة جدا مقارنة بالكمية المعروضة في السوق، وكذلك الحال بالنسبة للمستهلكين، فلا وجود لقوة استهلاكية تحتكر الطلب، وبالتالي فالمؤسسة العارضة أو المستهلك لن يؤثر على السعر فهما آخذان للسعر (price takers) الذي يتحدد بقوى العرض والطلب.

2- تجانس السلع

تتكون سوق المنافسة الكاملة من مجموعة من المؤسسات العارض لسلع وخدمات متجانسة، بحيث أن المستهلكين لا يستطيعون التمييز بين المنتجات المعروضة، سواء من حيث النوعية أو السعر. وعند الأخذ بعين الاعتبار الفرضيتين السابقتين يمكن القول أن المؤسسة العارضة تواجه منحني طلب على منتجاتها مرنة تماما كما هو مبين في الشكل التالي:



الشكل 69: منحني الطلب على منتج المنافسة

الشكل 01 يظهر أنه مهما كان حجم الكمية المعروضة من طرف المتنافس يبقى السعر ثابت بـ P ، كما أن منحني الطلب على منتج المنافسة يعتبر منحني الإيراد الحدي RM وهو أيضا منحني الإيراد المتوسط Rm .⁶

⁶الإيراد الحدي: هو عبارة عن التغير في الإيراد الكلي للمتنافس (المؤسسة العارضة) والناتج من التغير في الكمية المعروضة بوحدة واحدة، مع

$$ثبات العوامل الأخرى، أي: $RM = \frac{dRt}{dQ} = P$$$

الإيراد المتوسط: هو عبارة عن نسبة الإيراد الكلي للمؤسسة العارضة إلى عدد الوحدات المعروضة من سلعة أو خدمة ما، أي:

$$Rm = \frac{Rt}{Q} = P$$



3- تعظيم الربح

كل المؤسسات العارضة في سوق المنافسة الكاملة تهدف إلى تعظيم أرباحها، وليس لها أهداف أخرى يمكن الإشارة إليها.

4- حرية الدخول والخروج من السوق

لا توجد عوائق أو شروط مسبقة للدخول أو الخروج من السوق، إلا أن هذه العملية قد تأخذ وقت، فكل المؤسسات لها الحرية التامة في الدخول والخروج منها، والأمر يتوقف على إمكانيات المؤسسة وتكاليف نشاطها.

5- عدم وجود تدخل حكومي

لا يوجد أي نوع من التدخل الحكومي في هذه السوق من خلال فرض ضرائب أو تقديم إعانات لبعض المؤسسات العارضة دون الأخرى. هذه الخاصية تؤكد صحة فرضية أن المؤسسة آخذة للسعر وان منحى الطلب على منتجها مرن تماما.

هيكل السوق عند توفر الخصائص الخمس المذكورة أعلاه يجعلها سوق منافسة تامة، وهي تختلف عن سوق المنافسة الكاملة، إلا عند توفر الخاصيتين التاليتين:

أ- حرية تداول المعلومات

يفترض أن تكون المعلومات حول السوق متوفرة بشكل كامل ومتساوي لكل المتنافسين، وخاصة فيما يتعلق بالأسعار، الكميات المطلوبة والمعروضة، نوعية السلع المعروضة، نوعية المستهلكين الحاليين والمستقبليين وأذواقهم وعدد المؤسسات المتنافسة... الخ.

ب- حرية تنقل عناصر الإنتاج

كل العارضون للسلع والخدمات يتمتعون بنفس درجة الحرية في الحصول على عناصر الإنتاج اللازمة لأنشطتهم من عمالة ورؤوس أموال وتكنولوجيا وغيرها، ولا تكون حكر على البعض دون البعض الآخر. عند توافر كل الخصائص السابقة الذكر، فإن السوق تأخذ شكل سوق منافسة كاملة، وفي هذا الفصل ستم دراسة توازن هذه السوق في الأمدين القصير والطويل.

المبحث الأول: توازن السوق (الصناعة) في المدى القصير

عملية تحديد وضعية توازن سوق المنافسة الكاملة في المدى القصير تتطلب اشتقاق منحى عرض السوق أو الصناعة، والذي يتطلب بدوره اشتقاق منحى عرض المؤسسة العارضة، واشتقاق منحى عرض المؤسسة المتنافسة يتطلب بدوره تحديد وضعية توازنها في المدى القصير.



أولاً: توازن المؤسسة في المدى القصير

تكون المؤسسة العارضة (المتنافسة) في سوق المنافسة الكاملة في حالة توازن في المدى القصير عند عرض الكمية التي تحقق لها أعظم ربح ممكن بالأسعار المحددة في السوق. وتوجد طريقتان لاشتقاق توازن المؤسسة المتنافسة في المدى القصير وهما: الطريقة الكلية والطريقة الحدية.

1- الطريقة الكلية

تكون المؤسسة المتنافسة في حالة توازن حسب هذه الطريقة عند عرض الكمية التي يكون عندها الفارق بين الإيرادات المحصل عليها والتكاليف أعظمي، أي:

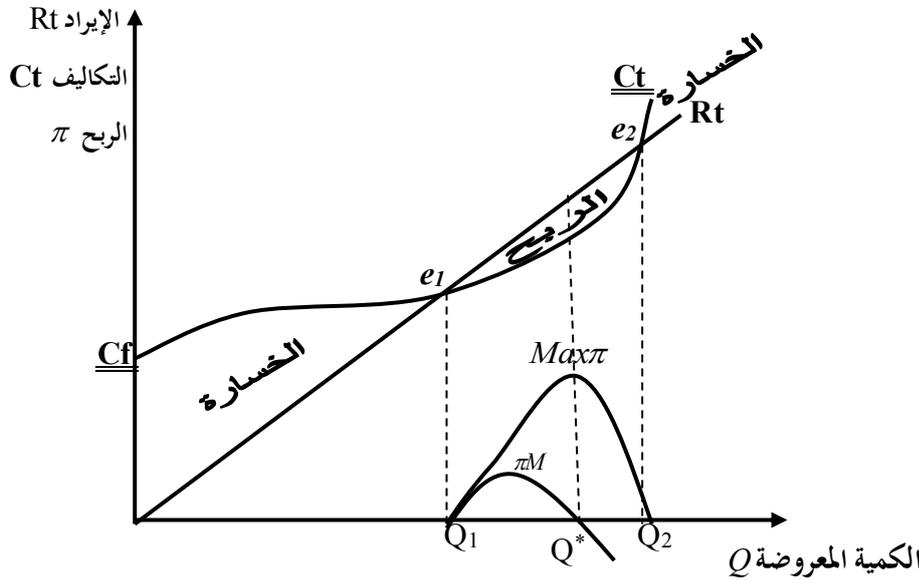
$$\pi = R_t - C_t$$

حيث: π الربح، R_t الإيرادات و C_t التكاليف.

كما يمكن تحديد كمية توازن المؤسسة المتنافسة من زاوية أخرى أين يكون ربح آخر وحدة معروضة معدوم (الربح الحدي يساوي الصفر)، أي:

$$\pi_M = d\pi/dQ = 0$$

يتم اشتقاق توازن المؤسسة المتنافسة بيانياً وحسب الطريقة الكلية كما هو موضح في الشكل التالي:



الشكل 702: توازن المؤسسة وفق الطريقة الكلية

ما يلاحظ على الشكل أعلاه أنه وبالاعتماد على منحنى التكاليف الكلية وخط الإيرادات الكلية يتم اشتقاق منحنى الربح الكلي والذي يكون موجبا بين نقطتي التعادل e_1 و e_2 ، ويتحقق أكبر ربح عند الكمية Q^* .



أين يتحقق أكبر فارق بين التكاليف الكلية والإيرادات، وفي نفس الوقت يكون الربح الحدي معدوم، كمية التوازن في المدى القصير هي الكمية Q^* ويتحقق عندها الشرط التالي:

$$\pi_M = d\pi/dQ = 0$$

$$d^2\pi/dQ^2 < 0$$

مثال توضيحي: مؤسسة ما تنتج وتسوق منتوجها في سوق تسوده المنافسة الكاملة، وكانت دالة تكاليفها الكلية كالتالي:

$$C_t = 2Q^3 - 10Q^2 + 20Q + 9$$

أحسب الكمية التي تحقق لهذه المؤسسة أعظم ربح ممكن (التوازن)، علما بأن سعر الوحدة من Q في السوق يقدر بـ 14 دج.

الحل: إيجاد كمية توازن المؤسسة عند سعر 14 دج يتطلب المرور بالخطوات التالية:

1- دالة التكاليف الكلية:

$$C_t = 2Q^3 - 10Q^2 + 20Q + 9$$

2- دالة الإيرادات الكلية :

$$R_t = PQ = 14Q$$

3- دالة الربح الكلي:

$$\pi = R_t - C_t = 14Q - 2Q^3 + 10Q^2 - 20Q - 9$$

$$\pi = -2Q^3 + 10Q^2 - 6Q - 9$$

4- دالة الربح الحدي:

$$\pi_M = \frac{d\pi}{dQ} = -6Q^2 + 20Q - 6$$

5- كمية التوازن إذن:

$$\pi_M = 0 \Rightarrow -6Q^2 + 20Q - 6$$

$$\Delta = 256 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 16$$

$$Q_1 = 3 \text{ وحدات}$$

$$Q_2 = -\frac{1}{3} \text{ وحدة}$$

كمية التوازن هي 3 وحدات، ومنه أعظم ربح تحققه المؤسسة يقدر بـ 9 دج أي:

$$\pi_t^* = -2(27) + 90 - 18 - 9 = 9 \text{ دج}$$

2- الطريقة الحدية

تكون المؤسسة المتنافسة في حالة توازن حسب هذه الطريقة عند عرض الكمية التي تتساوى عندها تكلفة



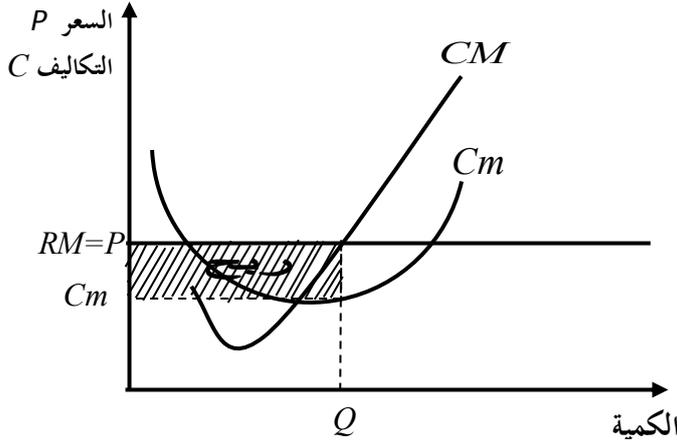
آخر وحدة معروضة بسعر البيع (التكلفة الحدية تساوي سعر بيع الوحدة) أي:

$$CM = P \text{ (شرط الربحية)}$$

إلا أن هذا الشرط غير كاف لتحقيق أعظم ربح، بل لابد من أن تكون تكلفة الوحدة المنتجة أقل تماما من سعر بيعها، أي:

$$Cm < P \text{ (شرط الربحية)}$$

ويتم اشتقاق توازن المؤسسة المتنافسة حسب الطريقة الحدية بيانيا كما يلي:



الشكل 71: توازن المؤسسة وفق الطريقة الحدية

يتضح من الشكل رقم 03 أن Q^* هي كمية التوازن لتوافر الشرطين السابقين، إضافة إلى أنه يجب أن يكون ميل منحنى التكلفة الحدية أكبر من ميل خط الطلب (ميل منحنى الإيراد الحدي)، لأن المؤسسة لابد أن تنفق مبالغ إضافية كتكاليف إنتاج للزيادة في الكمية المعروضة، وتحقق أعظم ربح والممثل بمساحة المستطيل:

$$(P - Cm)Q^*$$

مثال توضيحي: خذ معطيات المثال السابق ثم ابحث عن توازن المؤسسة باستخدام الطريقة الحدية.

الحل: إيجاد كمية توازن المؤسسة عند السعر 14 دج يتطلب المرور بالخطوات التالية:

1- دالة التكلفة الحدية:

$$CM = 6Q^2 - 20Q + 20$$

2- دالة التكلفة المتوسطة:

$$Cm = 6Q^2 - 10Q + 20 + \frac{9}{Q}$$

3- التوازن:



$$CM = P \Rightarrow 6Q^2 - 20Q + 20 = 14$$

$$\Rightarrow 6Q^2 - 20Q + 6 = 0$$

$$\Delta = 256, \quad \sqrt{\Delta} = 16$$

$$Q_1 = 3 \text{ وحدة}$$

$$Q_2 = -\frac{1}{3} \text{ وحدة}$$

كمية التوازن 3 وحدات، و تكون تكلفة الوحدة:

$$Cm = 2(9) - 10(3) + 20 + 3 = 11 \text{ دج}$$

4- مقدار الربح الذي تحققه المؤسسة يساوي:

$$\pi_i^* = (P - Cm)Q = (14 - 11)3 = 9 \text{ دج}$$

يستنتج مما سبق أن المؤسسة تكون في حالة التوازن عند عرض 3 وحدات وتحقق أعظم ربح وقدره 9 دج، وهي نفس النتيجة التي تم التوصل إليها باستخدام الطريقة الكلية.

إضافة إلى ما تقدم، فإن هناك حقيقة مفادها أنه ليس من الضروري أن تحقق المؤسسة المنافسة أرباح في المدى القصير، وإلا تخرج من السوق، فقد أثبت رواد الفكري الاقتصادي أنه بإمكان المؤسسة المنافسة البقاء في السوق في المدى القصير، إذا ثبت أنه بإمكانها تغطية تكاليفها المتغيرة بالإيرادات التي تحصل عليها بأسعار السوق، حيث تسدد أجور العمال، تكون قادرة على دفع مستحقاتها تجاه الموردون...، وتحتمل خسائر بمقدار التكاليف الثابتة كجد أقصى، أي أن عدم توفر الشرط الثاني (شرط الربحية) يتطلب توفر الشرط التالي:

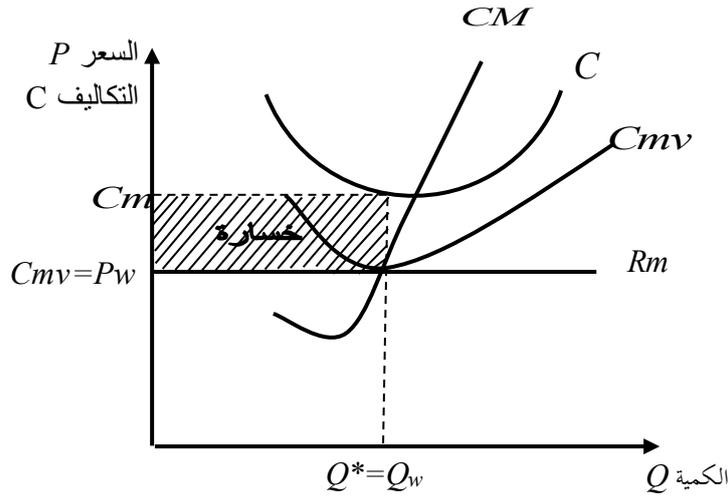
$$Cmv \leq P \text{ (شرط الاستمرارية)}$$

أي أن المؤسسة تكون قادرة على الاستمرارية والبقاء في السوق في المدى القصير فقط عندما تكون التكلفة المتغيرة للوحدة للوحدة (التكلفة المتوسطة المتغير) Cmv أقل أو تساوي سعر بيعها P .

الشكل 04 يظهر حالة توازن المؤسسة المنافسة في المدى القصير، حيث تحقق التوازن عند عرض الكمية Q^* وهي أدنى كمية تمكنها من البقاء في السوق (أي متساوي مع كمية الإغلاق Q_w) وبأدنى سعر بيع وهو P_w ، والذي يضمن لها تحقيق إيرادات إجمالية تتساوي مع التكاليف المتغيرة الكلية، حيث يكون متساوي مع التكلفة المتغيرة المتوسطة Cmv عند أدنى نقطة لها.⁷

⁷ Q_w : هي أدنى كمية تعرضها المؤسسة في المدى القصير وتسمى كمية الإغلاق.
 P_w : أدنى سعر يمكن المؤسسة من تغطية تكاليفها المتغيرة في المدى القصير ويسمى بسعر الإغلاق.





الشكل 72: توازن المؤسسة عند تحقيق خسائر

مقدار الخسائر التي تتحملها المؤسسة في المدى القصير عند العرض Q^* والبيع بأدنى سعر P_w ممثلة بمساحة المستطيل: $(Cm - P_w)Q_w$ ، وهي متساوية مع إجمالي التكاليف الثابتة.

مثال توضيحي: خذ معطيات المثال السابق، ثم أحسب أدنى كمية وأدنى سعر يمكن أن المؤسسة المتنافسة من الاستمرارية في نشاطها والبقاء في السوق في المدى القصير.

الحل: البحث عن أدنى كمية تعرضها المؤسسة في المدى القصير (كمية الإغلاق):

$$Cmv = 2Q^2 - 10Q + 20$$

تكون التكلفة المتغير Cmv في أدنى مستوى لها عند الكمية:

$$\frac{dCmv}{dQ} = 0 \Rightarrow 4Q - 10 = 0 \Rightarrow Q = 2.5 \text{ وحدة}$$

أدنى كمية تعرضها المؤسسة في المدى القصير هي 2.5 وحدة، وأدنى سعر بيع يضمن لها تغطية تكاليفها المتغيرة في المدى القصير (سعر الإغلاق) هو:

$$Cmv = P \Rightarrow 2(6.25) - 25 + 20$$

$$P = 7.5 \text{ دج}$$

- وعند التعويض بقيمتي الكمية والسعر في دالة الربح نحصل على:

$$\pi = (7.5 - 11.1)2.5 = -9 \text{ دج}$$

إجمالي الخسائر 9 دج، وهي متساوي مع إجمالي التكاليف الثابتة للمؤسسة.

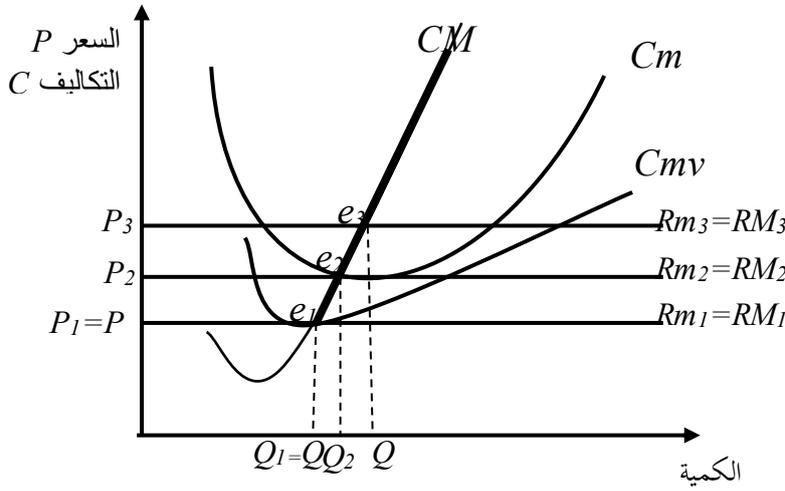
ثانياً: منحني عرض المؤسسة

يتم اشتقاق منحني عرض المؤسسة المتنافسة من خلال الربط بين نقاط التقاطع بين منحني التكلفة الحدية



لها ومستويات السعر، وذلك انطلاقا من سعر الإغلاق، بمعنى آخر أن منحنى عرض المؤسسة يمثل الجانب الموجب لمنحنى التكلفة الحدية انطلاقا من أدنى مستوى للسعر.

الشكل 05 يظهر أن المؤسسة تعرض الكمية Q_1 عند أدنى سعر P_1 ، وهو سعر الإغلاق، محققة بذلك خسائر بمقدار التكاليف الثابتة، وعند ارتفاع السعر في السوق إلى P_2 ، يكون ذلك حافزا للمؤسسة لزيادة الكمية المعروضة، وتكون في حالة توازن عند الكمية Q_2 ، وتستطيع المؤسسة تغطية إجمالي تكاليفها بالإيرادات المتحصل عليها لأن $P_2 = Cm$ ، وإذا تكررت زيادة السعر في السوق وأصبح P_3 ، فإن المؤسسة تزيد في الكمية المعروضة وتكون في حالة توازن عند عرض الكمية Q_3 ، محققة بذلك ربحا لأن تكلفة الوحدة تصبح أقل من السعر ($P_3 > Cm$).



الشكل 73: منحنى عرض المؤسسة المتنافسة

تترتب عن الزيادات في السعر زيادات في الكمية المعروضة من قبل المؤسسة في المدى القصير، ومنه يمكن القول أن منحنى عرض المؤسسة في المدى القصير هو ذلك الجزء الموجب من منحنى التكلفة الحدية انطلاقا من وضعية التوازن e_1 ، وهو يعكس قانون العرض (أن الكمية المعروضة في علاقة طردية مع السعر).

مثال توضيحي: نخذ معطيات المثال السابق، وبافتراض أن سعر المنتج Q انخفض إلى 10 دج، اشتق منحنى عرض هذه المؤسسة.

الحل: توازن المؤسسة عند السعر 10 دج:

1- كمية التوازن:



$$CM = P \Rightarrow 6Q^2 - 20Q + 20 = 10$$

$$\Rightarrow 6Q^2 - 20Q + 10 = 0$$

$$\Delta = 160 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 12.94$$

$$Q_1 = 2.7 \text{ وحدة}$$

$$Q_2 = 0.58 \text{ وحدة}$$

إذا كمية توازن المؤسسة عند السعر 10 دج هي 2.7 وحدة.

2- تكلفة الوحدة:

$$Cm < P \Rightarrow 2(2.17)^2 - 10(2.7) + 20 + \frac{9}{2.7} = 10.91 \text{ دج}$$

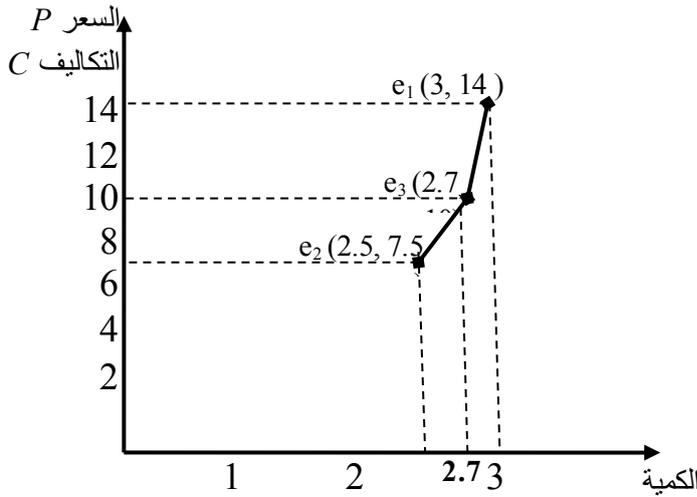
$$\pi = (10 - 10.91)(2.7) = -2.45 \text{ دج}$$

$$Cmv \leq P$$

$$Cmv = 7.58 < P = 10 \text{ دج}$$

عند السعر 10 دج تعرض المؤسسة الكمية 2.7 وحدة وتحقق خسارة قدرها 2.45 دج

3- منحنى عرض المؤسسة:

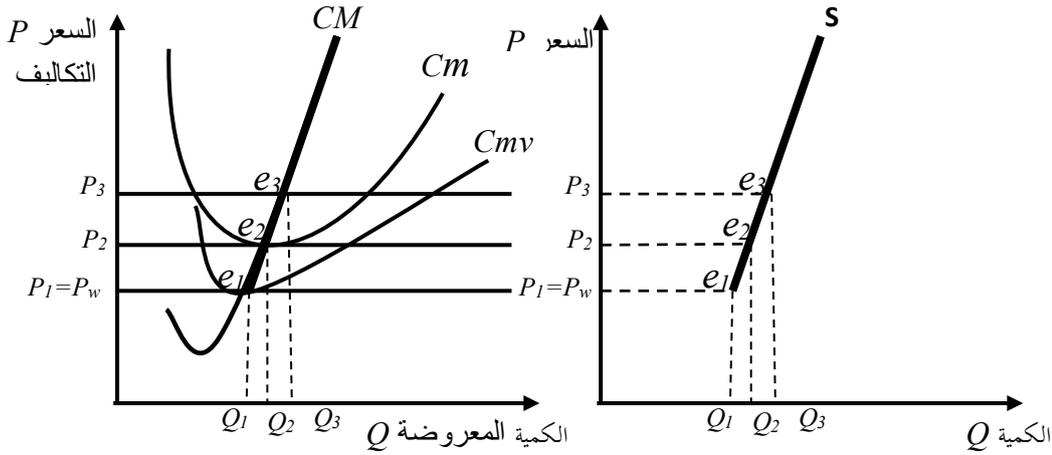


الشكل 74: منحنى عرض المؤسسة

ثالثا: منحنى عرض السوق

يتم اشتقاق منحنى عرض السوق بالجمع الأفقي لمنحنيات عرض كل المؤسسات العارضة في السوق، أي أن الكمية المعروضة من سلعة ما في السوق وعند سعر معين هي مجموع الكميات المعروضة من طرف كل المؤسسات المتواجدة وعند ذلك السعر، وبافتراض ثبات أسعار عناصر الإنتاج والعامل التكنولوجي وعدد المؤسسات، فإن منحنى عرض السوق يكون ذو ميل موجب ويعكس قانون العرض، ويتم اشتقاقه بيانيا كما هو مبين في الشكل 08.



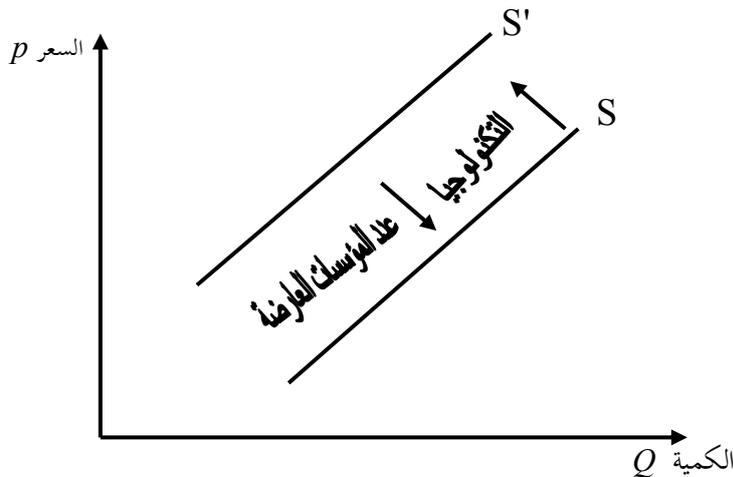


الشكل 76: منحنى عرض المؤسسة

الشكل 75: منحنى عرض السوق

يتضح من الشكل أن منحنى عرض السوق يظهر العلاقة بين السعر والكمية المعروضة، حيث أن زيادة السعر تكون حافزا للمؤسسات لزيادة معروضها من السلع والخدمات، مما يترتب عنه زيادة في الكمية المعروضة الإجمالية.

ويتأثر شكل منحنى عرض السوق بطبيعة المؤسسات العارضة وعددها، أسعار عناصر الإنتاج والعامل التكنولوجي، والشكل 09 يظهر أن هذه العوامل تعمل على نقل المنحنى إلى أعلى أو أسفل (Shifted variables) حسب طبيعة التغير، فإذا زاد عدد المؤسسات وتم استخدام تكنولوجيا أعلى، على سبيل المثال، فإن منحنى عرض السوق ينتقل إلى الجهة اليمنى مظهرا زيادة في الكمية المعروضة في السوق، وإذا حدث العكس فإنه ينتقل إلى جهة اليسار معبرا على تناقص الكمية المعروضة في السوق.



الشكل 77: انتقال منحنى عرض المؤسسة



مثال توضيحي: دالة تكاليف المؤسسة المتنافسة i معطاة بالعلاقة التالية:

$$C_{ii} = 2Q_i^2 - 10Q_i + 20$$

حيث: $i = 1, 2, \dots, 100$

المطلوب: حدد دالة عرض السوق.

الحل: إيجاد دالة عرض السوق يتطلب المرور بالخطوات التالية:

1- دالة عرض المؤسسة المتنافسة i :

$$CM = P \Rightarrow 4Q_i - 10 = P \Rightarrow Q_i = 0.25P + 2.5$$

2- دالة عرض السوق:

$$Q^S = \sum_{i=1}^{n=100} Q_i \Rightarrow 25P + 250$$

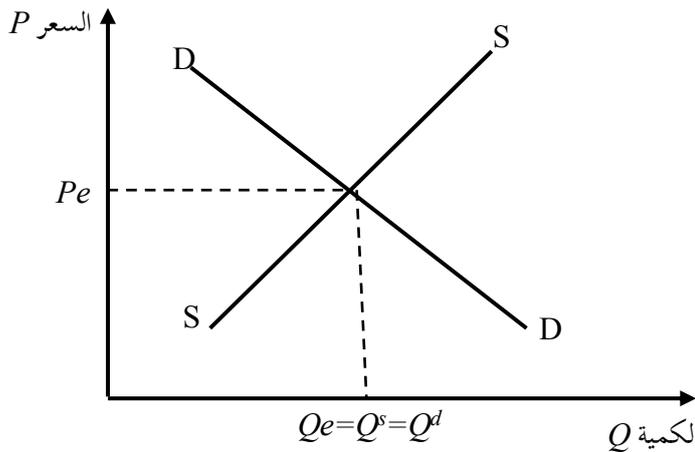
أي: $Q^S = 250 + 25P$

هذه الدالة تظهر أن الكمية المعروضة في السوق Q^S في علاقة طردية مع السعر P ، وأن

لكل تغير في السعر بوحدة نقدية واحدة تتغير الكمية المعروضة ب 25 وحدة.

رابعاً: توازن السوق (الصناعة)

تكون السوق في حالة توازن عند السعر الذي تتساوى الكمية المطلوبة من سلعة أو خدمة ما مع الكمية المعروضة منها، بمعنى آخر أن السوق تكون في حالة توازن عند النقطة تقاطع منحنى العرض والطلب، والشكل 10 يظهر حالة توازن السوق في المدى القصير.



الشكل 78: توازن السوق في المدى القصير

وتتأثر وضعية توازن السوق بعدد العارضين، العامل التكنولوجي، أذواق المستهلكين مستويات الدخل وأسعار السلع البديلة والمكملة ...

مثال توضيحي: خذ معطيات المثال السابق وبافتراض أن الطلب السوقي على السلعة ممثلة بالدالة التالية:

$$P=100-0.2Q^d$$

- البحث عن كمية وسعر توازن السوق.

الحل: حساب كمية وسعر توازن السوق:

1- سعر التوازن:

$$Q^s = Q^d$$

$$P = 100 - 0.2Q^d \Rightarrow Q^d = 500 - 5P$$

$$25P + 250 = 500 - 5P$$

$$\Rightarrow 30P = 250 \Rightarrow P = 8.33 \text{ ون}$$

2- كمية التوازن:

$$Q = 500 - 5(8.33) = 458.33 \text{ وحدة}$$

حسب النتائج تكون السوق في حالة توازن في المدى القصير عند الكمية 458.33 وحدة والسعر 8.33

ون.

خامسا: فائض المنتج Producer Suplus

تعريف: فائض المنتج هو عبارة عن الفارق بين إجمالي الإيرادات التي يتحصل عليها المنتج فعلا بسعر السوق والإيرادات التي يستعد الحصول عليها بسعر اقل من سعر السوق.

ويتم اشتقاق فائض المنتج بيانيا كما هو مبين في الشكل 11، حيث أن المؤسسة تكون مستعدة أن تبيع بالسعر P_1 عند عرضها للكمية Q_1 ولكن سعر البيع الحقيقي هو سعر السوق \bar{P} ، وعند أي كمية يتحدد سعر المؤسسة على منحنى عرضها في المدى القصير وهو منحنى التكلفة الحدية CM ، وذلك حتى الكمية \bar{Q} وهي كمية توازنها في المدى القصير. إذا أرادت المؤسسة عرض كمية أكبر من كمية التوازن يكون السعر الذي ترضى به أعلى من سعر السوق، وهذا غير ممكن لأن المؤسسة كما ذكرنا سابق آخذة للسعر في سوق المنافسة الكاملة.

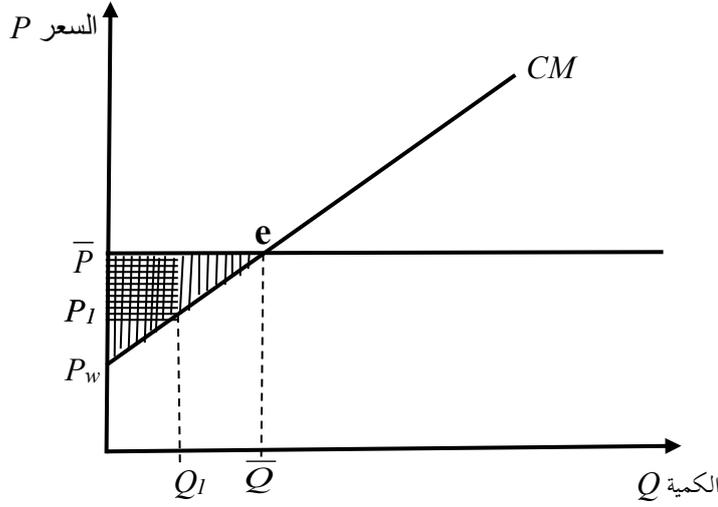
يكون الفائض في الشكل 11 ممثل بالمساحة التالية:

$$\text{الفائض} = O\bar{P}e\bar{Q} - OP_w e\bar{Q} = P_w \bar{P}e$$

• الاشتقاق الرياضي لفائض المنتج

لنفرض أن دالة عرض مؤسسة ما معطاة بالعلاقة التالية:





الشكل 79: فائض المنتج في المدى القصير

$$P = a + bQ$$

حيث: $b > 0$

البحث عن الفائض الذي تحققه هذه المؤسسة عند سعر السوق \bar{P} يتطلب المرور بالخطوات التالية:

1- حساب الإيرادات الفعلية التي تحققها المؤسسة عند سعر السوق \bar{P} :

$$R_t = \bar{P} \cdot \bar{Q} = (a + b\bar{Q}) \bar{Q} = a\bar{Q} + b\bar{Q}^2$$

2- حساب الإيرادات التي تستعد المؤسسة الحصول عليها:

$$\int_{Q=0}^{Q=\bar{Q}} (a + bQ) dQ = (aQ + 0.5bQ^2) \Big|_0^{\bar{Q}}$$

$$= a\bar{Q} + 0.5b\bar{Q}^2$$

3- الفائض الذي تحققه المؤسسة:

$$\begin{aligned} \text{الفائض} &= a\bar{Q} - b\bar{Q}^2 - a\bar{Q} - 0.5\bar{Q}^2 \\ \text{الفائض} &= -0.5b\bar{Q}^2 \end{aligned}$$

مثال توضيحي: خذ معطيات المثال السابق والمتعلق بالمؤسسة t ، ثم أحسب الفائض الذي تحققه عند سعر توازن

السوق $P = 8.33$ ون.

الحل: حساب الفائض يتطلب المرور بمراحل الحل التالية:

1- حساب الإيرادات التي تتحصل عليها المؤسسة فعلا عند سعر التوازن:



$$R_i = P \cdot Q_i = (4Q_i - 10)Q_i = 4Q_i^2 - 10Q_i$$

$$R_i = 4(4.58)^2 - 10(4.58) = 38.22$$

2- حساب الإيرادات التي تستعد للحصول عليها:

$$\int_{Q_i=0}^{Q_i=4.58} (4Q_i - 10)dQ_i = \left[2Q_i^2 - 10Q_i \right]_{Q_i=0}^{Q_i=4.58}$$

$$= 2(4.58)^2 - 10(4.58) = -3.84$$

3- الفائض:

$$\text{ون } 42.06 = 38.22 - (-3.84) = \text{الفائض}$$

إذا المؤسسة تحقق فائض قدره 42.06 ون عند عرض الكمية 4.58 وحدة بسعر السوق 8.33 ون.

سادسا: مرونة العرض Elasticity of supply

تعريف: مرونة العرض هي عبارة عن التغير النسبي في الكمية المعروضة من سلعة أو خدمة ما والنتيجة من التغير النسبي في السعر مع ثبات العوامل الأخرى (العامل التكنولوجي، عدد العارضين، أسعار عناصر الإنتاج...).

وظيفة مرونة العرض هي قياس مدى استجابة الكمية المعروضة للتغيرات في السعر مع ثبات العوامل

الأخرى، وتحسب بالعلاقة التالية:

$$e_0 = \frac{\left(\frac{dQ}{Q} \right)}{\left(\frac{dP}{P} \right)}$$

مثال توضيحي: خذ معطيات المثال السابق ثم أدرس مرونة عرض السوق عند سعر التوازن.

الحل: دالة عرض السوق المتوصل عليها في التحليل السابق هي:

$$Q^s = 25P + 250$$

مرونة العرض عند سعر التوازن 8.33 ون تساوي:

$$e_0 = \frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q} = 25 \frac{8.33}{458.33} = 0.45$$

النتيجة المتوصل إليها تعني أنه إذا تغير سعر السوق بنسبة 1% فسيؤدي إلى تغير طردي في الكمية المعروضة بنسبة

0.45%.

المبحث الثاني: توازن المؤسسة والسوق (الصناعة) في المدى الطويل

اشتقاق التوازن في المدى الطويل يعتمد على فرضية أن المؤسسة المتنافسة لها إمكانية تغيير جميع عناصر

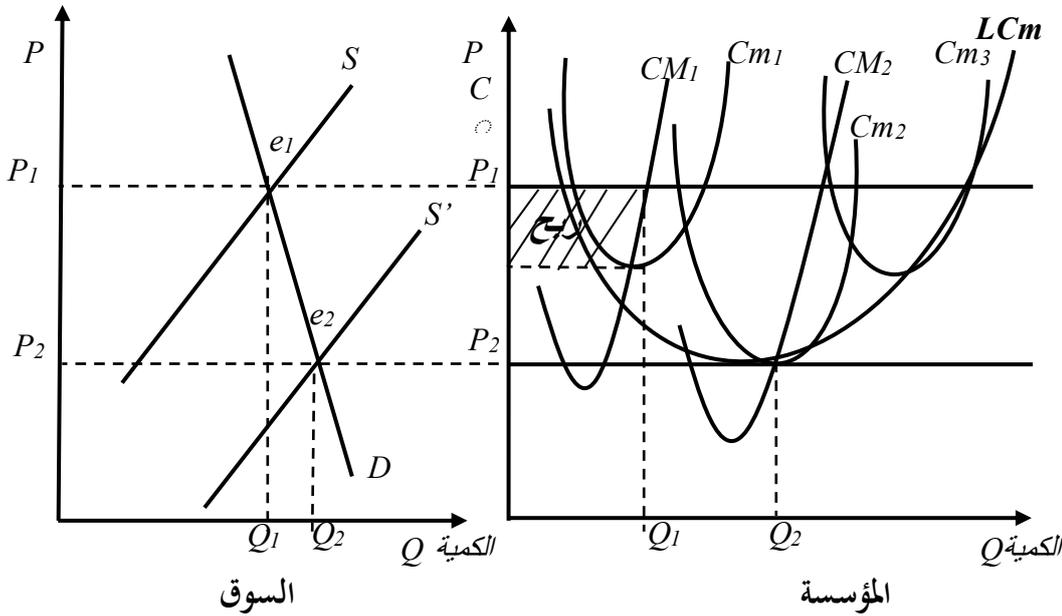


الإنتاج المستخدمة، ومن ثم تغيير حجم نشاطها، وهذا ما يؤثر بدوره على توازن السوق (الصناعة)، وفيما يلي عرض لتوازن المؤسسة وتوازن السوق في المدى الطويل:

أولاً: توازن المؤسسة في المدى الطويل

تكون المؤسسة المتنافسة في حالة توازن في المدى الطويل عند سعر السوق الذي يتساوى مع التكلفة النهائية للوحدة (التكلفة المتوسطة الكلية) في المدى الطويل LCm ، وهو السعر الذي يضمن لها تحقيق أرباح الاعتيادية دون هوامش ربحية إضافية، أي أن شرط توازن المؤسسة في المدى الطويل هو:

$$LCm = P$$



الشكل 80: توازن المؤسسة و السوق في المدى الطويل

بافتراض أن المؤسسة تعتمد في إنتاجها على مشروع صغير الحجم كما هو مبين في الشكل 12، حيث تكلفة إنتاج الوحدة الواحدة هي Cm_1 وتعرض الكمية Q_1 عند سعر توازن السوق P_1 ، يكون الربح المحقق من طرف المؤسسة في المدى القصير ممثل بمساحة المستطيل المضللة في الشكل. الأرباح التي تحققها هذه المؤسسة وبعض المؤسسات المتواجدة في السوق تكون حافزا لدخول مؤسسات أخرى للسوق في المدى الطويل، مما يزيد عدد العارضين في السوق، ويترتب عن ذلك انتقال منحنى عرض السوق إلى الجهة اليمنى (من S إلى S')، محدثا بذلك وضعية توازن جديدة (e_2)، ومع ثبات الطلب D تكون الكمية المعروضة في السوق أكبر (Q_2) والسعر اقل (P_2). السعر الجديد سيسمح لكل المؤسسات المتبقية في السوق بتسويق منتجاتها مع تحقيق أرباح اعتيادية فقط أي:

$$P_2 = LCm$$

مثال توضيحي: دالتا الطلب والعرض السوقي للسلعة Q هما على التوالي:

$$Q^d = 9000 - 2P$$

$$Q^s = 375 + P$$

1- بافتراض أن دالة تكاليف المؤسسة في المدى القصير معطاة بالعلاقة التالية:

$$C_t = 2Q^3 - 20Q^2 + 875Q + 24000$$

- أحسب كمية توازن المؤسسة ومقدار الربح المحقق.

2- نتيجة للأرباح المحققة دخلت مؤسسات أخرى إلى السوق، مما تسبب في تغير دالة عرض السوق، وأصبحت

تأخذ الشكل التالي:

$$Q^{s'} = 1575 + P$$

- أحسب كمية توازن المؤسسة في المدى الطويل، علما بأن دالة تكاليفها في المدى الطويل معطاة بالعلاقة التالية:

$$C_t = Q^3 - 40Q^2 + 2875Q$$

الحل:

1- حساب كمية توازن المؤسسة ومقدار الربح المحقق يتطلب المرور بالخطوات التالية:

أ- سعر توازن السوق:

$$Q^d = Q^s \Rightarrow 9000 - 2P = 375 + P$$

$$\Rightarrow 8625 = 3P \Rightarrow P = 2875 \text{ ون}$$

ب- كمية توازن المؤسسة:

$$CM = P \Rightarrow 6Q^2 - 40Q + 875 = 2875$$

$$\Rightarrow 6Q^2 - 40Q - 2000 = 0$$

$$\sqrt{\Delta} = 222.71$$

$$Q_1 = 21.89 \text{ وحدة}$$

$$C_m < P$$

$$C_m = 2Q^2 - 20Q + 875 + \frac{2400}{Q}$$

$$C_m = 2(21.89)^2 - 20(21.89) + 875 + \frac{2400}{21.89}$$

$$C_m = 2491.93 \text{ ون}$$

ج- مقدار الربح المحقق:

$$\pi = (2875 - 2491.93)21.89$$

$$\pi = 8385.4 \text{ ون}$$



تكون المؤسسة في حالة توازن في المدى القصير عند عرض 21.89 وحدة وتحقيق ربح إجمالي قدره 8385.4 ون.

2- حساب كمية توازن المؤسسة في المدى الطويل:

أ- حساب سعر توازن السوق في المدى الطويل:

$$Q^d = 9000 - 2P$$

$$Q^s = 1575 + P$$

$$C_t = Q^3 - 40Q^2 + 2875Q$$

$$Q^d = Q^s \Rightarrow 9000 - 2P = 1575 + P$$

$$\Rightarrow 7425 = 3P$$

$$\Rightarrow P' = 2475 \text{ ون}$$

ب- كمية توازن المؤسسة في المدى الطويل:

$$LCm = Q^2 - 40Q + 2875$$

$$\frac{dLCm}{dQ} = 2Q - 40 \Rightarrow Q = 20 \text{ وحدة}$$

$$LCm = 400 - 800 + 2875 = 2475 \text{ ون}$$

تكون المؤسسة في حالة توازن في المدى الطويل عند عرض الكمية 20 وحدة، وبالتالي تحقق أرباح اعتيادية فقط ولا وجود لأرباح هامشية لأن:

$$2475 = LCm = P'$$

ثانيا: توازن السوق (الصناعة) في المدى الطويل

تكون السوق أو الصناعة في حالة توازن في المدى الطويل عند السعر الذي يضمن لكل المتنافسين تحقيق أرباح اعتيادية فقط ($LCm = P$) ويتوقف دخول أو خروج مؤسسات أخرى من و إلى السوق لعدم وجود حوافز للدخول أو موانع الخروج منه، أنظر الشكل 12.

المبحث الثالث: أثر التغيرات في التكاليف وأثر الضرائب على التوازن

خصص هذا المحور من الدراسة للتطرق إلى تأثير التغيرات في التكاليف بأنواعها والضرائب على توازن المؤسسة المتنافسة وتوازن السوق في الأمدين القصير والطويل.

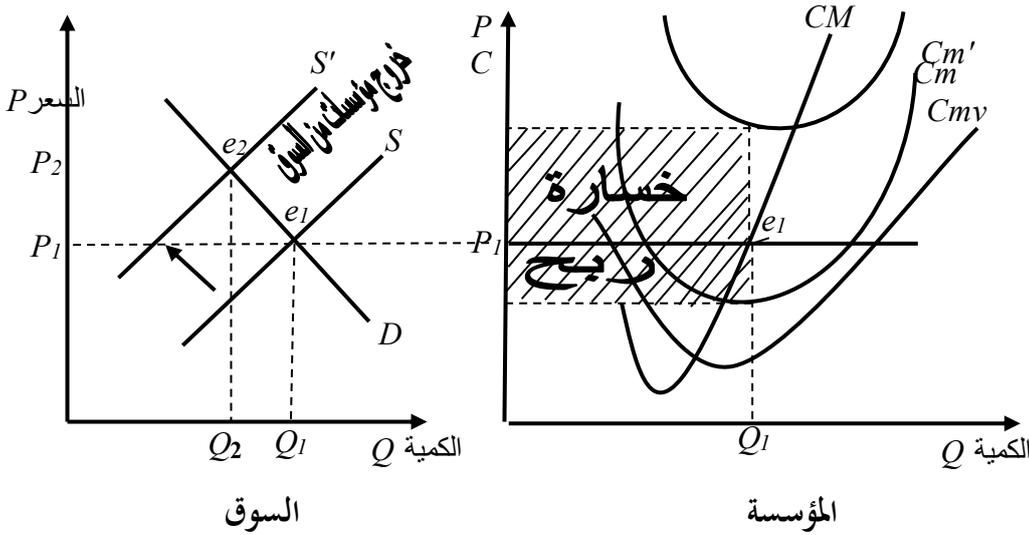
أولاً: أثر التغيرات في التكاليف على التوازن

إن دراسة تأثيرات التغيرات في التكاليف على توازن المؤسسة وتوازن السوق تتطلب معرفة ما إذا كانت هذه التغيرات في التكاليف الثابتة أو في التكاليف المتغيرة.

1- اثر التغيرات في التكاليف الثابتة على التوازن



التغيرات في بنود التكاليف الثابتة لا يكون لها تأثير على توازن المؤسسة أو السوق في المدى القصير لأنها غير مرتبطة بالقرار الإنتاجي. بافتراض أن إيجار العقارات زاد في السوق العقاري، مما يؤدي إلى زيادة التكاليف الثابتة للمؤسسة، هذه الزيادة سينجم عنها انتقال منحنى CM إلى أعلى دون أن يتأثر منحنى Cmv و CM ، ومادام منحنى التكلفة الحدية هو منحنى عرض المؤسسة، فإن توازنها لا يتأثر في المدى القصير. أما في المدى الطويل، فإن زيادة التكاليف الثابتة ستجعل بعض المنافسين يحققون خسائر مما يتسبب في انسحابهم من السوق وينتج عن ذلك انتقال منحنى عرض السوق إلى اليسار محدثا بذلك وضعية توازن جديدة عند سعر أعلى وكمية أقل. الشكل 13 يظهر أنه عند وضعية توازن السوق e_1 يكون السعر P_1 وتكون الكمية المعروضة من طرف المؤسسة هي Q_1 ، محققة بذلك ربحا ممثلا بالمنطقة المظللة في الشكل، ويلاحظ أنه عند زيادة التكاليف الثابتة انتقل منحنى CM إلى أعلى وأصبحت تكلفة الوحدة CM' وهي أعلى من سعر السوق P_1 محققة بذلك خسارة، إلا أن منحنى التكلفة الحدية لم يتغير وبقيت كمية التوازن نفسها وهي الكمية Q_1 ، وهو ما يؤكد عدم تأثير التوازن في المدى القصير.



الشكل 81: أثر التغيرات في التكاليف الثابتة على التوازن

أما في المدى الطويل فإن المؤسسات التي تحقق خسائر تنسحب من السوق مما يسبب في نقل منحنى عرض السوق إلى اليسار (من S إلى S')، ومع ثبات الطلب D تكون وضعية التوازن الجديدة للسوق عند e_2 أي عند سعر أعلى P_2 وكمية معروضة أقل Q_2 .

مثال توضيحي: دالة تكاليف المؤسسة المتنافسة i معطاة بالعلاقة التالية:

$$Ct = 2Q_i^2 - 40Q_i + 100$$

دالة الطلب السوقي معطاة بالصيغة التالية:

$$Q^d = 1900 - 5P$$

1- البحث عن كمية توازن المؤسسة i عند سعر توازن السوق، علما بان عدد المؤسسات العارضة هو 100 مؤسسة.

2- بافتراض أن التكاليف الثابتة للمؤسسة زادت بنسبة 20%، فما تأثير ذلك على توازنها وتوازن السوق.

الحل:

1- إيجاد كمية توازن المؤسسة المتنافسة i عند سعر توازن السوق:

أ- دالة عرض المتنافس i :

$$CM_i = P \Rightarrow 4Q_i - 40 = P$$

$$\Rightarrow Q_i = 10 + 0.25P$$

ب- دالة عرض السوق:

$$Q^s = \sum_{i=1}^{100} Q_i = 1000 + 25P$$

ج- توازن السوق:

$$Q^d = Q^s \Rightarrow 1900 - 5P = 1000 + 25P$$

$$\Rightarrow 900 = 30P$$

$$\Rightarrow P = 30 \text{ ون}$$

$$Q_e = 1900 - (5 \times 30) = 1750 \text{ وحدة} \quad \text{ومنه كمية التوازن:}$$

2- تأثير الزيادة في التكاليف الثابتة بنسبة 20% على التوازن:

أ- دالة التكاليف الكلية تصبح كما يلي:

$$Ct = 2Q_i^2 - 40Q_i + 120$$

الزيادة في التكاليف الثابتة لن تؤثر على توازن المؤسسة في المدى القصير لأن دالة التكلفة الحدية تبقى نفسها أي:

$$CM_i = P \Rightarrow 4Q_i - 40 = P$$

$$\Rightarrow Q_i = 10 + 0.25P$$

كما أن دالة عرض السوق لن تتأثر، وبالتالي كميات توازن المؤسسة i وتوازن السوق تبقى على حالة في المدى القصير.

2- أثر التغيرات في التكاليف المتغيرة على التوازن

التغيرات في بنود التكاليف المتغيرة على عكس التكاليف الثابتة تؤثر وبشكل فوري على توازن المؤسسة وتوازن السوق. بافتراض أن الأجور زادت في سوق العمالة، فهذا سيؤدي إلى زيادة في التكاليف الكلية للمؤسسة، مما يسبب في نقل منحنيات التكلفة المتوسطة Cm ، التكلفة الحدية CM والتكلفة المتوسطة المتغيرة Cmv إلى أعلى

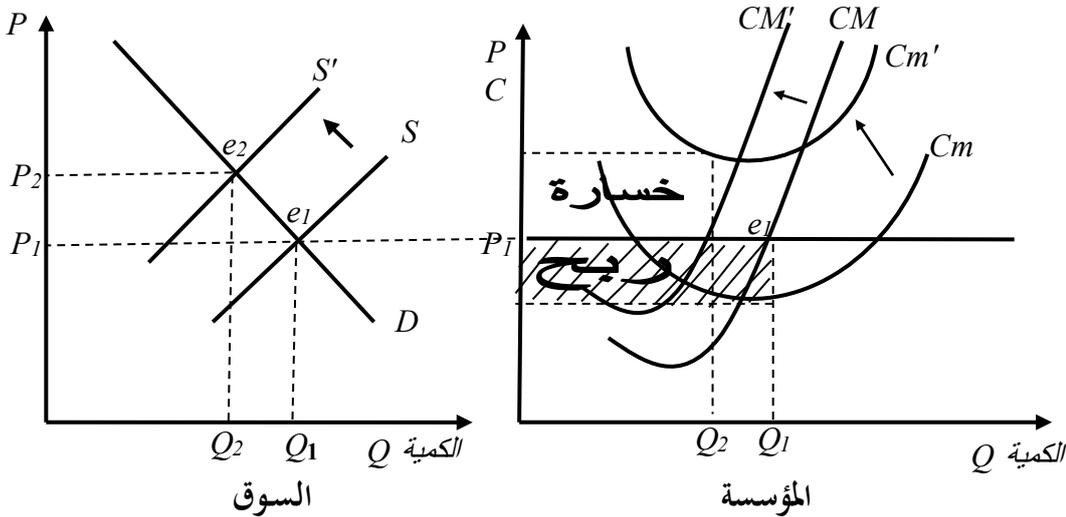


وينجم عن ذلك تغير في وضعية توازن المؤسسة المتنافسة، لأن منحنى التكلفة الحدية هو منحنى عرضها في المدى القصير، حيث تكون الكمية المعروضة أقل عند سعر توازن السوق.

الزيادة في الأجر تؤدي إلى زيادة التكاليف المتغيرة في المدى القصير، وهو ما يسبب في تحقيق خسائر لبعض المؤسسات، مما يجعلها تنسحب من السوق في المدى القصير نظرا لعدم تغطية التكاليف المتغيرة بالإيرادات المتحصل عليها. انسحاب بعض المؤسسات من السوق في المدى القصير يؤدي إلى انتقال منحنى عرض السوق إلى اليسار محدثا بذلك وضعية توازن جديدة حيث، تكون الكمية أقل والسعر أعلى وتوضح هذه الحالة بيانيا كما هو مبين في الشكل 14.

يلاحظ من خلال الشكل 14 أن الزيادة في التكاليف المتغيرة ستحدث انتقال لمنحنى التكلفة الحدية إلى الجهة اليسرى من CM إلى CM' وانتقال منحنى التكلفة المتوسطة إلى أعلى من CM إلى CM' ، وبما أن منحنى التكلفة الحدية هو منحنى عرض المؤسسة فإن كمية التوازن الجديدة تكون أقل وهي الكمية Q_2 بسعر السوق P_1 .

كما يلاحظ من خلال الشكل أن انتقال المنحنيات المذكورة إلى أعلى سبب في خسائر للمؤسسة بعد ما كانت تحقق أرباح، وهو الأمر الذي يجعل هذه المؤسسة تخرج من السوق إذا كان حجم الخسائر أكبر من التكاليف الثابتة. انسحاب بعض المؤسسات التي تحقق خسائر يؤدي إلى انتقال منحنى عرض السوق من S إلى S' في المدى القصير، وبافتراض ثبات الطلب تحدث وضعية توازن جديدة (e_2) أين تكون كمية التوازن أقل (Q_2) والسعر أعلى (P_2).



الشكل 82: أثر التغيرات في التكاليف المتغيرة على التوازن

مثال توضيحي: خذ معطيات المثال السابق وافتراض أن دالة تكاليف المؤسسة المتنافسة t تغيرت وأصبحت تأخذ الصيغة التالية:

$$Ct = 2Q_i^2 - 20Q_i + 100$$

- ما تأثير هذا التغير على توازن المؤسسة المتنافسة وتوازن السوق؟

الحل: دراسة أثر التغير في التكاليف المتغيرة للمؤسسة على التوازن يتطلب المرور بالخطوات التالية:

1- إيجاد كمية توازن المؤسسة المتنافسة i :

أ- دالة عرض المؤسسة:

$$CM_i = P \Rightarrow 4Q_i - 20 = P \Rightarrow Q = 5 + 0.25P$$

ب- دالة عرض السوق:

$$Q^{s'} = \sum_{i=1}^{100} Q_i = 500 + 25P$$

2- توازن السوق:

$$Q^d = Q^s \Rightarrow 1900 - 5P = 500 + 25P$$

$$\Rightarrow 1400 = 30P$$

$$\Rightarrow P = 46.66 \text{ ون}$$

ومنه كمية توازن السوق:

$$Q'_e = 1900 - 5(46.66)$$

$$Q'_e = 1666.66 \text{ وحدة}$$

أثر الزيادة في التكاليف المتغيرة أدى إلى انخفاض الكمية المعروضة من طرف المؤسسة i من 17.50 وحدة إلى 16.66 وحدة وانخفاض الكمية المعروضة في السوق من 1750 وحدة إلى 1666.66 وحدة وارتفاع في سعر التوازن من 30 ون إلى 46.66 ون.

ثانياً: أثر الضرائب والرسوم على التوازن

تفرض عادة على نشاط المؤسسة المتنافسة عدة أنواع من الضرائب والرسوم وأهمها الضريبة الثابتة على

نشاط المؤسسة، الضريبة على الأرباح الصافية والضريبة على الوحدة المباعة أو الرسم على القيمة المضافة VAT.

1- الضريبة الثابتة Lamp Sum Tax

تفرض هذه الضريبة على الإيرادات السنوية للمؤسسة وهي ذات قيمة ثابتة وتدرج ضمن بنود التكاليف

الثابتة للمؤسسة، وفرض هذه الضريبة يحدث تغيرات في التكاليف الثابتة للمؤسسة المتنافسة، وعليه يمكن القول

أن تأثير هذه الضريبة هو نفسه تأثير التغيرات في التكاليف الثابتة على توازن المؤسسة وتوازن السوق في الأمدين

القصير والطويل المعالج في فقرات سابقة.

2- الضريبة على الأرباح الصافية Profit - Tax



تفرض هذه الضريبة على الإرباح السنوية المحققة من طرف المؤسسة المتنافسة، وعادة تكون قيمة الضريبة ثابتة في المدى القصير وتدرج ضمن بنود التكاليف الثابتة، ويكون تأثيرها على توازن المؤسسة وتوازن السوق فقط في المدى الطويل شأنها شأن الضريبة الثابتة.

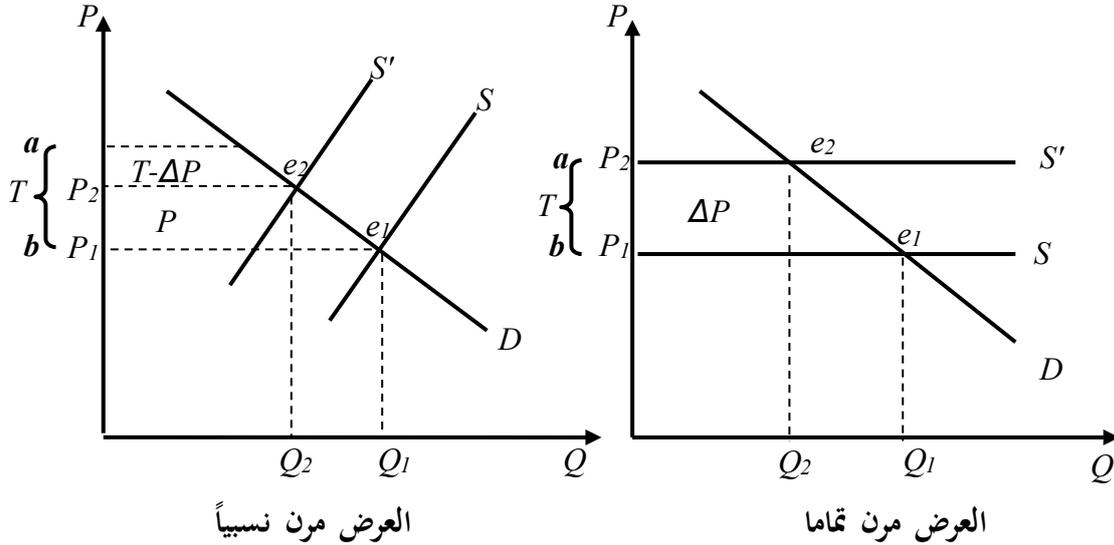
3- الضريبة على الوحدة المباعة (أو الرسم على القيمة المضافة VAT)

الضريبة على الوحدة المباعة (أو الرسم على القيمة المضافة VAT) هي بند من بنود التكاليف المتغيرة وتأثيراتها تكون فورية على توازن المؤسسة المتنافسة وتوازن السوق، حيث ينتقل منحنى عرض المؤسسة في المدى القصير (منحنى التكلفة الحدية) إلى جهة الشمال وتصبح كمية التوازن أقل. أما بالنسبة للسوق فزيادة التكاليف المتغيرة نتيجة فرض هذه الضريبة أو الرسم يسبب في تحقيق خسائر لبعض المؤسسات، مما يصعب عليها تغطية تكاليفها المتغيرة بالإيرادات التي تحصل عليها بسعر السوق، وهو ما يؤدي إلى انسحابها من السوق في المدى القصير، مما يتسبب في انتقال منحنى عرض السوق إلى اليسار محدثا بذلك وضعية توازن جديدة عند سعر أعلى وكمية توازن أقل، أنظر الشكل 14.

- السؤال المهم هنا هو: هل أن ارتفاع السعر سيكون بمقدر قيمة الضريبة أو الرسم أم أقل؟

الإجابة على هذا السؤال ستمكننا من معرفة من سيتحمل عبء هذه الضريبة أو الرسم، المستهلك أو المنتج أو كلاهما.

يتوقف تحمل عبء الضريبة أو الرسم على مرونة العرض، فكلما كانت مرونة العرض أكبر كلما تحمل المستهلك العبء الأكبر من الضريبة أو الرسم، كما هو مبين في الشكل 15.



الشكل 83: أثر الضريبة على الوحدة المباعة على التوازن



يظهر الشكل أعلاه حالتين لتأثير الضريبة على التوازن، الحالة أين يكون العرض مرناً نسبياً وحالة العرض مرناً تماماً، ففي الحالة الأولى فإن فرض الضريبة أو الرسم بقيمة T يسبب في خروج بعض المؤسسات من السوق في المدى القصير لعدم تغطية تكاليفها، مما يؤدي إلى انتقال منحنى عرض السوق إلى اليسار (من S إلى S')، وبافتراض ثبات الطلب D فإن وضعية التوازن تتغير من e_1 إلى e_2 أين يكون السعر أعلى وكمية التوازن أقل. ما يلاحظ على الشكل أن ارتفاع سعر التوازن بمقدار ΔP وهي قيمة أقل من قيمة الضريبة أو الرسم T ، مما يدل على أن عبء الضريبة يتقاسمه المستهلك والمؤسسة معاً، حيث يتحمل المستهلك القيمة ΔP وتتحمل المؤسسة المتبقي من الضريبة أو الرسم وهي القيمة $T - \Delta P$. أما في حالة العرض مرناً تماماً، فإن التغير في السعر بالقيمة ΔP متساوي مع قيمة الضريبة T وهو ما يدل على أن المستهلك لوحده يتحمل كامل الضريبة أو الرسم.

مثال توضيحي: خذ معطيات المثال السابق، وبافتراض أنه تم فرض رسم بقيمة 10 وون على نشاط المؤسسة المتنافسة i .

- ما تأثير ذلك على توازنها المتنافس؟

- حلل عبء الرسم.

الحل: تأثير فرض رسم بقيمة 10 وون على التوازن:

1- قبل فرض الرسم كانت النتائج المتوصل إليها هي:

- سعر التوازن: 30 وون $P = 30$

- كمية التوازن: 1750 وحدة $Q_1 = 1750$

- كمية توازن المؤسسة المتنافسة: 17.5 وحدة $Q_i = 17.5$

2- يمكن قياس أثر فرض رسم بقيمة 10 وون على التوازن بطريقتين:

أ- الطريقة الأولى: إضافة قيمة الرسم للتكاليف المتغيرة للمؤسسة أي:

$$C' t_i = 2Q_i^2 - 40Q_i + 10Q_i + 100$$

$$C' t_i = 2Q_i^2 - 30Q_i + 100$$

- دالة عرض المؤسسة:

$$CM_i = P \Rightarrow 4Q_i - 30 = P$$

$$\Rightarrow Q_i = 7.5 + 0.25P$$

- دالة عرض السوق:

$$Q^s = \sum_{i=1}^{100} Q_i = 750 + 25P$$

- التوازن:

$$Q^d = Q^s \Rightarrow 1900 - 5P = 750 + 25P$$

$$\Rightarrow P' = 38.33 \text{ وون}$$

سعر التوازن:

ومنه كمية توازن السوق: وحدة 35.1708 $Q_i = 1900 - 5(38.33) = 1708.35$



ب- الطريقة الثانية: يتم إدراج قيمة الرسم في دالة عرض السوق مباشرة على النحو التالي:

$$Q^{s'} = 1000 + 25(P - 10)$$

$$Q^{s'} = 1000 + 25P - 250$$

$$Q^{s'} = 750 + 25P$$

ما يلاحظ أنه تم التوصل إلى نفس دالة عرض السوق وبقية الخطوات تكون متشابهة مع الطريقة الأولى.

3- تحليل عبء الرسم:

- قيمة الرسم: 10 ون

- المستهلك يتحمل 8.33 ون $\Delta P = 38.33 - 30 =$

- المؤسسة تتحمل: 1.67 ون $T - \Delta P =$

خلاصة الفصل

لقد تم التطرق في هذا الفصل إلى أهم مميزات وخصائص سوق المنافسة الكاملة وتوازن المؤسسة والسوق (الصناعة)، إضافة إلى تحليل تأثيرات بعض المتغيرات على التوازن في الأمدين القصير والطويل، ونذكر منها التغيرات في التكاليف الثابتة والمتغيرة، فرض الضرائب والرسوم

إن ما تمت معالجته في هذا الفصل يعطي فكرة واضحة وكافية عن سوق المنافسة الكاملة والتي تتميز بالغياب التام للتنافس، وهذا على عكس المفهوم السائد حول شكل هذه السوق في بيئة الأعمال. كما أن تقديم المفهوم الصحيح لهذه السوق سيمكن من الفهم السليم لسلوك المؤسسات المتواجدة في الأنواع الأخرى من الأسواق في الأمدين القصير والطويل.

