



مسابقة الالتحاق بالتكوين في الدكتوراه لشعبة الهندسة المدنية 2023/2022

Concours d'accès à la Formation Doctorale (LMD) de la Filière de Génie Civil 2022/2023

(Date 04/02/2023 – Horaire 13h00-14h30 - Durée 01h30mn)

Spécialité	Matériaux en Génie Civil et Geotechnique	مواد في الهندسة المدنية وجيوتقني	تخصص:
Epreuve N° 1	مقاومة المواد 2 Résistance des Matériaux II		الامتحان رقم واحد

M.G.C

Variante N°: 1

الموضوع رقم:

R.D.M

Exercice 1 (6 pts)

On se propose de comparer la déformation d'une barre d'acier (de section circulaire) sous un même chargement P à son extrémité, mais avec 2 conditions d'appuis différentes. Avec un moment d'inertie $I = 12.56 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$ et un $E = 2 \cdot 10^{10} \text{ daN/m}^2$

I- Appui double en A et simple en C :

Soit $R_{Ax} = -2P$ et $R_{Cy} = 3P$

A l'aide du théorème de Castigliano,

Calculer la flèche V_B en B (en cm)

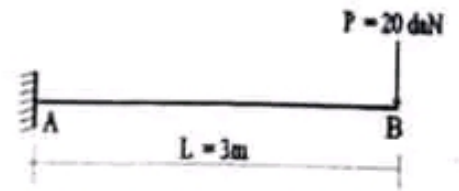
جامعة
محمد
بوضياف
المسيلة
2023

04/02/2023



II- Encastrement seul :

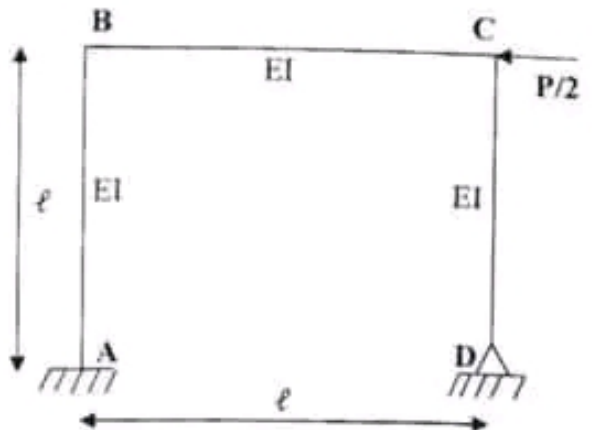
Calculer par les intégrales de Mohr, la flèche V_B en B (en cm)



Exercice 2 :(7pts)

On considère le portique ABCD représenté sur la figure ci-contre de rigidité EI constante.

À l'aide de la méthode des forces, tracer le diagramme des moments fléchissants de ce système.



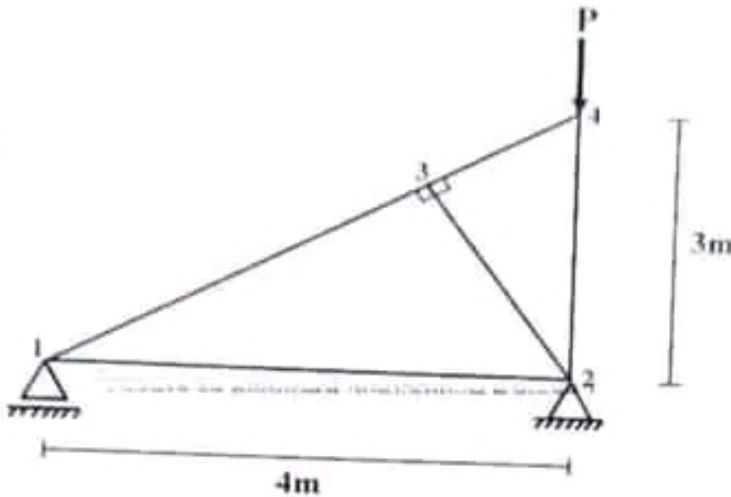
Exercice 3 : (7pts)

Soit le treillis ci-dessous composé de cinq éléments ayant les mêmes caractéristiques « E, S ». Il est chargé au nœud numéro « 4 » par une force concentrée verticale « P ». Les liaisons sont toutes des articulations.

-Par la méthode de Castigliano, calculez le déplacement vertical « δ_v » du nœud numéro « 3 ».

04/02/2023

جامعة
محمد
بوضياف
المسيلة
2023



R.D.M

M.G.C

SAHLA MAHLA

المصدر الأول للطالب الجزائري



I/ Appui double en A et simple en C.

$R_{Ay} = -2P, R_{Cy} = 3P$

la flèche w_B en B par Castigliano

$w_B = \frac{\partial W_{def}}{\partial P} \Rightarrow w_B = \int_0^2 \frac{M(x)}{EI} \frac{\partial M(x)}{\partial P} dx$ (0.5)

$w_B = \int_0^1 \frac{M_{Ac}(x)}{EI} \frac{\partial M_{Ac}(x)}{\partial P} dx + \int_1^3 \frac{M_{cB}(x)}{EI} \frac{\partial M_{cB}(x)}{\partial P} dx$ (0.5)

$M_{Ac}(x) = -2Px \Rightarrow \frac{\partial M_{Ac}(x)}{\partial P} = -2x$
 $M_{cB}(x) = -P(3-x) \Rightarrow \frac{\partial M_{cB}(x)}{\partial P} = -(3-x)$ (0.5)

$w_B = \frac{1}{EI} \left[\int_0^1 4Px^2 dx + \int_1^3 P(3-x)^2 dx \right]$
 $= \frac{4P}{EI} \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^1 + \frac{P}{EI} \left[\frac{(x-3)^3}{3} \right]_1^3 = \frac{4P}{3EI} + \frac{8P}{3EI}$ (0.5)

$\Rightarrow w_B = \frac{4P}{EI} = w_B = \frac{4 \cdot 20}{2 \cdot 10^{10} \cdot 12,56 \cdot 10^{-8}} = w_B = 3,18 \text{ cm}$

II/ Encastrement Seul

la flèche w_B en B par Mohr

Système Réel $M(x) \rightarrow$

$M(x) = P(x-3)$

Système virtuel $m(x) \rightarrow$

$m(x) = x-3$

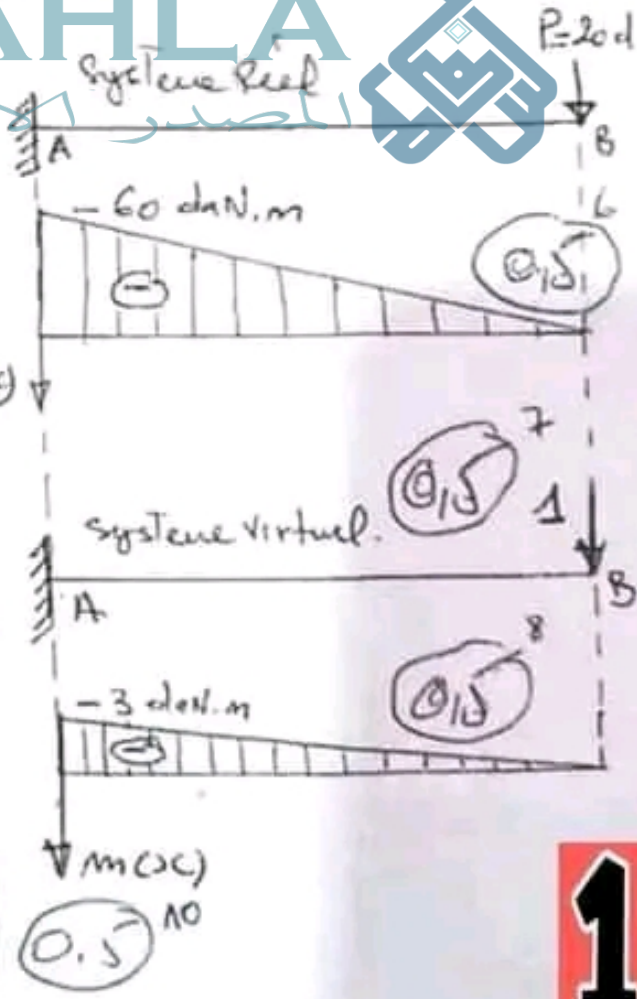
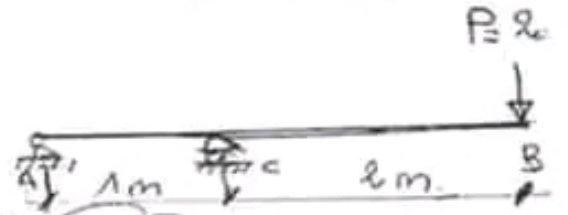
Tab I.1

$EI w_B = \frac{1}{3} M_a \mu_a \cdot l$

$M_a = -60 \text{ daN.m}$
 $\mu_a = -3 \text{ daN.m}$
 $l = 3 \text{ m}$ $\Rightarrow w_B = \frac{180}{EI}$ (1)

$w_B = \frac{180}{2 \cdot 10^{10} \cdot 12,56 \cdot 10^{-8}} = w_B = 7,17 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

$\Rightarrow w_B = 7,17 \text{ cm}$ (0.5)

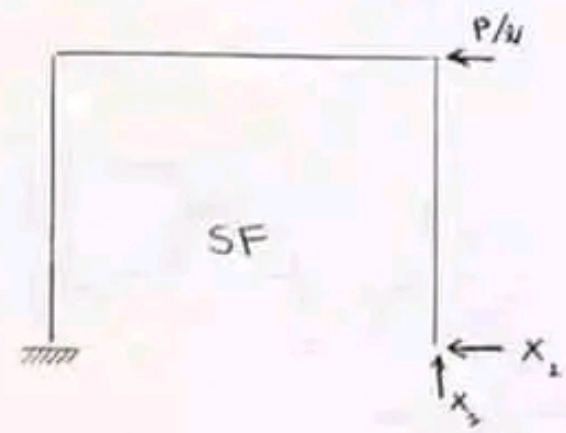
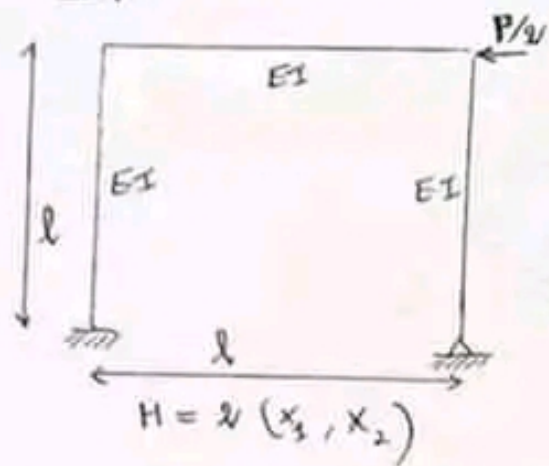


جامعة محمد بوضيافة المسيلة 04/02/2023 2023

Ex: 2 of p13

04/02/2023

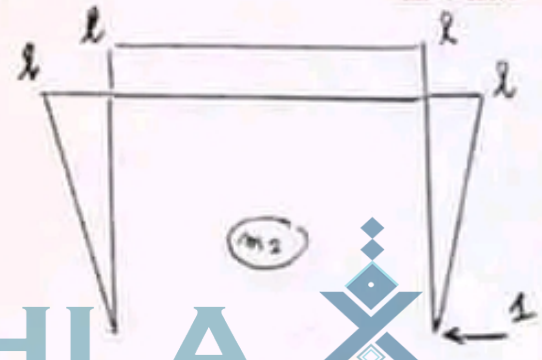
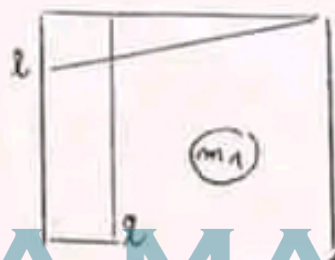
جامعة محمد بوضياف المسيلة 2023



CORRECTION

R.D.M

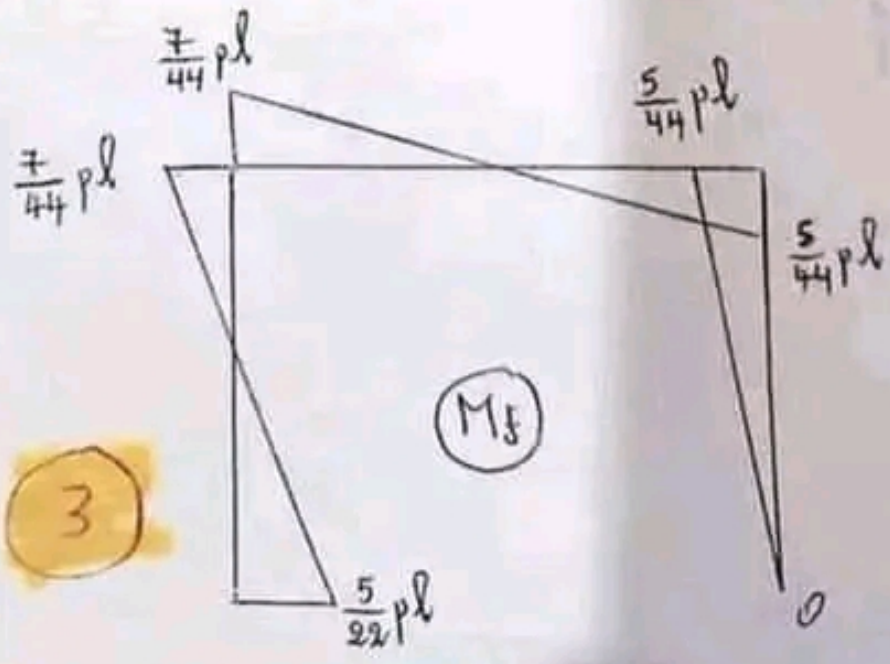
$$\begin{cases} \sum_{11} X_1 + \sum_{12} X_2 + \Delta_{1p} = 0 \\ \sum_{21} X_1 + \sum_{22} X_2 + \Delta_{2p} = 0 \end{cases}$$



$\sum_{11} = \frac{4l^3}{3EI}$, $\sum_{12} = \frac{5l^3}{3EI}$, $\sum_{21} = \frac{l^3}{EI}$, $\sum_{22} = \frac{l^3}{EI}$, $\Delta_{1p} = \frac{Pl^3}{4EI}$, $\Delta_{2p} = -\frac{Pl^3}{12EI}$

$$\begin{cases} X_1 = -\frac{3}{11}P \\ X_2 = -\frac{5}{44}P \end{cases}$$

$$M_f = (M_p) + X_1(m_1) + X_2(m_2)$$



M.G.C

3

2

Exercice 3

07pts

Soit le treillis ci-dessous (en forme d'un triangle rectangle). Il est chargé au nœud numéro « 4 » par une force concentrée verticale « P ». Les liaisons sont toutes des articulations. Les barres ont les mêmes caractéristiques (E, S).

-Par la méthode de Castigliano, calculez le déplacement vertical « δ_v » du nœud numéro « 3 ».

Solution

En ajoutant une force « $X=0$ » à l'exercice, il devient

* Les réactions d'appuis

$R_{1x} = 0$ (0,5) (1) (0,5) (2)

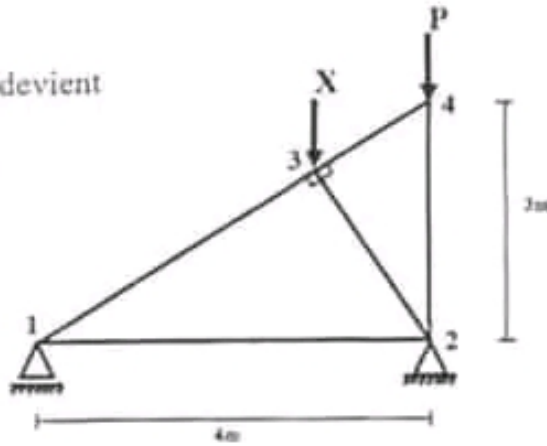
$R_{2y} = \frac{1,44}{4} X; R_{2y} = \frac{4P + 2,56X}{4}$

* Les efforts dans les barres seront

Nœud 1
 $N_{13} = -0,6X; N_{12} = 0,48X$ (0,5) (4) (0,5) (5)

Nœud 2
 $N_{32} = -0,8X; N_{42} = -P$ (0,5) (6) (0,5) (7)

Nœud 3
 $N_{34} = 0$ (0,5) (8) (0,5) (9)



CORRECTION
 R.D.M

جامعة محمد بوضياف المسيلة 2023
 04/02/2023

L'énergie de déformation s'écrit alors

$W = \frac{1}{2ES} \int_0^{3,2} (-0,6X)^2 dx + \frac{1}{2ES} \int_0^4 (0,48X)^2 dx + \frac{1}{2ES} \int_0^{2,4} (-0,8X)^2 dx + \frac{1}{2ES} \int_0^3 (-P)^2 dx$ (1) (10)

$W = \frac{3,61}{2ES} X^2 + \frac{3}{2ES} P^2$ (2) (11)

Selon le théorème de Castigliano :

$\delta = \frac{\partial W}{\partial X} = \frac{3,61}{ES} X$ (0,5) (10)

Sachant que la force « $X = 0$ »

Le nœud numéro 3 n'enregistre aucun déplacement vertical (1) (11)