الجمهوريّـة الجزائريّة الدّيمقراطيّة الشّعبيّـة
People's Democratic Republic of Algeria
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministry of Higher Education and Scientific Research

Hassiba Benbouali University of Chlef
Faculty of Technology
Mechanical Engineering Department

جامعة حسيبة بن بو علي بالشلف
كلية التكنولوجيا
قسم الهندسة الميكانيكية

Concours d'accès à la formation de Doctorat LMD
Génie Mécanique – samedi 28 janvier 2023
Epreuve N° 03 : MMC

Exercice N° 01 : (07 Pts)

1°) On donne l'état de contraintes d'un milieu continu, exprimé dans la base $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{MPa}$$

Trouver σ'_{ij} dans la base$\left(\vec{e}'_1, \vec{e}'_2, \vec{e}'_3\right)$, où $\left(\vec{e}'_1, \vec{e}'_2, \vec{e}'_3\right)$ est obtenue par la rotation de $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ autour de $\vec{e}_3$ d'un angle de 90^0.

2°) On considère un problème plan où l'état de contraintes est donné par :

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 400 & 100\sqrt{3} \\ 100\sqrt{3} & 200 \end{bmatrix} \text{MPa}$$

Déterminer les contraintes principales et les directions principales.

Exercice N° 02 : (07 Pts)

Un milieu élastique homogène et isotrope subit un changement de configuration plan décrit dans un repère comme suit où φ est une constante positive:

$$\begin{cases} x_1 = X_1 \cos(\varphi t) - X_2 \sin(\varphi t) \\ x_2 = X_1 \sin(\varphi t) + X_2 \cos(\varphi t) \\ x_3 = X_3 \end{cases}$$

Déterminer :

1°) Le champ de déplacement et le tenseur gradient de déformation $\bar{\bar{F}}$.

2°) Le tenseur gradient de déplacement.

3°) Les tenseurs de déformation de Cauchy-Green droit $\bar{\bar{C}}$ et de Cauchy-Green gauche $\bar{\bar{B}}$.

4°) Le tenseur de Green – Lagrange $\bar{\bar{E}}$.

Exercice N° 03 : (06 Pts)

Considérons respectivement les états plans de déformation et de contrainte parallèles au plan $(\vec{X}_1\ ,\vec{X}_2\ )$.

1°) Démontrer que les contraintes normales σ_{11} et σ_{22} peuvent s'écrire en fonction des déplacements comme suit :

$$\sigma_{11} = a\,\frac{\partial U_1}{\partial X_1} + b\,\frac{\partial U_2}{\partial X_2} \quad ; \quad \sigma_{22} = c\,\frac{\partial U_1}{\partial X_1} + d\,\frac{\partial U_2}{\partial X_2}$$

2°) En déduire les constantes a, b, c et d pour chacun des deux cas en fonction du module d'Young E et du coefficient de Poisson ν.

On donne la loi de Hooke : $\sigma_{ij} = \frac{1}{1+\nu}\varepsilon_{ij} + \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\varepsilon_{kk}\,\delta_{ij}$

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
People's Democratic Republic of Algeria
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministry of Higher Education and Scientific Research

Hassiba Benbouali University of Chlef
Faculty of Technology
Mechanical Engineering Department

جامعة حسيبة بن بوعلي بالشلف
كلية التكنولوجيا
قسم الهندسة الميكانيكية

Concours d'accès à la formation de Doctorat LMD
Génie Mécanique – Samedi 28 Janvier 2023
Epreuve N° 01 : Méthodes Numériques
Sujet 3

EXERCICE 1 (7 pts) : Soit l'intégrale suivante :

$$I = \int_0^3 \frac{1}{x^2+1}\, dx$$

1. Calculer l'intégrale en utilisant la méthode de trapèzes généralisée pour un nombre d'intervalle **n=6 ;**
2. Comparer le résultat avec la valeur exacte de cette intégrale ;
3. Trouver le nombre d'intervalle **n** nécessaire pour obtenir une erreur de $\mathbf{10^{-6}}$ par la méthode de trapèzes généralisée $\left|f^{(2)}(x)\right| \leq 0.016$.

EXERCICE 2 (6pts) : On considère la fonction

$$f : x \in [-1, 1] \rightarrow f(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

On approche cette fonction en utilisant une interpolation linéaire de Lagrange à deux points $x_0 = -1$ et $x_1 = 1$ d'interpolation. Le polynôme d`interpolation de Lagrange $P_n(x)$ est de degré n

(a) Quelle est la valeur du degré n du polynôme d'interpolation $P_n(x)$;

(b) Déterminer les fonctions de base de Lagrange $L_i(x)$ associées aux deux points $x_0 = -1$ et $x_1 = 1$. Déterminer alors le polynôme $P_n(x)$ qui interpole la fonction f aux deux points x_0 et x_1;

(c) Calculer la valeur approchée de la fonction f au point x=0 obtenue par le polynôme $P_n(x)$

EXERCICE 3 (7pts) :

(a) Montrer que la fonction non linéaire $f(x) = x^3 + 3x^2 - 1 = 0$ en x a au moins une racine dans l'intervalle $[0, 3]$;

(b) En prenant $x_0 = 3$ comme première solution approchée, appliquer la méthode de Newton-Raphson pour résoudre l'équation en trois itérations. Trouver à chaque itération l'erreur absolue de la solution ;

(c) Représenter graphiquement les deux premières itérations du processus itératif de la solution selon la méthode de Newton-Raphson sur le graphe de la fonction f de la figure 1 (ce graphe est à redessiner sur votre feuille d'examen) ;

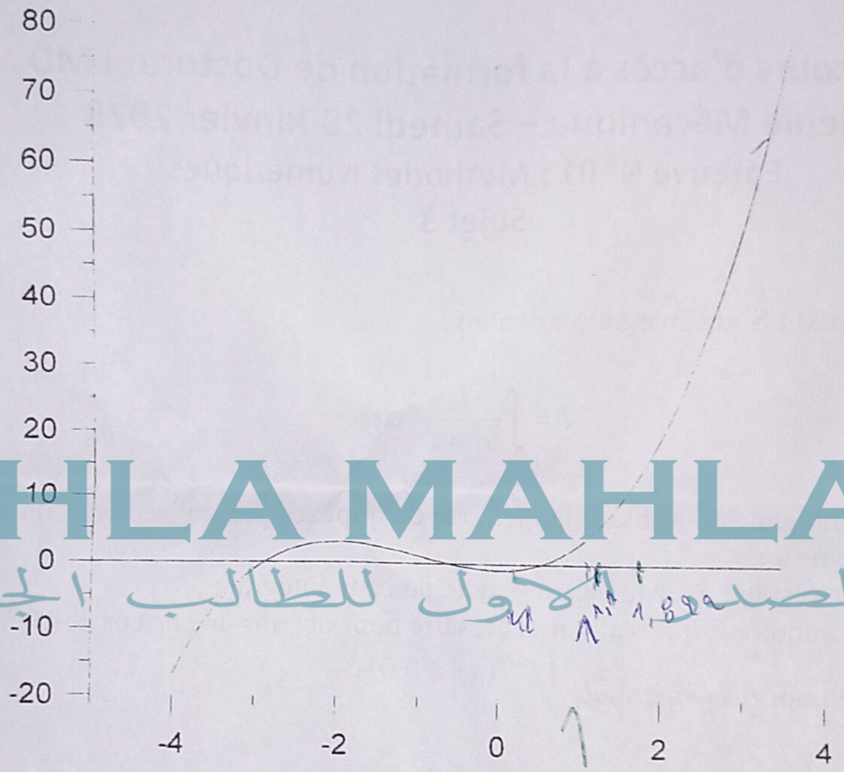

Figure 1 Graphe de la fonction $f(x) = x^3 + 3x^2 - 1$