



Concours de Doctorat 3^{ème} cycle 2021-2022

Fillière : Génie Mécanique
 Spécialité : Energétique
 Epreuve : Mécanique des fluides

Durée : 2 heures

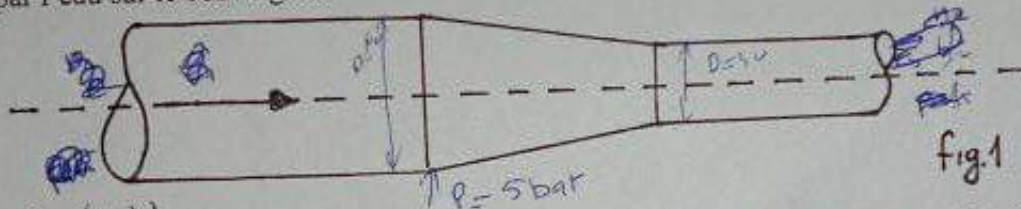
Exercice 1 : (5pts)

Soit la fonction analytique de la variable $z = x+iy$, $f(z) = V(z + a^2/z)$ V et a constants

- 1)- Déterminer les fonctions de courant et du potentiel des vitesses.
- 2)- Déterminer et dessiner la ligne de courant $\psi = 0$.
- 3)- Calculer les vitesses le long de l'axe Ox et de l'axe Oy.

Exercice 2: (5pts)

On dispose de deux tubes, l'un de 30cm de diamètre, l'autre de 60cm de diamètre. Ils sont reliés par un convergent normalisé (voir figure 1). A l'intérieur circule de l'eau avec un débit de 50 l/s, la pression effective à l'entrée du convergent est de 5 bars. Si on néglige les pertes, déterminer la force exercée par l'eau sur le convergent.



Exercice 3 : (4pts)

Le tronçon de conduite lisse représenté ci-dessous est le siège d'un écoulement de liquide. On demande de calculer :

- 1)- La vitesse moyenne de l'écoulement.
- 2)- Le régime d'écoulement.
- 3)- Le coefficient de perte de charge linéaire.
- 4)- La différence de pression $P_1 - P_2$.

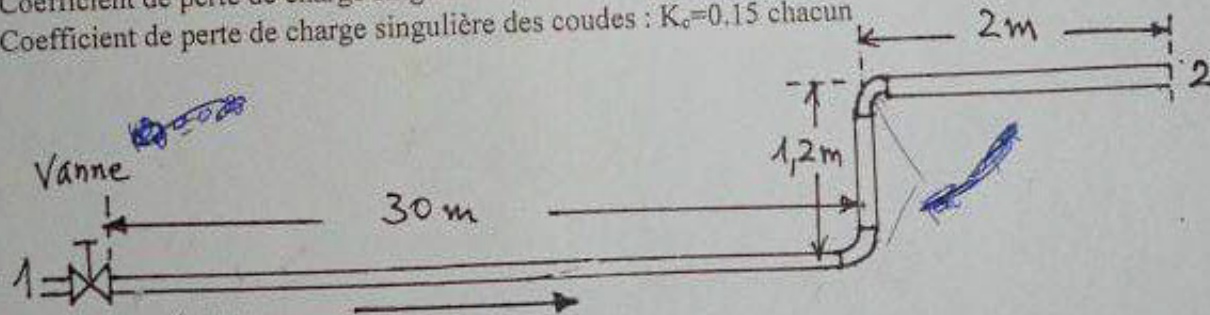
Données : Diamètre de la conduite $d=50\text{mm}$.

Débit volumique du liquide $q_v=180\text{ l/mn}$. Viscosité cinématique du liquide $\nu = 1,3 \cdot 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$.

Masse volumique du liquide $\rho=1000\text{ kg/m}^3$

Coefficient de perte de charge singulière de la vanne : $K_v=0,8$

Coefficient de perte de charge singulière des coudes : $K_c=0,15$ chacun



Exercice 4 : (6pts)

Dans un écoulement laminaire d'un fluide sur une plaque mince et plate, on admet que le profil des vitesses dans la couche limite répond à l'équation :

$$\frac{u}{U} = 2\frac{y}{\delta} - \left(\frac{y}{\delta}\right)^2$$

Avec :

U : vitesse d'écoulement libre, u : vitesse à la distance y de la paroi, δ : épaisseur de la couche limite.

Calculer l'épaisseur de la couche limite δ et les rapports de $\frac{\delta_1}{\delta}$, $\frac{\delta_2}{\delta}$, et le facteur de forme H . Avec

δ_1 : épaisseur de déplacement

δ_2 : épaisseur de quantité de mouvement



Concours Doctoral 2021 - 20222
Spécialité : Génie Mécanique
Epreuve : Méthodes Numériques
Durée : 1 h 30 (Aucune documentation autorisée)

Exercice 1

Soit la fonction de Cauchy donnée par : $\begin{cases} y' = -2xy^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$

1) Vérifier que la solution proposée $y(x) = \frac{1}{x^2+1}$ est une solution exacte à cette fonction de Cauchy

- 2) Avec cette solution exacte $y(x)$, calculer l'intégrale $\int_0^{0.75} y(x) dx$ par la méthode des Trapèzes sur l'intervalle $[0, 0.75]$ avec un pas de $h=0.25$.
- 3) Calculer les solutions de cette fonction de Cauchy par la méthode de EULER sur l'intervalle et le pas déjà cités précédemment.
- 4) Comparer les solutions obtenues aux valeurs des solutions exactes.
(Utiliser l'erreur absolue)

Exercice 2

Lors d'une manipulation expérimentale, nous avons relevé les points énumérés dans le tableau qui suit :

x	0 x_0	1 x_1	4 x_2
f(x)	0	1	2

- 1) Déterminer le polynôme de Lagrange $P(x)$ qui interpole cette fonction avec ces trois points d'appuis.
- 2) Donner l'ordre de cette interpolation.
- 3) Calculer $P(2)$ et $P(5)$
- 4) Si la fonction $f(x) = \sqrt{x}$, calculer l'erreur d'interpolation aux points choisis 2 et 5.

Exercice 3

Résoudre le système $A.x = b$ avec la méthode de Gauss. Résolution manuelle avec les fractions en utilisant comme première étape la triangularisation de A et comme seconde étape la résolution du système triangulaire pour trouver x.

$$A = \begin{pmatrix} 8 & -4 & 3 & 7 \\ 4 & 2 & -6 & 4 \\ -16 & 6 & -2 & -15 \\ 6 & 10 & -15 & 10 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 12 \\ 1 \\ -10 \\ 1 \end{pmatrix}$$