



Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département de Génie Mécanique

Concours de Doctorat 3<sup>ème</sup> Cycle LMD  
Épreuve : MDF et Transfert de chaleur

Constantine, le 28/01/23

**Exercice 1° : (10 points)**

Le champ de vitesse d'un écoulement incompressible est donné par :

$$u = a(x^2 - y^2), \quad v = -2axy \quad \text{et} \quad w = 0$$

Déterminer quelles sont les conditions pour que ces vitesses soient une solution aux équations de mouvement de Navier-Stokes. En supposant que ces conditions sont remplies, déterminer la distribution de pression résultante ( $g_x = 0$ ,  $g_y = 0$  et  $g_z = -g$ ).

**Exercice 2 (10 points) :**

Une paroi plane (mur) d'épaisseur  $e = 2L = 40$  mm et de conductivité thermique  $k = 7,5$  W/m K subit une génération de chaleur volumétrique *uniforme* à un taux ( $\dot{q}$ ), tandis que le transfert de chaleur par convection se produit sur ses deux surfaces (limites) situées à  $(x = -L)$  et  $(x = +L)$ , dont chacune est exposée à un fluide de température  $T_f = 20^\circ\text{C}$ . En régime *permanent*, la distribution de température dans la paroi est de la forme  $T(x) = a + bx + cx^2$  où  $a = 82,0^\circ\text{C}$ ,  $b = -210^\circ\text{C/m}$ ,  $c = -2 \times 10^{-4}^\circ\text{C/m}^2$  et  $x$  est en mètres. L'origine de la coordonnée  $x$  se situe au niveau du plan médian de la paroi (voir Fig. 1 ci-dessous).

1) Tracez schématiquement la répartition de la température dans la paroi. Pour cela, il est nécessaire de calculer un certain nombre de valeurs de température sur la paroi. Identifiez les caractéristiques physiques les plus importantes de la répartition de température.

2) Calculez le taux volumétrique de génération de chaleur ( $\dot{q}$ ) dans la paroi.

3) Déterminez les flux de chaleur,  $q_x''(-L)$  et  $q_x''(+L)$  (en  $[\text{W/m}^2]$ ). Comment ces flux sont-ils liés au taux de génération de chaleur.

4) Calculez les coefficients de transfert par convection pour les surfaces à  $x = -L$  et  $x = +L$  ?

**On donne :** La masse volumique et la chaleur spécifique du matériau de la paroi sont respectivement  $\rho = 2600$  kg/m<sup>3</sup> et  $c_p = 800$  J/kg K.

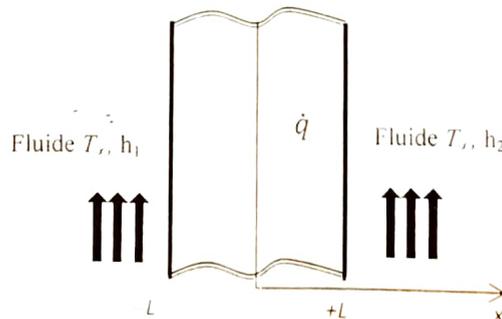


Fig.1 : Conduction de chaleur 1D dans une paroi plane (mur) en régime permanent



Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département de Génie Mécanique

Concours de Doctorat 3<sup>ème</sup> Cycle LMD  
Épreuve : MDF et Transfert de chaleur

Constantine, le 28/01/23

**Exercice 1° : (10 points)**

Le champ de vitesse d'un écoulement incompressible est donné par :

$$u = a(x^2 - y^2), \quad v = -2axy \quad \text{et} \quad w = 0$$

Déterminer quelles sont les conditions pour que ces vitesses soient une solution aux équations de mouvement de Navier-Stokes. En supposant que ces conditions sont remplies, déterminer la distribution de pression résultante ( $g_x = 0$ ,  $g_y = 0$  et  $g_z = -g$ ).

**Exercice 2 (10 points) :**

Une paroi plane (mur) d'épaisseur  $e = 2L = 40$  mm et de conductivité thermique  $k = 7,5$  W/m K subit une génération de chaleur volumétrique *uniforme* à un taux ( $\dot{q}$ ), tandis que le transfert de chaleur par convection se produit sur ses deux surfaces (limites) situées à  $(x = -L)$  et  $(x = +L)$ , dont chacune est exposée à un fluide de température  $T_\infty = 20^\circ\text{C}$ . En régime *permanent*, la distribution de température dans la paroi est de la forme  $T(x) = a + bx + cx^2$  où  $a = 82,0^\circ\text{C}$ ,  $b = -210^\circ\text{C/m}$ ,  $c = -2 \times 10^4^\circ\text{C/m}^2$  et  $x$  est en mètres. L'origine de la coordonnée  $x$  se situe au niveau du plan médian de la paroi (voir Fig. 1 ci-dessous).

1) Tracez schématiquement la répartition de la température dans la paroi. Pour cela, il est nécessaire de calculer un certain nombre de valeurs de température sur la paroi. Identifiez les caractéristiques physiques les plus importantes de la répartition de température.

2) Calculez le taux volumétrique de génération de chaleur ( $\dot{q}$ ) dans la paroi.

3) Déterminez les flux de chaleur,  $q_x''(-L)$  et  $q_x''(+L)$  (en  $[\text{W/m}^2]$ ). Comment ces flux sont-ils liés au taux de génération de chaleur.

4) Calculez les coefficients de transfert par convection pour les surfaces à  $x = -L$  et  $x = +L$  ?

**On donne :** La masse volumique et la chaleur spécifique du matériau de la paroi sont respectivement  $\rho = 2600$  kg/m<sup>3</sup> et  $c_p = 800$  J/kg K.

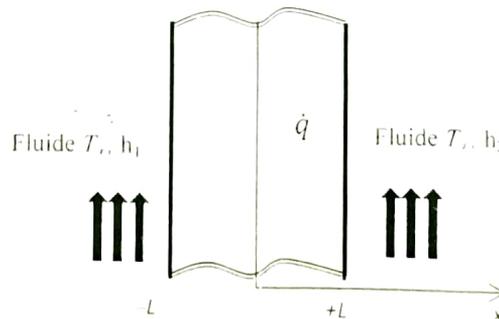


Fig.1 : Conduction de chaleur 1D dans une paroi plane (mur) en régime permanent



Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département de Génie Mécanique  
Concours de Doctorat 3<sup>ème</sup> Cycle LMD  
Épreuve : Méthodes Numérique (Méthodes des éléments Finis)  
Traitez un sujet au choix

Constantine, le 28/01/23

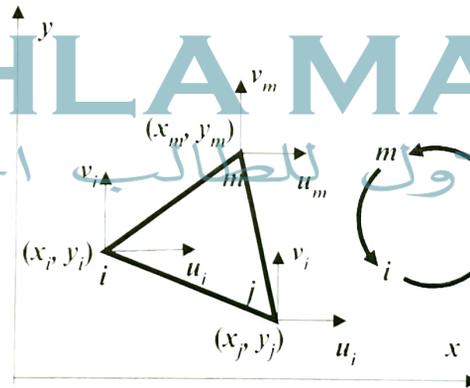
**Exercice 1 : (10pts)**

Soit l'élément fini triangulaire plan (2D) à trois nœuds en déformation plane représenté par la figure ci-dessous.  $t$  - épaisseur et  $A$ -aire de l'élément triangulaire.

- 1- Donner le vecteur déplacement
- 2- Déterminer les fonctions d'interpolation (d'approximation) en fonction des coordonnées des nœuds.
- 3- Déterminer les déformations
- 4- Donner la relation contraintes-déformations
- 5- Donner l'expression de la matrice de rigidité de l'élément

SAHLA MAHLA

المصدر الأول للطالب الجزائري

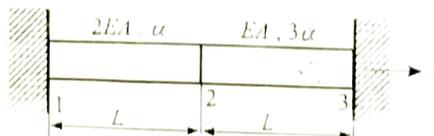


**Exercice N°2 (10 Points)**

Une poutre de section droite constante (carré de côté  $c$ ) est constituée de deux matériaux. La poutre est soumise à une variation de température  $\Delta T > 0$  (voir figure).

On demande de déterminer les efforts et les déplacements élémentaires ainsi que les réactions.

On donne :  $L = 0.4m$ ,  $c = 10mm$ ,  $E = 100000MPa$ ,  $\alpha = 3 \cdot 10^{-6} K^{-1}$ ,  $\Delta T = 50K$ .





Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département de Génie Mécanique  
Concours de Doctorat 3<sup>ème</sup> Cycle LMD  
Épreuve : Méthodes Numérique (Volumes Finis)  
Traitez un sujet au choix

Constantine, le 28/01/23

Exercice 1 (10 points) :

Considérons le problème du refroidissement d'une ailette circulaire par transfert de chaleur convectif sur sa longueur  $L$ . La convection donne lieu à une perte de chaleur (un terme de puits) qui dépend de la température  $T$  dans l'équation de la chaleur. La figure ci-dessous montre une ailette cylindrique de section uniforme «  $A_c$  ». La base de l'ailette est à une température de  $T_B=50^\circ\text{C}$  et son extrémité est isolée ( $q = 0$ ). L'ailette est exposée à l'air ambiant à une température de  $T_\infty = 20^\circ\text{C}$ .

En supposant que le transfert de chaleur est unidimensionnel (dans la direction axiale notée  $x$  sur la figure), l'équation de conservation d'énergie s'écrit :

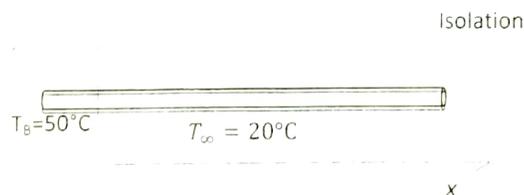
$$\frac{d}{dx} \left( k \frac{dT}{dx} \right) - \frac{hP}{A_c} (T - T_\infty) = 0$$

où  $h$  est le coefficient de transfert thermique convectif,  $P$  est le périmètre de l'ailette,  $k$  est la conductivité thermique (supposée constante) du matériau de l'ailette,  $T_\infty$  est la température ambiante et  $x$  est la distance le long de l'ailette.

1- En introduisant un paramètre relatif à l'ailette, noté «  $m$  » et défini par  $m = \sqrt{hP/(kA_c)}$ , exprimer l'équation de la chaleur en fonction de  $m^2$ .

2- Calculez la distribution de température le long de l'ailette par la méthode des volumes finis en utilisant un maillage *uniforme* composé de six volumes de contrôle et le schéma de différenciation centrale pour la conduction. On vous demande d'écrire le système d'équations algébriques résultant de la discrétisation pour tous les nœuds. Comment pouvons-nous résoudre ce système d'équations.

Pour simplifier on donne : la longueur  $L = 0,6$  m et le paramètre de l'ailette ( $m^2 = hP/(kA_c) = 40 \text{ m}^{-2}$ ).



Figure

Recto.....

## Exercice 2 (10 points) :

Considérons l'écoulement unidimensionnel stationnaire d'un fluide incompressible dans une conduite de section constante. Utiliser le maillage décalé montré dans la figure 1, où la pression  $P$  est évaluée aux nœuds principaux A, B, C et D tandis que la vitesse  $U$  est calculée aux nœuds décalés  $i=1, 2, 3$  et 4.



Fig.1 Maillage de la conduite

L'équation de quantité de mouvement discrétisée dans un nœud  $i$  est donnée par :

$$a_i u_i = \sum a_{nb} u_{nb} + (p_{i-1} - p_i) A_i + b_i \quad (1)$$

Où  $A_i$  est la section de la conduite en  $x=x_i$

L'équation algébrique reliant les vitesses estimées  $u^*$  aux pressions supposées  $p^*$  est :

$$a_i u_i^* = \sum a_{nb} u_{nb}^* + (p_{i-1}^* - p_i^*) A_i + b_i \quad (2)$$

Les équations pour  $p$  et  $u$  sont :

$$p_i = p_i^* + p_i' \quad u_i = u_i^* + u_i'$$

Où  $p_i'$  et  $u_i'$  sont les corrections de la pression et de la vitesse respectivement

- 1) En utilisant les équations (1) et (2) Montrer que les corrections de la vitesse sont obtenues en utilisant la formule :

$$u_i' = d_i (p_{i-1}' - p_i') \quad (3)$$

Où  $d_i = A_i / a_i$

- 2) En intégrant l'équation de continuité

$$\frac{d}{dx} (\rho u) = 0 \quad (4)$$

sur le volume de contrôle de la pression et en utilisant l'équation (3) montrer que l'équation algébrique de correction de la pression pour cet écoulement unidimensionnel est :

$$a_p p_p' = a_W p_W' + a_E p_E' + b' \quad (5)$$

Où :

$$a_W = (\rho d A)_w, \quad a_E = (\rho d A)_e, \quad a_p = a_W + a_E$$

et

$$b' = (\rho u^* A)_w - (\rho u^* A)_e$$

- 3) Utilisez l'algorithme SIMPLE pour calculer les corrections de pression aux nœuds A, B, C et D et obtenez le champ corrigé de vitesse aux nœuds  $i=2, 3$  et 4.

Les données du problème sont :

- Masse volumique  $\rho=1.0 \text{ kg/m}^3$
- La section  $A$  de la conduite est constante
- La valeur de  $d$  est supposée constante, prendre  $d=2.0$
- Les conditions aux limites sont :  $u_1=15 \text{ m/s}$  et  $p_D=0 \text{ Pa}$
- Champ initial estimé de la vitesse :  $u_2^*=10.0 \text{ m/s}$ ,  $u_3^*=13.0 \text{ m/s}$  et  $u_4^*=9.0 \text{ m/s}$

Quelle est la solution exacte de ce problème ?

Comparez la solution numérique à la solution exacte. Conclusion ?