République algérienne démocratique et populaire
Ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique
Université 8 Mai 1945 - Guelma
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrotechnique et Automatique

Guelma, le 28-01-2023

Concours d'accès à la formation de 3e cycle en Automatique

Spécialité : Automatique et robotique
Module : Commande avancée des systèmes (durée : 2h.00)

Exercice1 (4pts) :

Soit le problème de commande optimale linéaire quadratique formulé comme suit :

$$\min_{u(t)} J(u(t)) = \frac{1}{2}\int_0^{+\infty} (x_1^2(t) + 2x_2^2(t) + 2x_1(t)\cdot 2x_2(t) + u^2(t))dt$$

$$\text{Sujet à :}\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = -x_1(t) - 2x_2(t) + u(t) \end{cases}$$

1- Donner l'équation de *Riccati* du problème pour un horizon de commande infini ?

2- Donner l'expression de la loi de commande optimale $u^*(t)$?

Exercice 2 (8pts) :

La fonction de transfert d'un système continu est donnée par $G(p) = \frac{y(p)}{u(p)} = \frac{b}{p+a}$, et celle du modèle de référence est $G_m(p) = \frac{y_m(p)}{u_m(p)} = \frac{b_m}{p+a_m}$. Sachant que $u(t) = \theta_1(t)\cdot u_c(t) - \theta_2(t)\cdot y(t)$

1. Donner la fonction de transfert du système en boucle fermée ?
2. Supposant que les paramètres a et b du système sont connus, trouver $\theta_1$et θ_2 afin d'avoir un comportement similaire au modèle de référence, *i.e.*, un suivi idéal ($y(t) = y_m(t)$)

On introduit la fonction quadratique suivante :

$$V(e,\theta_1,\theta_2) = \frac{1}{2}\left(e^2 + \frac{1}{b\gamma}(b\theta_2 + a - a_m)^2 + \frac{1}{b\gamma}(b\theta_1 - b_m)^2\right)$$

3. Vérifier si V est une fonction de Lyapunov ?
4. En se basant sur cette fonction de *Lyapunov*, trouver les paramètres d'adaptation $\theta_1$et θ_2 de la loi de commande $u(t)$ garantissant la stabilité asymptotique du système en boucle fermée ?
5. Tracer le schéma fonctionnel correspondant ?

Exercice 3 (8pts): Soit le système multivariable décrit par les équations d'état ci-dessous :

$$\dot{x} = \overbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & -3 \end{pmatrix}}^{A} x + \overbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}}^{B} u, \qquad y = \overbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}^{C} x \text{, avec } x_0 = (1 \ \ -1 \ \ 0)^T$$

1- Examiner la stabilité, la commandabilité et l'observabilité ?

2- Déduire la matrice modale P, puis vérifier le produit matriciel $P^{-1}AP = \tilde{A}$?

Pour le changement d'état $x(t) = P\cdot z(t)$, on aura la nouvelle représentation d'état $\begin{pmatrix} \tilde{A}_{3\times3} & \tilde{B}_{3\times2} \\ \tilde{C}_{2\times3} & 0_{2\times2} \end{pmatrix}$.

3.1. Calculer les deux matrices $\tilde{B}$ et $\tilde{C}$ et la condition initiale z_0 ?

3.2. Déduire la commandabilité et d'observabilité ?

3.3. Déduire la matrice de transition $e^{\tilde{A}t}$?

3.4. Calculer de la matrice de transition e^{At} et la réponse libre $x_L(t)$?

République Algérienne démocratique et populaire

Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

Université 8 Mai 1945-Guelma

Faculté des sciences et de la technologie

Département de Génie Electrotechnique et Automatique

Guelma le : 28/01/2023

Concours d'accès à la formation de 3ème cycle en Automatique

Spécialité : Automatique et Robotique

Epreuve commune : Traitement de signal et robotique (1h30)

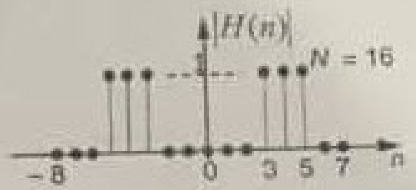
Exercice 1 (10 pts)

I. Un filtre analogique présente une fonction de transfert exprimée par :

$$H(p) = \frac{1}{p^2 + 3p + 2}$$

1. Calculez les pôles de $H(p)$. Le filtre est-il stable?
2. Calculer la réponse impulsionnelle du filtre.
3. Calculer la fonction de transfert du filtre numérique correspondant $H(z)$ par la méthode de l'invariance impulsionnelle.

II. On désire synthétiser un filtre RIF passe-bande à phase linéaire qui répond aux contraintes en fréquence décrites dans la figure suivante.



La réponse en fréquence est données par :

$$H(n) = |H(n)| e^{j\varphi(n)} \quad \text{avec } \varphi(n) = -\pi(N-1)\frac{n}{N}$$

Déterminer la réponse impulsionnelle $h(k)$ du filtre RIF à l'aide de la TFD^{-1}, avec $0 \le k \le N-1$

III. Déterminer la transformée en Z et la région de convergence du signal $x(k)$: $x(k) = (1 + k + k^2)u(k)$

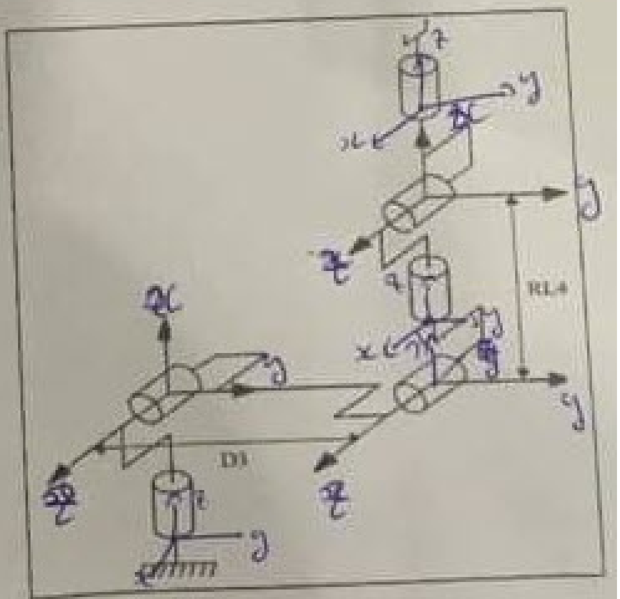
Exercice 2 (10 pts)

La figure ci-contre représente le robot manipulateur Staubli RX-90 (6 *ddl*), ce robot est composé d'un porteur de type **RRR** et d'un poignet de type sphérique **RRR** (3 axes concourants équivalent à une rotule).

1) Désigner les repères sur le schéma cinématique du robot.

2) Dresser la table des paramètres Denavit-Hartenberg modifiée.

j	σ_j	α_j	d_j	θ_j	r_j
1					
2					
3					
4					
5					
6					



3) Ecrire les matrices homogènes élémentaires $^{j-1}T_j$

On donne la matrice de transformation homogène définissant le repère (R_j) dans le repère (R_{j-1}) par

$$
{}^{j-1}T_j = \begin{pmatrix} c\theta_j & -s\theta_j & 0 & d_j \\ c\alpha_j s\theta_j & c\alpha_j c\theta_j & -s\alpha_j & -r_j s\alpha_j \\ s\alpha_j s\theta_j & s\alpha_j c\theta_j & c\alpha_j & r_j c\alpha_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

4) Expliquer les différentes démarches (sans calculs) à appliquer pour déterminer le modèle géométrique inverse par l'utilisation de la méthode de PIPER.

5) Le mouvement du robot manipulateur entre une configuration initiale q^i et une configuration finale q^f est décrit par la trajectoire polynomiale de degrés 5 :

$$
q(t) = q^i + (a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5)(q^f - q^i) \quad pour\ 0 \le t \le t_f
$$

Avec les conditions aux limites: $\begin{cases} q(0) = q^i \\ q(t_f) = q^f \\ \dot{q}(0) = \dot{q}(t_f) = 0 \\ \ddot{q}(0) = \ddot{q}(t_f) = 0 \end{cases}$

a) Déterminer l'expression de $q(t)$

b) Les vitesses et accélérations maximales du robot manipulateur.