

1. Définition

Les planchers sont des ouvrages horizontaux constituant des séparations entre les niveaux d'une habitation et supportant des charges verticales (habituellement constituées des charges permanentes et des charges d'exploitation, elles peuvent également provenir des actions climatiques) agissant perpendiculairement à leur plan moyen. Les planchers ont des épaisseurs faibles par rapport à ses dimensions en plan.

Les planchers peuvent être répartis en quatre types :

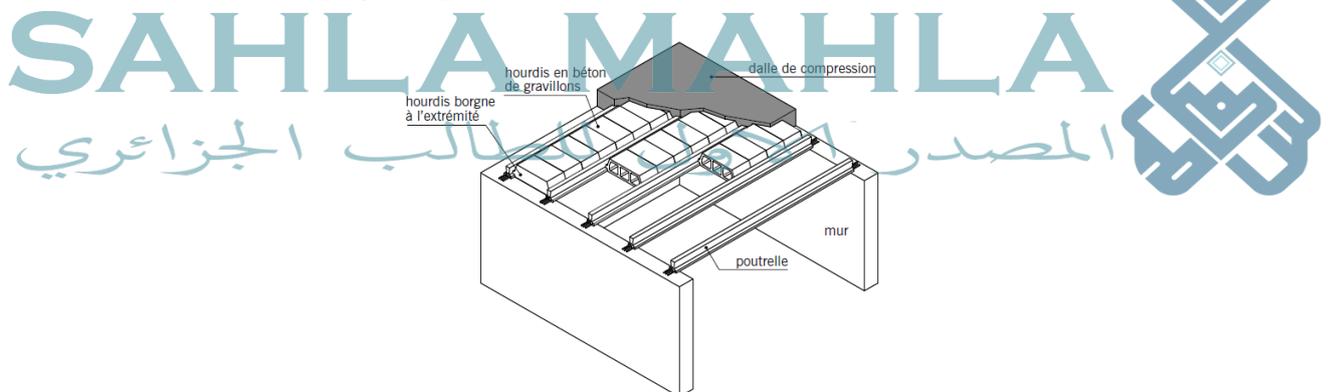
- Les planchers à poutrelles préfabriquées ou planchers à corps creux
- Les planchers nervurés
- Les planchers dalles et planchers champignons
- Les planchers préfabriqués

2. Planchers à poutrelles préfabriquées ou planchers à corps creux

Les planchers à poutrelles préfabriqués sont des planchers dont l'ossature porteuse est constituée d'éléments en béton. Ce type de plancher est couramment employé pour le cas de charges modérées car il peut être mis en œuvre avec des moyens de levage limités.

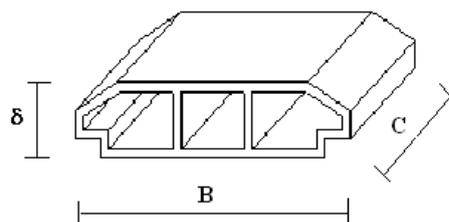
Ce type de plancher est constitué de trois éléments qui sont :

- Les entrevous ou corps creux (appelés aussi Hourdis)
- Le hourdis ou dalle de compression
- Les poutrelles préfabriquées en béton armé



2.1. Les entrevous ou corps creux

Les entrevous ou corps creux sont des éléments préfabriqués en béton de gravillons, en terre cuite ou en polystyrène, mis en place entre les poutrelles d'un plancher. Ils servent généralement de coffrage à la dalle de compression qui les recouvre.



$\delta = 11, 15, 16, 20$ ou 25 cm

$B = 30, 56$ ou 65 cm

$C = 20, 25$ ou 30 cm

Les dimensions les plus commercialisées sont :
(16 - 56 - 20) et (16 - 65 - 20)

2.2. Le hourdis ou dalle de compression

Le hourdis ou dalle de compression appelé aussi dalle de répartition est une dalle en béton coulée en place sur l'ensemble du plancher constitué par les poutrelles et les entrevous. Elle est généralement armée d'un treillis soudé et son épaisseur courante est de 4 à 5 cm environ. La dalle de répartition donne au plancher sa rigidité et assure le report des charges en direction des poutrelles.

Le ferrailage du hourdis forme un quadrillage de barres dont les dimensions de mailles ne doivent pas dépasser :

- 20 cm (5 p.m.) pour les armatures perpendiculaires aux nervures (poutrelles).
- 33 cm (3 p.m.) pour les armatures parallèles aux nervures (poutrelles).

Les sections des armatures doivent normalement satisfaire aux conditions définies ci-après :

Quand l'écartement l entre axes des nervures (poutrelles) est au plus égal à 50 cm, la section A_1 des armatures perpendiculaires aux nervures exprimée en centimètres carrés par mètre linéaire doit être au moins égale à :

$$A_1 \geq \frac{200}{f_e}$$

Quand l'écartement l entre axes des nervures (poutrelles) est compris entre 50 et 80 cm, la section A_1 des armatures perpendiculaires aux nervures doit être au moins égale à :

$$A_1 \geq 0,02.l \cdot \frac{200}{f_e} = \frac{40.l}{f_e}$$

A_1 étant exprimé en centimètres carrés par mètre linéaire et l en centimètres.
 f_e étant la limite d'élasticité de l'acier utilisé exprimée en MPa ou N/mm²

Quant aux armatures A_2 parallèles aux nervures autres que les armatures supérieures de ces dernières, elles doivent avoir une section par mètre linéaire au moins égale à la moitié de celle des armatures perpendiculaires.

$$A_2 \geq \frac{A_1}{2}$$

2.3. Les poutrelles préfabriquées en béton armé

Les poutrelles sont des poutres préfabriquées de faible section en béton armé ou en béton précontraint. Les poutrelles qui constituent la structure porteuse du plancher reposent à leurs extrémités sur des murs porteurs ou des poutres en béton

armé. Les poutrelles sont disposées à intervalles réguliers (tous les 60-cm environ) et reçoivent les entrevous.

2.4. Prédimensionnement et déformation des poutrelles

Les planchers à poutrelles préfabriquées ont une hauteur totale h égale à la hauteur de la poutrelle. Le prédimensionnement des poutrelles est fonction de la longueur l prise égale :

- à nu d'appui dans le cas d'encastrement
- à entre-axe d'appuis libres

$$\frac{h}{l} \geq \frac{1}{22,5}$$

Les déformations des poutrelles préfabriquées doivent rester suffisamment faibles pour ne pas nuire à l'aspect et à l'utilisation de la construction et pour que les revêtements, les cloisons ou autres ouvrages supportés par l'ossature en béton armé, s'il en existe, ne soient pas endommagés d'une façon inadmissible par suite de déformations excessives de leurs supports.

Lorsqu'il est prévu des étais intermédiaires, on peut cependant se dispenser de donner une justification de la déformabilité des planchers à entrevous à condition que les deux inégalités suivantes soient vérifiées :

$$\frac{h}{l} \geq \frac{M_t}{15M_0} \quad \text{et} \quad \frac{A}{b_0 \cdot d} \leq \frac{3,6}{f_e}$$

2.5. Ferrailage des poutrelles

Les poutrelles sont sollicitées en flexion simple, le calcul pour la détermination des armatures longitudinales et transversales se fait de la même manière que pour les poutres continues.

Elles sont justifiées en deux étapes, avant et après coulage du béton.

a/ avant coulage du béton

Les poutrelles préfabriquées doivent être justifiées en phase de construction compte tenu de leurs dispositifs d'étalement. Lorsqu'il est prévu des étais intermédiaires, on admet couramment de ne pas tenir compte de ces phases de construction dans la justification de l'ouvrage terminé. Pour la justification des poutrelles préfabriquées en phase de construction, on considère l'effet des poids des ouvriers, des matériaux (en place ou avant régalage) et des appareils de service. Dans les cas les plus courants, on peut prendre, outre le poids des matériaux et des coffrages, une charge localisée au centre de chaque portée entre étais dont l'intensité est la plus grande des deux valeurs 1 000 N et 500 N par mètre de portée entre étais.

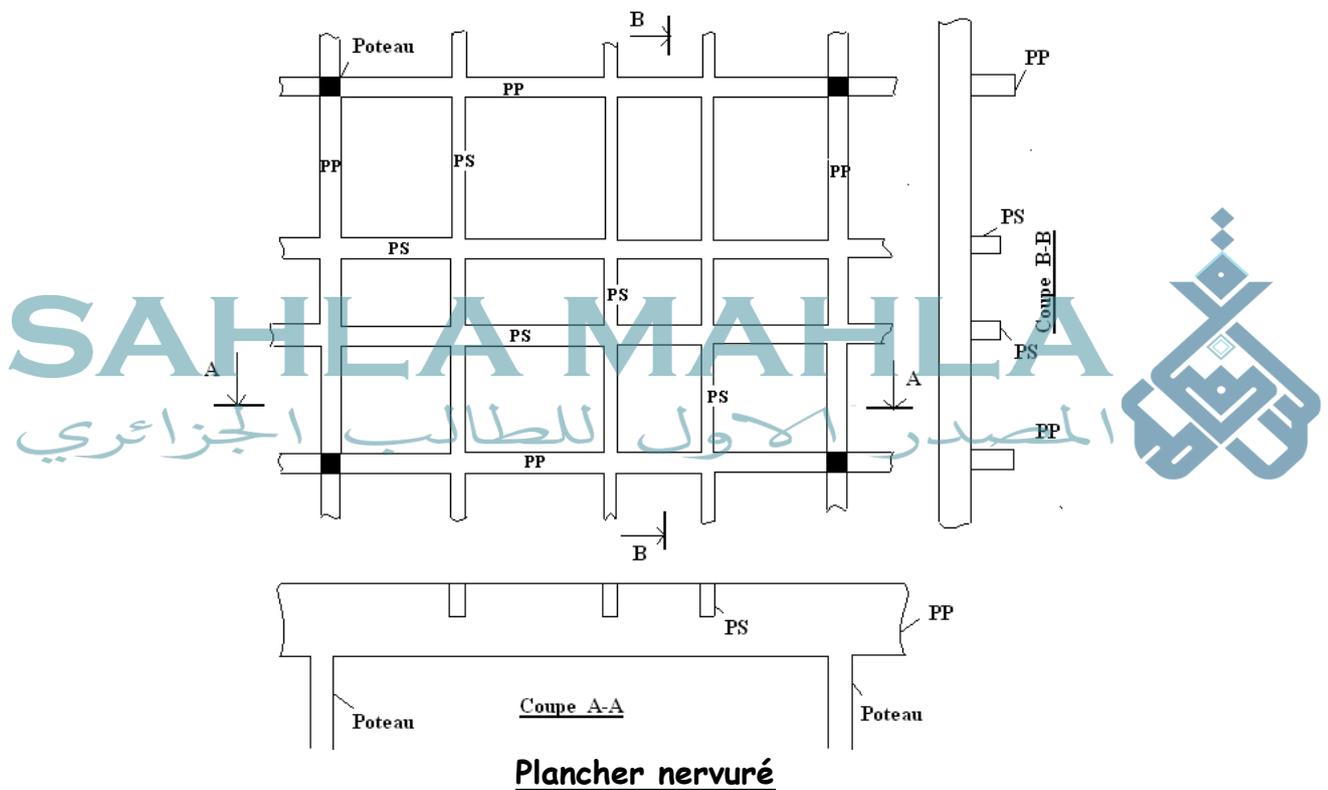
b/ après coulage du béton

Les poutrelles sont calculées sous l'effet des charges permanentes et d'exploitation auxquelles elles sont soumises et travailleront en Flexion Simple. Il s'agira de déterminer les moments négatifs aux appuis (poutres) ainsi que les moments positifs en travées.

3. Planchers nervurés

Les planchers nervurés sont des planchers à dalles pleines reposant sur des poutres appelées nervures. Généralement les poutres sont croisées suivant deux directions perpendiculaires. Les poutres peuvent être toutes principales liés directement à la structure et reposant directement sur les éléments porteurs (poteaux et voiles), comme ils peuvent être réparties en poutres principales et poutres secondaires.

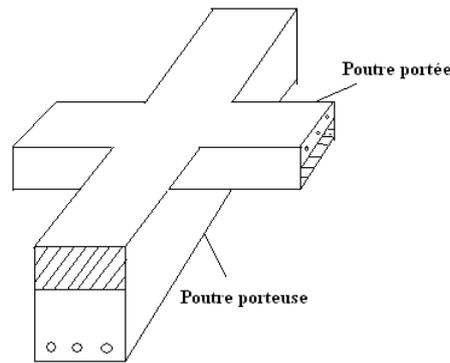
Ce type de plancher est utilisé dans le cas de charges élevées tels que les constructions industrielles.



La transmission des charges verticales se fait à travers les dalles pleines vers les poutres secondaires puis vers les poutres principales qui, de leur part les transmettent aux éléments porteurs (poteaux et voiles) qui les transmettent aux fondations puis au sol.

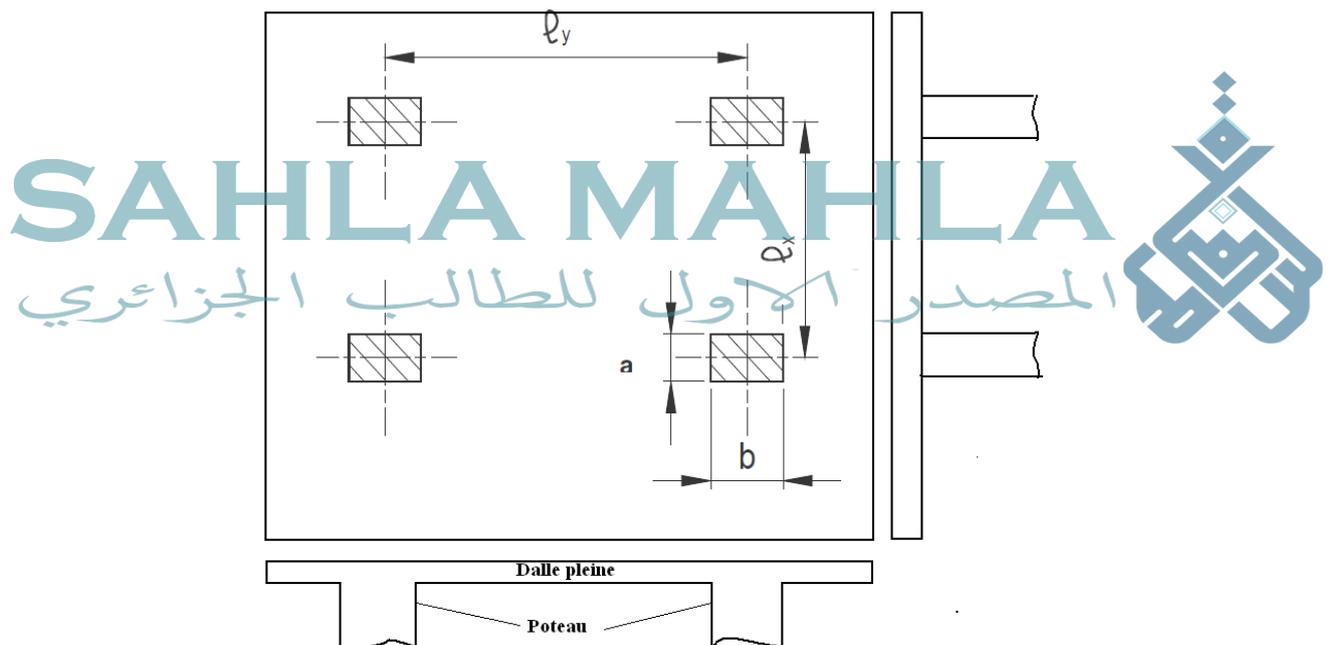
Les poutres secondaires se croisent et reposent sur les poutres principales qui appartiennent à la structure (portique). Les poutres secondaires travaillent en flexion simple et sont calculées comme des poutres continues.

Au droit du croisement, la poutre principale est porteuse et est soumise à un moment positif et la poutre secondaire est portée et est soumise à un moment négatif.



4. Planchers dalles et planchers champignons

Lorsque les planchers sont constitués par des dalles continues sans nervures ni poutres et que ces dalles sont supportées directement par des piliers (appuis ponctuels), on a affaire à des planchers-champignons ou à des planchers-dalles. Les planchers-champignons correspondent au cas où les piliers sont munis à leur partie supérieure de chapiteaux.

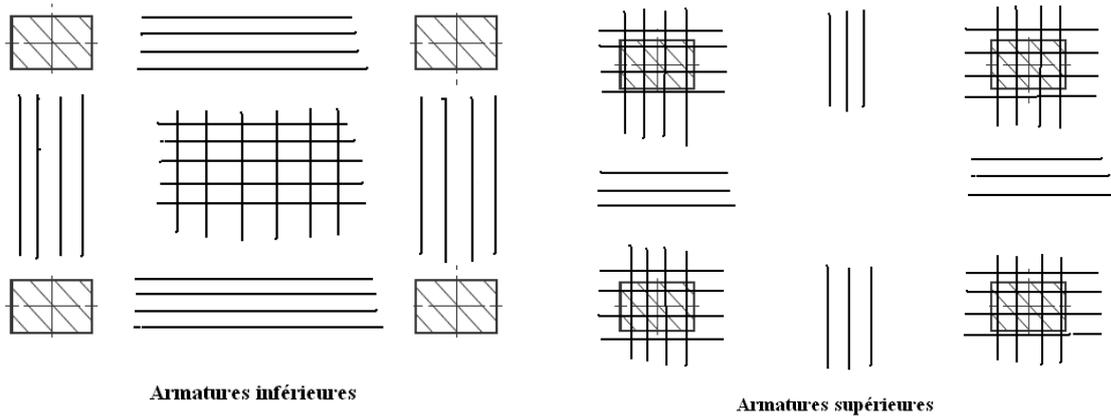


Les planchers champignons sont, en principe, réservés aux planchers industriels à forte surcharge.

Ces types de planchers portent toujours dans deux directions. Les méthodes de calcul et les dispositions constructives font l'objet de l'annexe E4 des Règles BAEL91 (Règlement Français).

$$l_x \text{ et } l_y \approx 3 \text{ à } 6 \text{ m avec } l_y/l_x = 1 \text{ à } 1,25 \text{ Epaisseur de la dalle } h = \left(\frac{1}{30} \text{ à } \frac{1}{35}\right) l_y$$

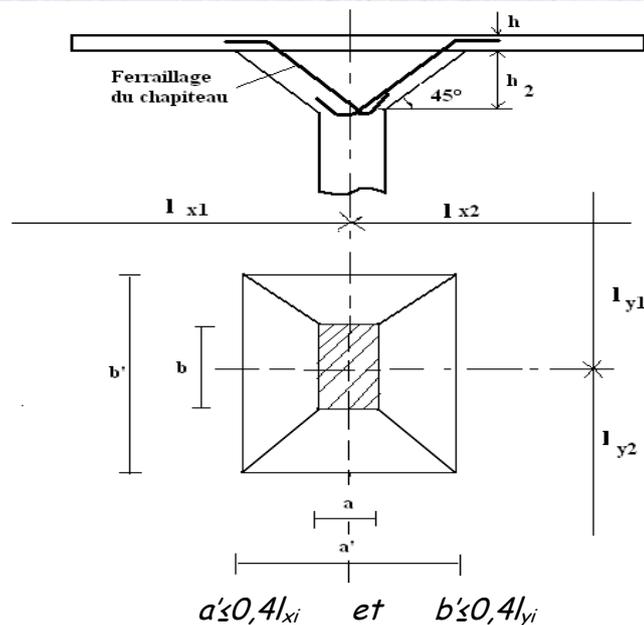
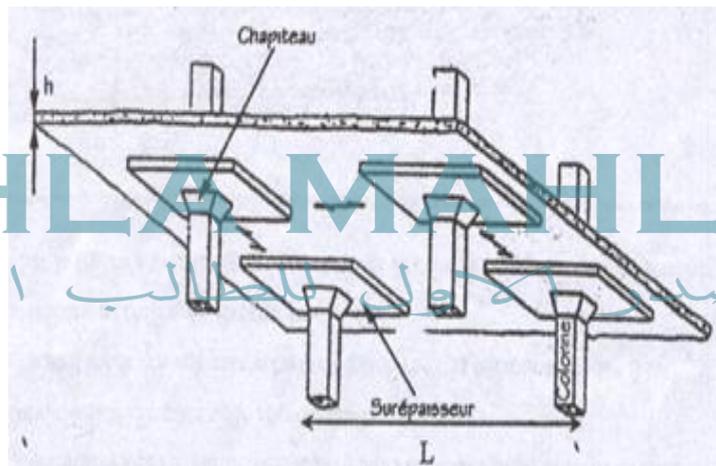
Les figures ci-dessous montrent des solutions possibles pour la disposition du ferrailage utilisé pour constituer les armatures inférieures et supérieures de tels planchers.



Le chapiteau :

Le chapiteau du plancher champignon a pour but de réduire la portée de la dalle et éviter le poinçonnement au droit du poteau.

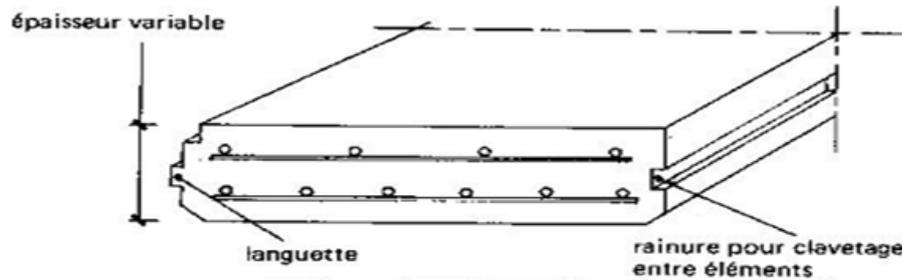
La forme des chapiteaux est assurée en disposant des armatures inclinées de construction.



l_{xi} et l_{yi} désignent les dimensions des 4 panneaux entourant le pilier considéré qui a la plus faible surface. Pour les poteaux circulaires ayant des chapiteaux de surface B, vérifier comme si le chapiteau était carré de côté $a'=b'$ avec $a'=b' \leq 0,4l_{xi}$

5. Planchers préfabriqués

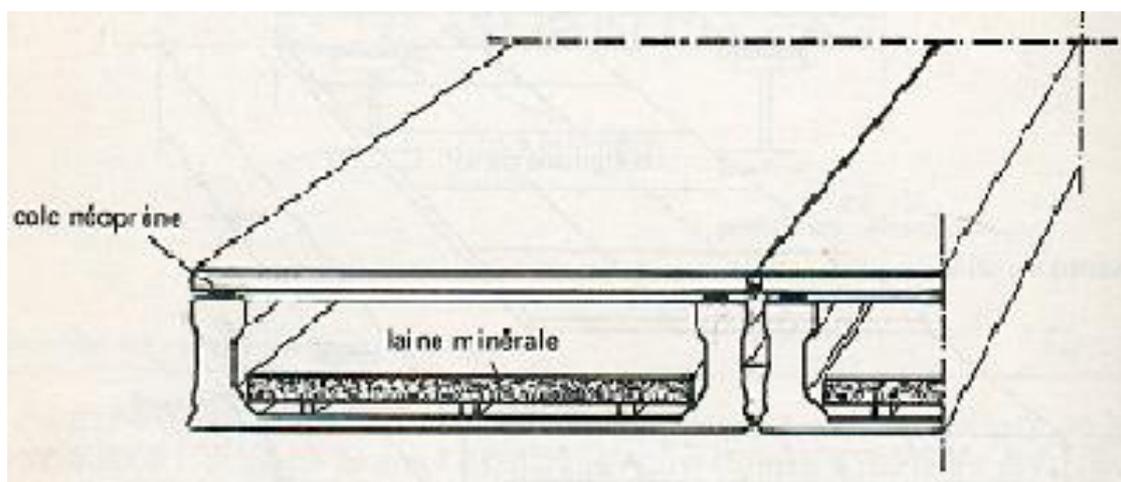
Le plancher préfabriqué est un plancher qui est construit partiellement ou totalement au sol (en usine ou près de l'ouvrage). Les éléments indépendants sont transportés et assemblés sur place. Son avantage est la rapidité d'exécution.



Plancher à base d'éléments en béton cellulaire

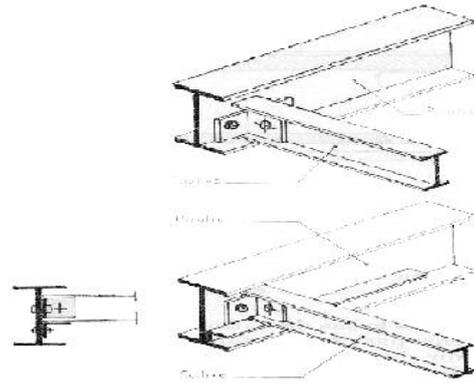


Plancher dalles alvéolées



Planchers à caissons finis deux faces

La solidarisation des différents éléments est réalisée simplement par le moyen d'un joint au mortier de ciment ou par jonction d'aciers en attente.



Les planchers métalliques font parti des constructions préfabriquées et sont généralement envisagés dans les constructions à grandes portées et soumises aux fortes charges. L'assemblage des éléments (profilés) se fait généralement par boulonnage ou par soudure ou les deux à la fois.

6. Calcul des sollicitations d'une dalle pleine (Méthode forfaitaire)

La dalle pleine est un plancher en béton armé de 10 à 20 cm d'épaisseur coulé sur un coffrage plat. Le diamètre des armatures incorporées et leur nombre varient suivant les dimensions de la dalle et l'importance des charges qu'elle supporte. Ce type de plancher est très utilisé dans l'habitat collectif.

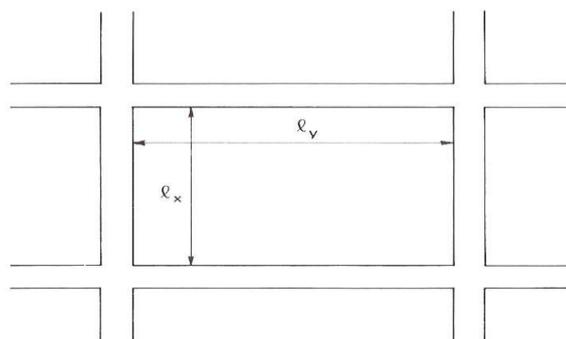
La méthode forfaitaire est applicable dans le cadre des « constructions courantes » supportant des charges modérées (charge d'exploitation au plus égale à deux fois la charge permanente ou à $5\,000\text{ N/m}^2$), la méthode ne s'applique qu'à des éléments fléchis (poutres ou dalles calculées en flexion dans un seul sens) remplissant les conditions suivantes :

- les moments d'inertie des sections transversales sont les mêmes dans les différentes travées en continuité
- les portées successives sont dans un rapport compris entre 0,8 et 1,25
- la fissuration est considérée comme peu nuisible

Une dalle pleine est un élément à contour généralement rectangulaire dont les appuis peuvent être continus (poutres, voiles ou murs maçonnés) ou ponctuels (poteaux).

Les dalles peuvent être simples (une seule travée) ou continues s'étalant sur plusieurs travées donnant des moments positifs en travées et des moments négatifs aux appuis.

Les dalles peuvent porter dans deux directions ou bien dans une seule.



6.1. Prédimensionnement et vérification de l'Etat Limite de Déformation

On adopte généralement :

- $\frac{l}{35} \leq h \leq \frac{l}{30}$ pour une dalle portant sur deux côtés

- $\frac{l}{45} \leq h \leq \frac{l}{40}$ pour une dalle portant sur quatre côtés

Pour des valeurs inférieures, il faut normalement procéder à une vérification de la flèche. Dans le cas des dalles rectangulaires appuyées sur leurs quatre côtés, on peut admettre qu'il n'est pas indispensable de procéder au calcul des flèches si les inégalités suivantes sont réalisées :

- M_x et M_y étant les moments maximaux en travée par bande de largeur unité dans les sens l_x et l_y de la dalle supposée non encastree sur appuis, et non continue au-delà de ses appuis (M_x étant supposé supérieur à M_y) et M_t le moment en travée par bande de largeur unité dans le sens l_x , compte tenu des effets d'encastrement ou de continuité :

$$\frac{h}{l_x} \geq \frac{M_t}{20M_x}$$

M_t ne pouvant être pris inférieur à $0,75 M_x$.

- A étant la section des armatures tendues par bande de largeur b , d leur hauteur utile, et f_e leur limite d'élasticité :

$$\frac{A}{b.d} \leq \frac{2}{f_e}$$

المصدر الاول للطالب الجزائري



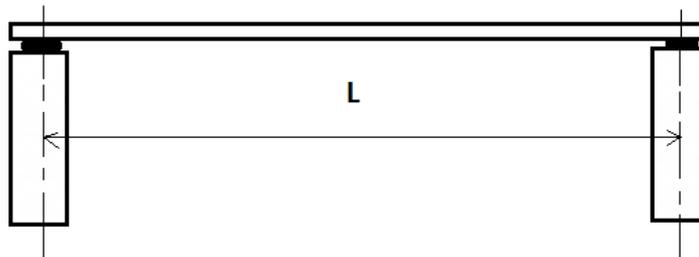
6.2. Appuis et portées

Les dalles s'appuient sur soit :

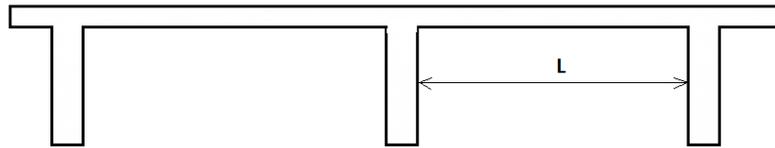
- Des poutres
- Des murs porteurs
- Des poteaux

Les appuis peuvent être simples ou des encastremets. La portée l d'une travée se mesure selon le cas :

- Appuis simples : entre axes



- Encastrement : à nu d'appuis



6.3. Calcul des moments :

Le calcul des moments de flexion dans les dalles se fait suivant une ou les deux directions selon le cas. On dira que la dalle travaille suivant une seule direction ou bien suivant les deux directions.

Dans tous les cas le calcul des moments suivant une direction précise se fait de la même manière que les poutres en prenant comme largeur $b=1\text{m}$.

6.3.1. Dalle travaillant suivant une seule direction

La dalle travaille suivant une seule direction dans les cas suivants :

- a) Elle est encastrée sur un seul côté. C'est le cas de la console



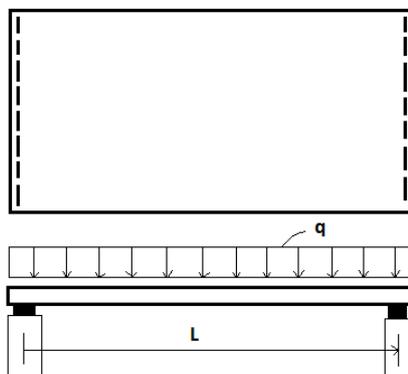
Pour une charge uniformément répartie q

$$M = -\frac{ql^2}{2}$$

Pour une charge concentrée p

$$M = -pl$$

- b) Elle repose simplement sur deux côtés

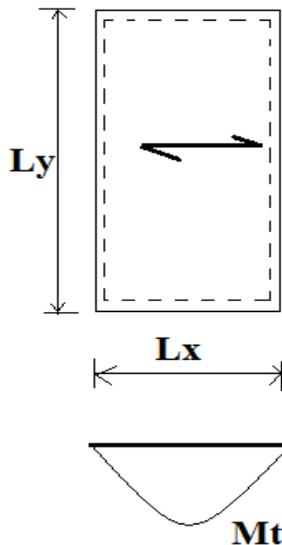


$$M = \frac{qL^2}{8}$$

c) Elle est articulée sur ses 4 côtés

Pour qu'un panneau de dalle articulée sur ses 4 côtés travaille suivant une seule direction il faut que :

- o La charge soit uniformément répartie
- o le rapport des longueurs des travées l_x/l_y soit inférieur strictement à 0,4.

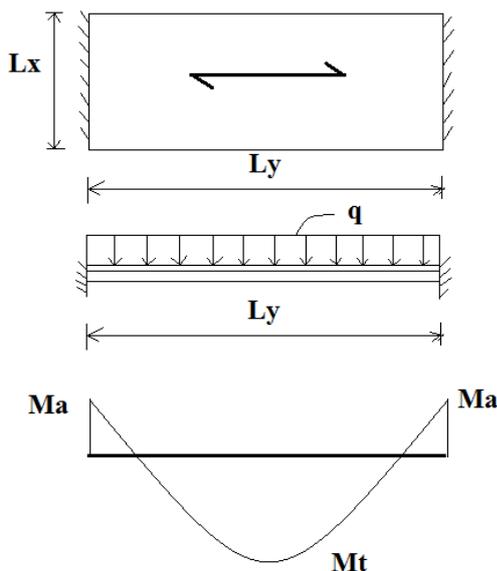


$$M_t = M_0 = \frac{qL_x^2}{8}$$

SAHLA MAHLA



d) Elle est encastrée sur 2 côtés opposés et libre sur les 2 autres



Moment en travée : $M_t = \frac{ql_y^2}{10} = 0,8M_0$

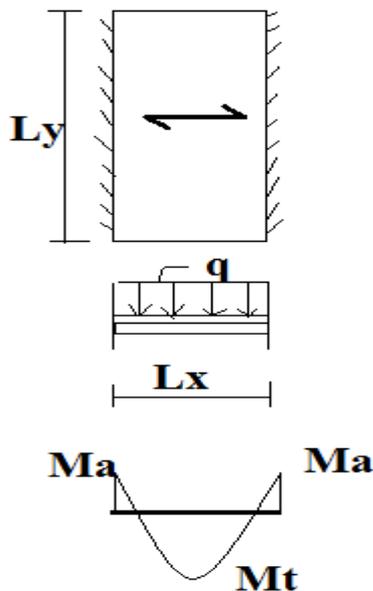
Moment sur appui : $M_a = -\frac{ql_y^2}{16} = -0,5M_0$

Avec :

q : est la charge uniforme résultante du poids propre et de la charge d'exploitation.

l_y : est la portée dans la direction x .

M_0 : est le moment isostatique $M_0 = \frac{ql_y^2}{8}$



Moment en travée : $M_t = \frac{ql_x^2}{10} = 0,8M_0$

Moment sur appui : $M_a = -\frac{ql_x^2}{16} = -0,5M_0$

Avec :

q : est la charge uniforme résultante du poids propre et de la charge d'exploitation.

l_x : est la portée dans la direction x .

M_0 : est le moment isostatique $M_0 = \frac{ql_x^2}{8}$

e) Elle est encastrée sur ses 4 côtés

Pour qu'un panneau de dalle encastré sur ses 4 côtés travaille suivant une seule direction il faut que :

- La charge soit uniformément répartie
- le rapport des longueurs des travées l_x/l_y soit inférieur strictement à 0,4.

Lorsqu'une dalle continue peut être considérée comme partiellement encastrée sur ses appuis de rive en particulier lorsqu'il s'agit d'un plancher à charge d'exploitation modérée, on prendra les moments suivants :

Moment en travée : $M_t = \frac{pl_x^2}{10} = 0,8M_0$

Moment sur appui : $M_a = -\frac{pl_x^2}{16} = -0,5M_0$

Avec :

P : est la charge uniforme résultant du poids propre et de la charge d'exploitation.

l_x : est la portée dans la direction x .

M_0 : est le moment isostatique $M_0 = \frac{pl_x^2}{8}$

6.3.2. Dalle travaillant suivant les deux directions

La dalle travaille suivant les deux directions dans les cas suivants :

a) dalles articulées sur leur contour

Un panneau de dalle est considéré comme travaillant suivant les deux directions si le rapport $\rho = \frac{l_x}{l_y}$ est compris entre 0.4 et 1 et la dalle est uniformément chargée. Nous commencerons par déterminer les moments M_x suivant l_x et M_y suivant l_y .

Dans la direction de la petite portée l_x : $M_x = \mu_x Pl_x^2$.

Dans la direction de la grande portée l_y : $M_y = \mu_y M_x$.

Les valeurs des coefficients μ_x et μ_y sont données en fonction du rapport

$\rho = \frac{l_x}{l_y}$ et du coefficient de poisson ν par le tableau de la page suivante :

Avec : $\nu = 0.2$ pour l'état limite de service.

$\nu = 0$ pour l'état limite ultime.

b) Dalles encastées totalement ou partiellement sur leur contour

Lorsque la dalle fait partie d'un hourdis continu, ou lorsqu'elle est liée à des appuis permettant un encastrement partiel, on réduit les valeurs obtenues précédemment de M_x et M_y pour les dalles articulées sur leurs contours pour estimer les moments en travées M_{tx} et M_{ty} ainsi que les moments aux appuis M_{ax} et M_{ay} .

➤ Panneau de dalle de rive :

Moment en travée :

$$\begin{aligned} M_{tx} &= 0.85M_x \\ M_{ty} &= 0.85M_y \end{aligned}$$

Moment aux appuis :

$$\begin{aligned} M_{ax} = M_{ay} &= -0.3M_x \text{ (appui de rive).} \\ M_{ax} = M_{ay} &= -0.5M_x \text{ (appui intermédiaire).} \end{aligned}$$

➤ Panneau de dalle intermédiaire :

Moment en travée :

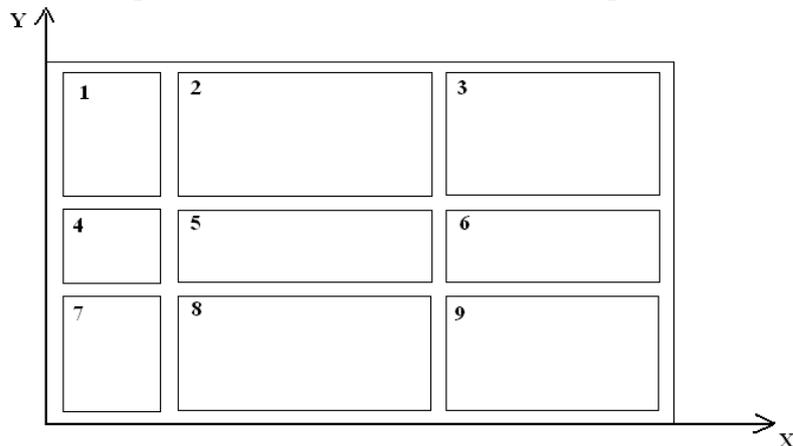
$$\begin{aligned} M_{tx} &= 0.75M_x \\ M_{ty} &= 0.75M_y \end{aligned}$$

Moment aux appuis :

$$M_{ax} = M_{ay} = -0.5M_x$$

Remarques :

- ⇒ *Le moment sur l'appui commun à deux panneaux adjacents est le plus grand en valeur absolue des moments déterminés pour chacun des deux panneaux.*
- ⇒ *L'emplacement du panneau dans la dalle est très important.*



Les panneaux 1, 3, 7 et 9 sont des panneaux de rive suivant x et y
Les panneaux 2 et 8 sont des panneaux intermédiaires suivant X et de rive suivant y
Les panneaux 4 et 6 sont des panneaux de rive suivant x et intermédiaires suivant y
Le panneau 5 est un panneau intermédiaire suivant les deux directions x et y

6.4. Calcul de l'effort tranchant et Armatures transversales:

- a) Dalle travaillant suivant une seule direction :

$$T_e = -\frac{Pl}{2} + \frac{M_w - M_e}{l}$$

$$T_w = \frac{Pl}{2} + \frac{M_w - M_e}{l}$$

- b) Dalle travaillant suivant deux directions :

$$T_x = \frac{Pl_x l_y}{2l_y + l_x}$$

$$T_y = \frac{Pl_x l_y}{3l_y}$$

c) Armatures transversales

En général, on ne dispose pas d'armatures transversales dans les dalles. On n'aura pas besoin d'armatures transversales dans les dalles si la condition suivante est satisfaite :

$$\tau_m = \frac{V}{b_0 \cdot d} \leq \frac{0,07}{\gamma_b} f_{c28}$$

où τ_m est la contrainte tangente (en MPa)
V est l'effort tranchant (KN)

7. **Ferraillage et disposition constructive**

Le calcul de ferraillage se fait en flexion simple pour les sections ayant un moment de flexion.

7.1. **Dalle travaillant suivant une seule direction :**

Dans ce cas il n'y a qu'un seul moment de flexion parallèlement à x (la petite direction). Pour un moment M le calcul de ferraillage donne une section d'armature longitudinale A.

Dans ces conditions, on ne calcule que les armatures parallèles au petit côté lx, on est donc ramené à l'étude d'une poutre de portée lx, de largeur 1m et de hauteur h.

a) Dimension maximale du diamètre Φ des barres

Le diamètre maximal des barres à choisir ne doit en aucun cas dépasser le dixième de la hauteur totale h de la dalle

$$\Phi \leq \frac{h}{10}$$

b) Espacement maximal des barres (entre-axes)

L'espacement maximal a entre les barres (entre-axes) ne doit en aucun cas dépasser les valeurs suivantes :

$$a \leq \text{Min} [3h \text{ et } 33 \text{ cm}] \text{ dans le cas des charges uniformément réparties}$$

$$a \leq \text{Min} [2h \text{ et } 22 \text{ cm}] \text{ dans le cas des charges concentrées}$$

c) Armatures de répartition

Dans le cas des dalles travaillant suivant une seule direction (l_x), le moment parallèlement à l_y étant nul, aucun ferrailage, du point de vue résistance n'est nécessaire. Mais le règlement de Béton Armé (C.B.A.93) exige de prévoir des armatures de répartition disposées parallèlement à l_y , avec :

$$A_{rép} \geq A/4$$

Avec aussi :

$$\phi_{rép} \leq \phi$$

Et :

$a \leq \text{Min} [4h \text{ et } 45 \text{ cm}]$ dans le cas des charges uniformément réparties

$a \leq \text{Min} [3h \text{ et } 33 \text{ cm}]$ dans le cas des charges concentrées

Remarque :

Ces dispositions sont aussi valables pour les armatures supérieures que pour les armatures inférieures.

7.2. Dalle travaillant suivant les deux directions :

Suivant les deux directions les moments existent, on aura à déterminer le ferrailage correspondant.

a) Dalles simplement appuyées sur leur contour

$$\begin{array}{l} M_x \longrightarrow A_x \\ M_y \longrightarrow A_y \end{array}$$

Pour les deux sections de ferrailage, il en résulte :

$$\phi_x \text{ et } \phi_y \leq \frac{h}{10}$$

et

$a \leq \text{Min} [3h \text{ et } 33 \text{ cm}]$ dans le cas des charges uniformément réparties

$a \leq \text{Min} [2h \text{ et } 22 \text{ cm}]$ dans le cas des charges concentrées

b) Dalles encastrées sur leur contour

$$\begin{array}{l} M_{tx} \longrightarrow A_{tx} \\ M_{ty} \longrightarrow A_{ty} \\ M_{ax} \longrightarrow A_{ax} \\ M_{ay} \longrightarrow A_{ay} \end{array}$$

Pour toutes les sections de ferrailage, il en résulte :

$$\phi_{tx}, \phi_{ty}, \phi_{ax} \text{ et } \phi_{ay} \leq \frac{h}{10}$$

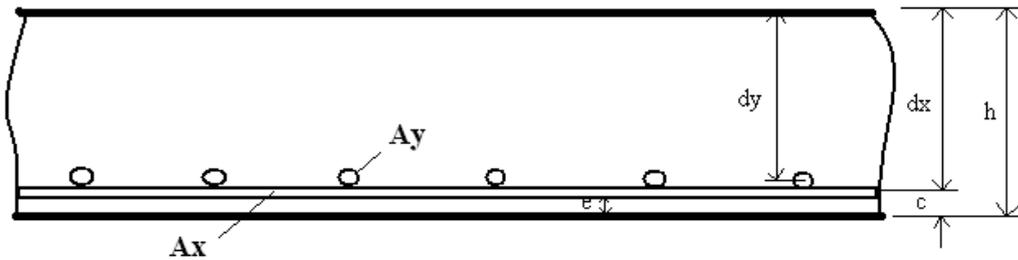
et

$a \leq \text{Min} [3h \text{ et } 33 \text{ cm}]$ dans le cas des charges uniformément réparties

$a \leq \text{Min} [2h \text{ et } 22 \text{ cm}]$ dans le cas des charges concentrées

Remarques :

1. Dans le cas de dalles travaillant suivant les deux directions, il n'y a pas d'armatures de répartition.
2. Pour le calcul du ferrailage en flexion simple la hauteur utile d_x est toujours supérieure à d_y car le moment M_x est toujours supérieur au moment M_y , et par conséquent les armatures A_x seront disposées dans la nappe inférieure et les armatures A_y dans la nappe supérieure comme indiqué dans le schéma.



Et

$$d_x = h - c = h - e - \Phi_x / 2$$

$$d_y = d_x - (\Phi_x + \Phi_y) / 2$$

7.3. Vérifications au Poinçonnement

Sous l'action de forces localisées, il y a lieu de vérifier la résistance des dalles au poinçonnement par effort tranchant. Cette vérification s'effectue comme suit :

Dans le cas d'une charge localisée éloignée des bords de la dalle, on admet qu'aucune armature d'effort tranchant n'est requise, si la condition suivante est satisfaite :

$$Q_u \leq 0,045 \cdot u_c \cdot h \cdot f_{cj} / \gamma_b$$

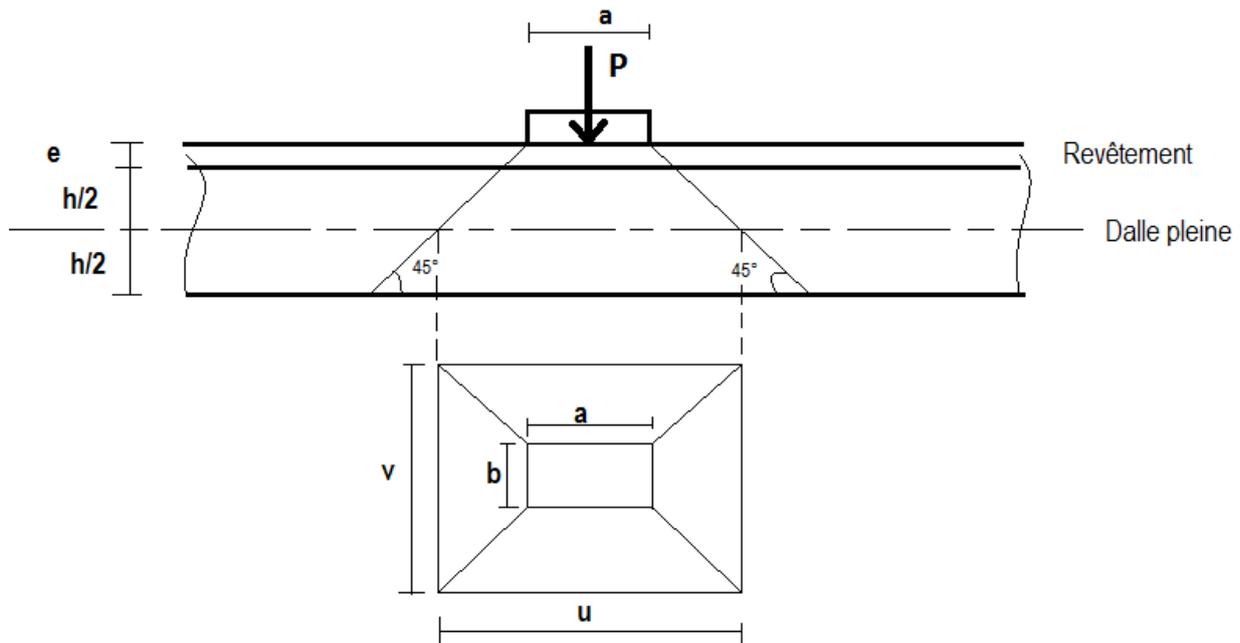
Où :

Q_u la charge de calcul vis-à-vis de l'état limite ultime,

h l'épaisseur totale de la dalle,

u_c le périmètre du contour défini au niveau du feuillet moyen de la dalle.

$$u_c = 2(u + v)$$



Si cette condition n'est pas satisfaite, on considère le contour u parallèle à u_c le plus éloigné de celui-ci (donc avec $u > u_c$) pour lequel $Q_u \leq 0,045 u \cdot h \cdot f_{cj} / \gamma_b$. On dispose des armatures d'effort tranchant dans toute la zone intérieure à ce périmètre

SAHLA MAHLA



8. Calcul des sollicitations d'une dalle pleine (Méthode des Lignes de Rupture)

Le calcul des dalles avec la méthode forfaitaire concerne uniquement le cas des charges modérées et les formes régulières (rectangulaires), pour les charges élevées et les formes irrégulières des dalles cette méthode n'est pas valable.

La méthode des lignes de rupture est une méthode plus puissante et considère les matériaux à leur limite élasto-plastique.

Cette méthode, qui ne concerne que l'état limite ultime, est basée sur le mécanisme des fissures, elle prévoit l'endommagement de la dalle. Les fissures qui apparaissent sur la dalle s'appellent **lignes de rupture**.

8.1. Hypothèses de calcul

Premièrement et avant tout, il faut prévoir, dans le cas de rupture, les différentes fissures au niveau de la dalle tant sur la face inférieure que la face supérieure.

Les prévisions des fissures seront en fonction du type de charges (réparties ou concentrées) et du type d'appuis (encastrement, simple ou côté libre).

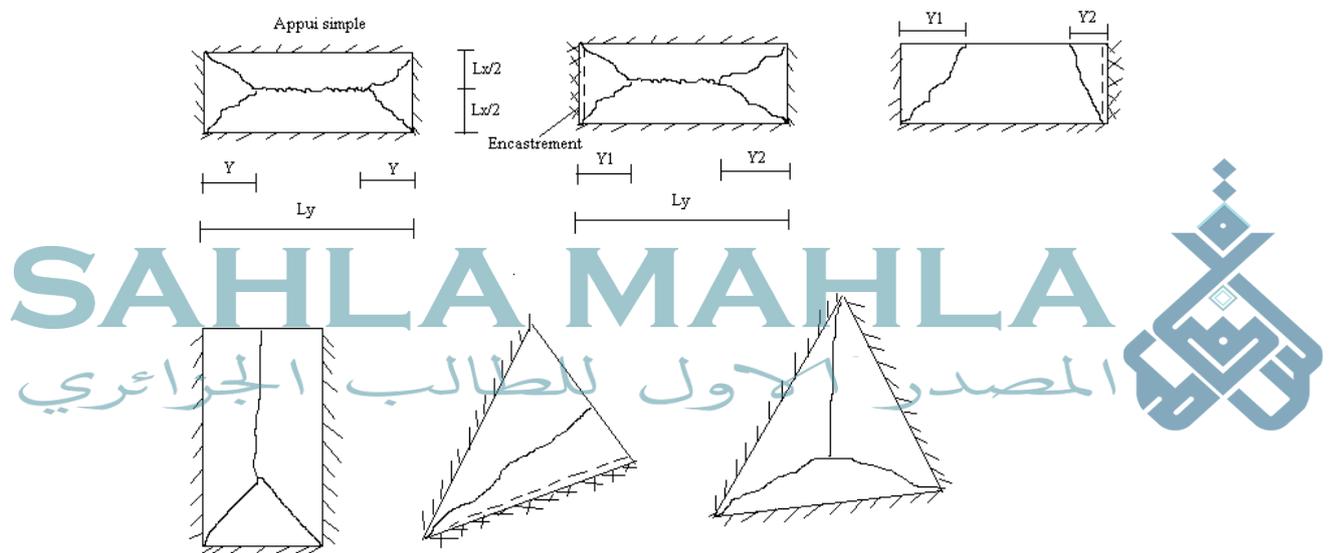
Les hypothèses de calcul sont :

- La ligne de rupture divise la dalle en plusieurs régions appelées régions rigides, et elles sont supposées rester planes.
- Les lignes de rupture sont des lignes droites et se terminent toujours sur le pourtour de la dalle.

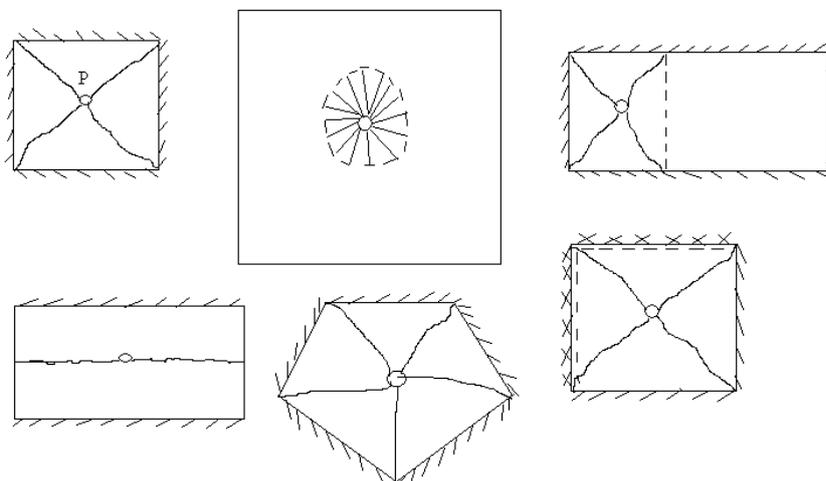
- c) Une ligne de rupture entre deux régions rigides doit passer par l'intersection des axes de rotation de ces régions.
- d) L'axe de rotation se trouve toujours le long du support.
- e) La ligne de rupture négative est toujours répandue le long de l'axe de rotation de la région rigide.
- f) Les lignes de rupture qui sont causées par les moments de flexion positifs sont appelées lignes de rupture positives et sont représentées par une ligne continue en zigzag. Les lignes de rupture qui sont causées par les moments de flexion négatifs sont appelées lignes de rupture négatives et sont représentées par une ligne discontinue.
- g) Conventionnellement on désignera :
- Un côté libre par un trait sans hachures
 - Un appui simple par une hachure
 - Un encastrement par une double hachure

8.2. Exemples de fissuration de dalle

a) Cas des charges réparties :



b) Cas des charges concentrées :



8.3. Calcul des moments (principe du travail virtuel)

Le calcul des moments de flexion des lignes de rupture se base sur le principe du travail virtuel qui consiste à évaluer le travail provoqué par les charges externes, il sera appelé travail externe, et à évaluer le travail provoqué par les moments internes, il sera appelé travail interne. Le principe du travail virtuel consiste donc à poser l'équation d'équilibre la somme des travaux égale à zéro.

$$\sum \text{des Travaux Externes} - \sum \text{des Travaux Internes} = 0$$

a) Travail externe

Le travail externe est égale au produit de la force concentrée par son déplacement

$$T_{ext} = P \cdot f$$

Pour le cas particulier de la charge répartie :

$$T_{ext} = \text{charge répartie} \times \text{Surface} \times \text{déplacement du centre de gravité de la surface}$$

SAHLA MAHLA

b) Travail interne

Le travail interne est égal au produit du moment par la projection de la ligne de rupture sur l'axe de rotation par l'angle de rotation de la région rigide sur son axe.

$$T_{int} = M \cdot l \cdot \theta$$

Le principe du travail virtuel nous permet d'évaluer le moment de flexion en fonction de la charge externe appliquée sur la dalle.

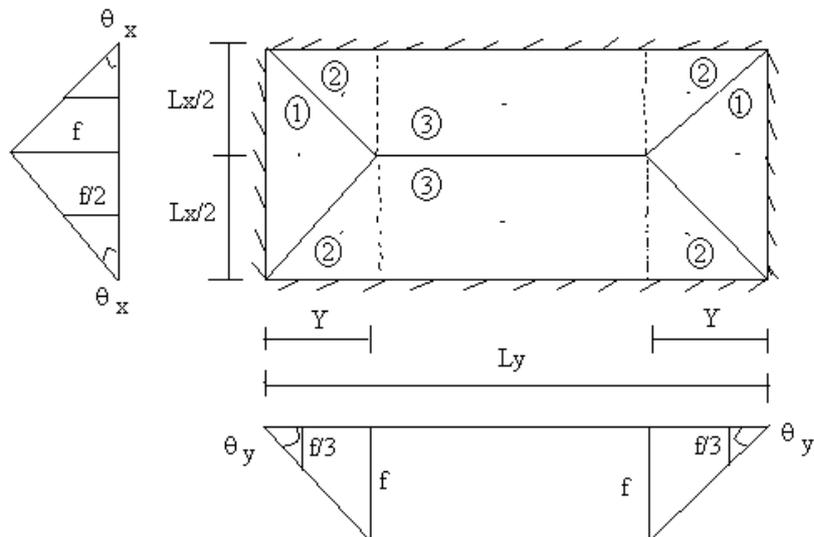
8.4. Exemple de calcul

Déterminer la relation entre la charge uniformément répartie q par unité de surface sur une dalle rectangulaire reposant sur des appuis simples sur les 4 côtés et ayant un ferrailage quadratique M_x et M_y .

Solution :

a) Evaluation du travail externe

Pour pouvoir faciliter le calcul des surfaces et leurs centres de gravité, on divisera chaque région rigide en surfaces élémentaires (rectangles et triangles)



Le travail externe total sera égale à :

$$T_{ext} = 2T_{ext}^1 + 4T_{ext}^2 + 2T_{ext}^3$$

Avec :

$$T_{ext}^1 = q \cdot S^1 \cdot f_{cdg}^1 = q \cdot \left[\frac{1}{2} L_x \cdot Y \right] \cdot \frac{f}{3} = q \cdot f \cdot \left(\frac{1}{6} L_x \cdot Y \right)$$

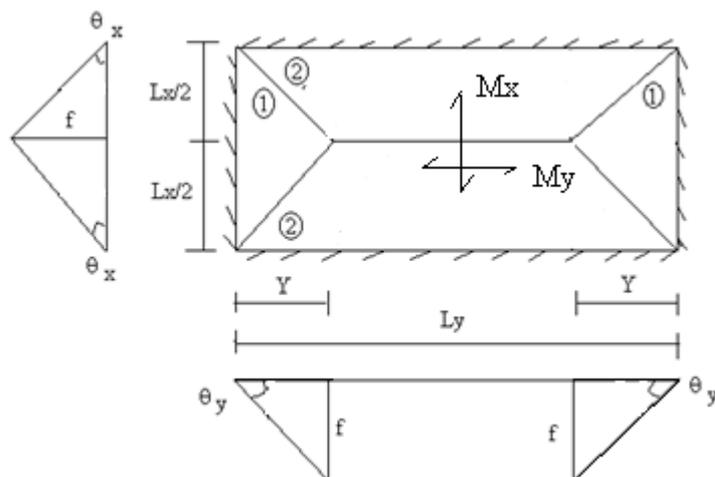
$$T_{ext}^2 = q \cdot S^2 \cdot f_{cdg}^2 = q \cdot \left[\frac{1}{2} \frac{L_x}{2} \cdot Y \right] \cdot \frac{f}{3} = q \cdot f \cdot \left(\frac{1}{12} L_x \cdot Y \right)$$

$$T_{ext}^3 = q \cdot S^3 \cdot f_{cdg}^3 = q \cdot \left[\frac{L_x}{2} \cdot (L_y - 2Y) \right] \cdot \frac{f}{2} = q \cdot f \cdot \left(\frac{1}{4} L_x \cdot L_y - \frac{1}{2} L_x \cdot Y \right)$$

D'où :

$$T_{ext} = q \cdot f \cdot \left(-\frac{1}{3} L_x \cdot Y + \frac{1}{2} L_x \cdot L_y \right)$$

b) Evaluation du travail interne



Le travail interne total sera égale à :

$$T_{int} = 2.T_{int}^1 + 2.T_{int}^2$$

Avec :

$$T_{int}^1 = M_Y \cdot L_X \cdot \theta_Y \quad \text{avec} \quad \theta_Y = \frac{f}{Y} \quad \text{d'où} \quad T_{int}^1 = M_Y \cdot f \cdot \left(\frac{L_X}{Y}\right)$$

$$T_{int}^2 = M_X \cdot L_Y \cdot \theta_X \quad \text{avec} \quad \theta_X = \frac{f}{L_X/2} = 2 \frac{f}{L_X} \quad \text{d'où} \quad T_{int}^2 = M_X \cdot f \cdot \left(2 \cdot \frac{L_Y}{L_X}\right)$$

D'où :

$$T_{int} = f \cdot \left[M_Y \left(2 \cdot \frac{L_X}{Y}\right) + M_X \left(4 \cdot \frac{L_Y}{L_X}\right) \right]$$

En appliquant le principe du travail virtuel $T_{ext} = T_{int}$ on aura :

$$q \cdot f \cdot \left(-\frac{1}{3} L_X \cdot Y + \frac{1}{2} L_X \cdot L_Y\right) = f \cdot \left[M_Y \left(2 \cdot \frac{L_X}{Y}\right) + M_X \left(4 \cdot \frac{L_Y}{L_X}\right) \right]$$

Cette équation contient deux inconnues M_X et M_Y pour la résoudre il faut réduire le nombre d'inconnue à une seule. Pour cela on donne une liaison entre ces deux inconnues comme par exemple $M_X = M_Y = M$, et on respectera ce choix au niveau du calcul de ferrailage.

On continuera l'exemple avec une application numérique :

$$L_X = 2 \text{ m} \quad \text{et} \quad L_Y = 3 \text{ m}$$

$$T_{ext} = T_{int} \quad \text{devient} \quad q \cdot f \cdot \left(-\frac{2}{3} Y + 3\right) = M \cdot f \cdot \left(\frac{4}{Y} + 6\right)$$

$$\text{D'où} \quad M = q \cdot \frac{\left(-\frac{2}{3} Y + 3\right)}{\left(\frac{4}{Y} + 6\right)}$$

Le moment M dépend de la valeur de Y position de la ligne de rupture positive

8.5. Détermination de la position de la ligne de rupture positive

Le moment M recherché est le moment qui correspond à la situation la plus défavorable, cette dernière correspond au chargement maximum q_{max} . pour trouver la valeur maximale de q il faut poser la dérivée de la fonction $q=f(Y)$ égale à 0.

$$\text{Donc } q'(Y)=0 \quad \text{avec} \quad q(Y) = M \cdot \frac{\left(\frac{4}{Y} + 6\right)}{\left(-\frac{2}{3} Y + 3\right)}$$

$$\text{Pour la fonction } q(Y), \quad M \text{ est une constante, et on pose aussi} \quad q(Y) = \frac{U(Y)}{V(Y)}$$

$$D'où \quad q'=0 \implies \boxed{U'.V - U.V' = 0}$$

Dans notre exemple :

$$U = \frac{4}{Y} + 6 \implies U' = -\frac{4}{Y^2} \quad \text{et} \quad V = -\frac{2}{3}Y + 3 \implies V' = -\frac{2}{3}$$

$$U'V - UV' = \left(-\frac{4}{Y^2}\right)\left(-\frac{2}{3}Y + 3\right) - \left(\frac{4}{Y} + 6\right)\left(-\frac{2}{3}\right) = 0$$

$$\frac{+\frac{8}{3}Y - 12 + \frac{8}{3}Y + 4Y^2}{y^2} = 0 \implies -12 + \frac{16}{3}Y + 4Y^2 = 0 \implies Y^2 + \frac{4}{3}Y - 3 = 0$$

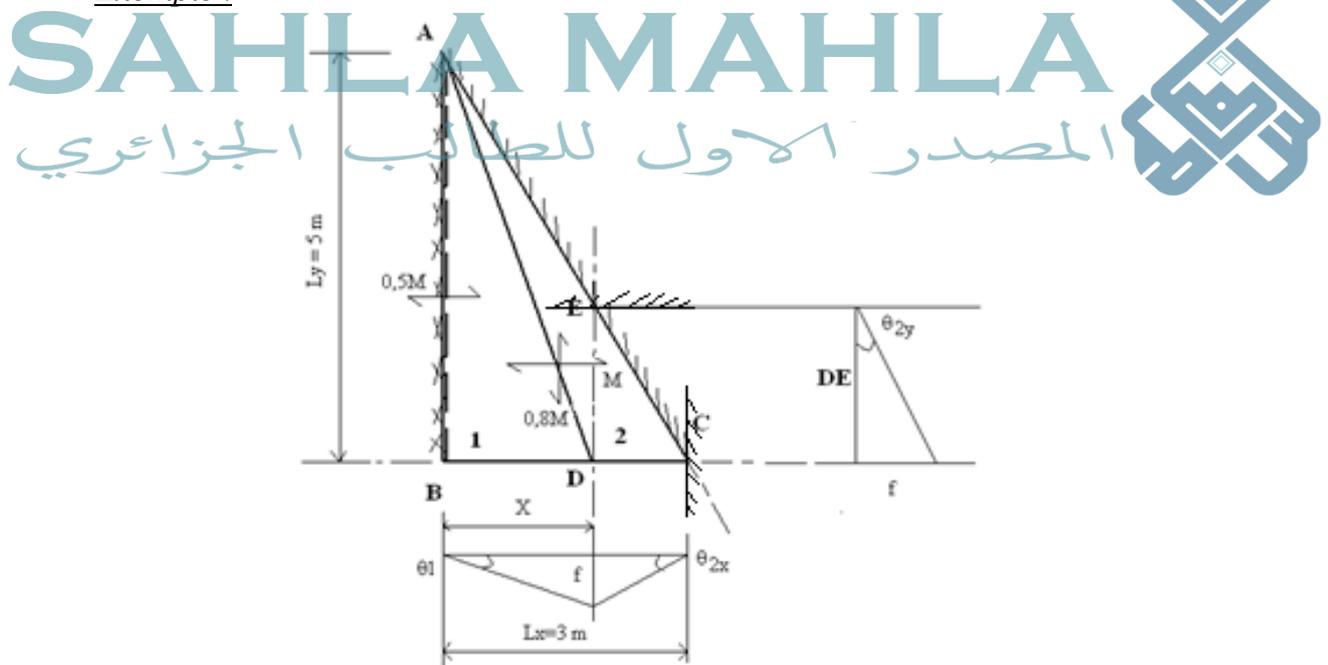
La solution est $\boxed{y = 1,19 \text{ m}}$

On remplace y par sa valeur dans la formule de M

$$\boxed{M = q \cdot \frac{\left(-\frac{2}{3}1,19 + 3\right)}{\left(\frac{4}{1,19} + 6\right)} = 0,236 \cdot q}$$

8.6. Etude du cas des appuis inclinés

Exemple :



Le cas des appuis inclinés pose problème d'incompatibilité entre la déformation et la disposition des armatures. Les armatures sont généralement disposées sous forme de quadrillage suivant les directions x et y, alors que la déformation de la région rigide 2 (dans notre exemple) est inclinée. Pour cela nous allons remplacer la rotation réelle de la région rigide 2 autour de l'axe AC par deux autres rotations, la première suivant x et la deuxième suivant y.

Solution :

⇒ Le travail externe total est égale à :

$$T_{ext} = T_{ext}^1 + T_{ext}^2$$

$$T_{ext}^1 = q \cdot S^1 \cdot \frac{f}{3} \quad \text{et} \quad T_{ext}^2 = q \cdot S^2 \cdot \frac{f}{3} \quad \rightarrow \quad T_{ext} = q \cdot S \cdot \frac{f}{3}$$

$$\text{Avec } S = S^1 + S^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3 = 7,5 \text{ m} \quad \text{d'où} \quad T_{ext} = 2,5 \cdot q \cdot f$$

⇒ Le travail interne total est égale à :

$$T_{int} = T_{int}^1 + T_{int}^2$$

$$T_{int}^1 = M \cdot L_y \cdot \theta_1 + 0,5M \cdot L_y \cdot \theta_1 \quad \text{avec} \quad \theta_1 = \frac{f}{X} \quad \text{d'où} \quad T_{int}^1 = 1,5M \cdot 5 \cdot \frac{f}{X} = \frac{7,5}{X} M \cdot f$$

La rotation réelle de la région rigide 2 autour de l'axe AC sera remplacée par une rotation autour de l'axe horizontal passant par le point C (intersection du support AC avec l'horizontale), et une autre rotation autour de l'axe vertical passant par le point E (intersection du support AC avec la verticale).

$$T_{int}^2 = M \cdot L_y \cdot \theta_{2x} + 0,8M \cdot X \cdot \theta_{2y} \quad \text{avec} \quad \theta_{2x} = \frac{f}{DC} \quad \text{et} \quad \theta_{2y} = \frac{f}{DE}$$

$$\text{Avec aussi} \quad DC = L_X - X = 3 - X \quad \text{et} \quad \frac{DE}{AB} = \frac{DC}{BC} \rightarrow DE = AB \frac{DC}{BC} \rightarrow DE = 5 - \frac{5}{3}X$$

$$T_{int}^2 = M \cdot 5 \cdot \frac{f}{(3-X)} + 0,8M \cdot X \cdot \frac{f}{(5 - \frac{5}{3}X)} = M \cdot f \cdot \left[\frac{5}{(3-X)} + \frac{0,8}{(5 - \frac{5}{3}X)} \right]$$

$$\text{D'où} \quad T_{int} = M \cdot f \cdot \left[\frac{7,5}{X} + \frac{5}{(3-X)} + \frac{0,8}{(5 - \frac{5}{3}X)} \right]$$

Principe du travail virtuel $T_{ext} = T_{int}$

$$2,5 \cdot q \cdot f = M \cdot f \cdot \left[\frac{7,5}{X} + \frac{5}{(3-X)} + \frac{0,8}{(5 - \frac{5}{3}X)} \right] \rightarrow M = q \cdot \frac{2,5}{\left[\frac{7,5}{X} + \frac{5}{(3-X)} + \frac{0,8}{(5 - \frac{5}{3}X)} \right]}$$

1. Introduction

Le contreventement du bâtiment est assuré par une structure à ossature autostable, capable de reprendre la totalité des efforts dus aux charges verticales et horizontales

Dans ce chapitre on fait l'étude du système portique qui sera composé de poutres, de poteaux et qui sera soumis aux différentes charges verticales (permanentes et d'exploitations).

Il existe plusieurs méthodes exactes et approchées pour la détermination des sollicitations (M, N et T), dans cette étude on s'intéresse à la méthode simplifiée qui tient compte de l'hétérogénéité du matériau béton armé et qui est:

- La méthode « CAQUOT » : pour les charges verticales.

2. Méthode CAQUOT :

2.1. Domaine d'application

Cette méthode s'applique essentiellement à des éléments de planchers constitués de nervures et de poutres associées à des hourdis. Elle ne s'applique pas, en principe, à des poutres isolées comme les poutres supportant les chemins de roulement des ponts roulants, et elle convient notamment aux éléments de planchers à surcharges relativement élevées aux quels ne s'appliquent pas les prescriptions de la méthode forfaitaire.

2.2. Principe et exposé de la méthode

La méthode exposée ci-après concerne uniquement les poutres solidaires aux poteaux qui les supportent. Cette méthode, due à ALBERT CAQUOT, repose sur la méthode des trois moments.

On commence par numérotter les nœuds et distinguer entre :

- Les nœuds intermédiaires
- Les nœuds de rive sans console
- Les nœuds de rive avec console
- Les nœuds voisins des nœuds de rive sans console
- Les nœuds voisins des nœuds de rive avec console
- Cas d'une seule travée

On déterminera dans un premier temps les moments dans chaque nœud, puis les moments en travées. On terminera par calculer les efforts tranchants et efforts normaux dans les poutres et les poteaux.

2.3. Moments aux appuis

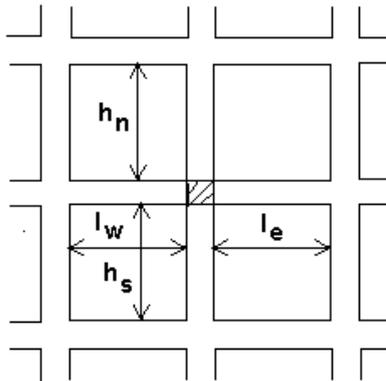
Pour calculer les moments de continuité au niveau d'un nœud, on ne tient compte que des charges agissantes sur les travées gauche et droite (l_w et l_e) de l'appui considéré, et de la résistance offerte par ces deux travées et des poteaux inférieur et supérieur (h_s et h_n) liés à ce même nœud.

On détache de chaque côté des appuis des tronçons fictifs (à partir des longueurs des poutres) dont les longueurs fictives l' , pour les travées intermédiaires et les travées de rive, seront précisées ultérieurement.

De même, on détache au dessus et au dessous de chaque appui des tronçons fictifs (à partir des hauteurs des poteaux) des hauteurs fictives h' avec :

$$h'_s = \begin{cases} h_s & \text{Si le nœud appartient au premier plancher et le poteau} \\ & \text{est articulé à sa base .} \\ 0.8h_s & \text{Dans les autres cas .} \end{cases}$$

$$h'_n = \begin{cases} 0.9h_n & \text{Si le nœud appartient à l'avant dernier plancher .} \\ 0.8h_n & \text{Dans les autres cas .} \end{cases}$$

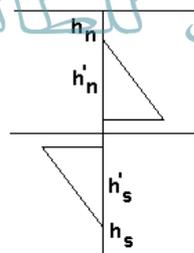


Remarque :

Les longueurs des travées et hauteurs des poteaux sont mesurés à des appuis.

On admet que le moment est nul à une distance h'_n au dessus du plancher et à une distance h'_s au dessous du plancher.

المصدر الاول للطالب الجزائري



2.3.1. Nœud intermédiaire (nœud quelconque)

$$l'_w = 0.8 l_w$$

$$l'_e = 0.8 l_e$$

Les moments dans les poutres au voisinage d'un nœud sont donnés par :

$$M'_e = \frac{q_e \times l_e^2}{8.5} + l'_e \times \sum k_e p_e$$

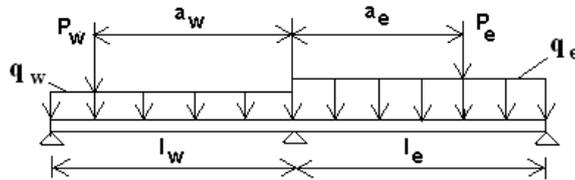
$$M'_w = \frac{q_w \times l_w^2}{8.5} + l'_w \times \sum k_w p_w$$

avec :

q_w, q_e : les charges **uniformément réparties** sur les travées de gauche et de droite respectivement.

p_w, p_e : les charges **concentrées** appliquées sur les travées de gauche et de droite respectivement.

La valeur du coefficient k_e (k_w), étant donné pour chaque travée par :



Avec :

$$k_e = \frac{a_e}{2.125l'_e} \left(1 - \frac{a_e}{l'_e} \right) \left(2 - \frac{a_e}{l'_e} \right)$$

$$k_w = \frac{a_w}{2.125l'_w} \left(1 - \frac{a_w}{l'_w} \right) \left(2 - \frac{a_w}{l'_w} \right)$$

Tel que :

a_e (a_w) : est la distance en valeur absolue entre la charge concentrée P_e (P_w) et le nœud considéré.

SAHLA MAHLA

Distribution des moments :

المصدر الأول للطالب الجزائري
La distribution des moments M'_w et M'_e sur les quatre éléments liés au nœud, sera proportionnelle aux raideurs de ces éléments.

Les moments dans les sections dangereuses **(aux nus d'appuis)**, sont :

- M_w dans la travée de gauche
- M_e dans la travée de droite
- M_s dans le poteau inférieur
- M_n dans le poteau supérieur

Avec :

$$M_w = M'_e \times \frac{K_w}{D} + M'_w \left(1 - \frac{K_w}{D} \right)$$

$$M_e = M'_w \times \frac{K_e}{D} + M'_e \left(1 - \frac{K_e}{D} \right)$$

$$M_s = |M'_e - M'_w| \frac{K_s}{D}$$

$$M_n = |M'_e - M'_w| \frac{K_n}{D}$$

Et aussi :

$$K_w = \frac{I_w}{l'_w} \quad K_e = \frac{I_e}{l'_e} \quad K_s = \frac{I_s}{l'_s} \quad K_n = \frac{I_n}{l'_n}$$

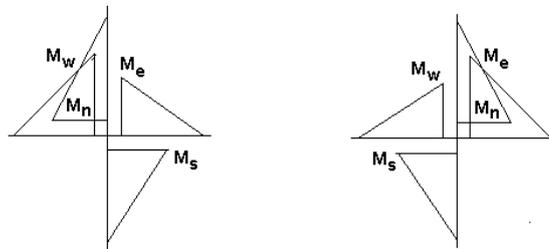
I_w, I_e, I_s, I_n : désignent respectivement les moments d'inertie des travées de gauche et de droite et des poteaux inférieur et supérieur.

On distingue donc : $D = K_w + K_e + K_s + K_n$

REMARQUE :

Les moments dans les poutres M_w et M_e sont toujours négatifs, par contre les moments dans les poteaux M_n et M_s sont de signe contraire.

La face tendue du poteau supérieur est du côté correspondant à la plus grande des deux valeurs absolues M'_w et M'_e , donc la face tendue du poteau inférieur se trouve du côté opposé.



SAHLA MAHLA

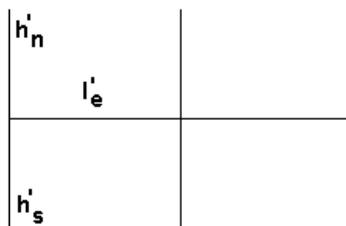


2.3.2. Les nœuds de rive sans console

a) Nœud de rive à gauche :

$$l'_e = 0.8 l_e$$

$$l'_w = 0 \Rightarrow K_w = 0$$



Les raideurs au voisinage du nœud de rive à gauche sont les suivantes :

$$K_s = \frac{I_s}{h'_s} \quad K_n = \frac{I_n}{h'_n} \quad K_e = \frac{I_e}{l'_e}$$

$$D = K_e + K_s + K_n$$

Les moments dans les poutres au voisinage du nœud sont donnés par :

$$M'_e = \frac{G_e \times l_e^2}{8.5} + l'_e \times \sum k_e P_e$$

$$M'_w = 0$$

Les moments de distribution au niveau du nœud sont les suivants :

$$M_w = 0$$

$$M_e = M'_e \left(1 - \frac{K_e}{D} \right)$$

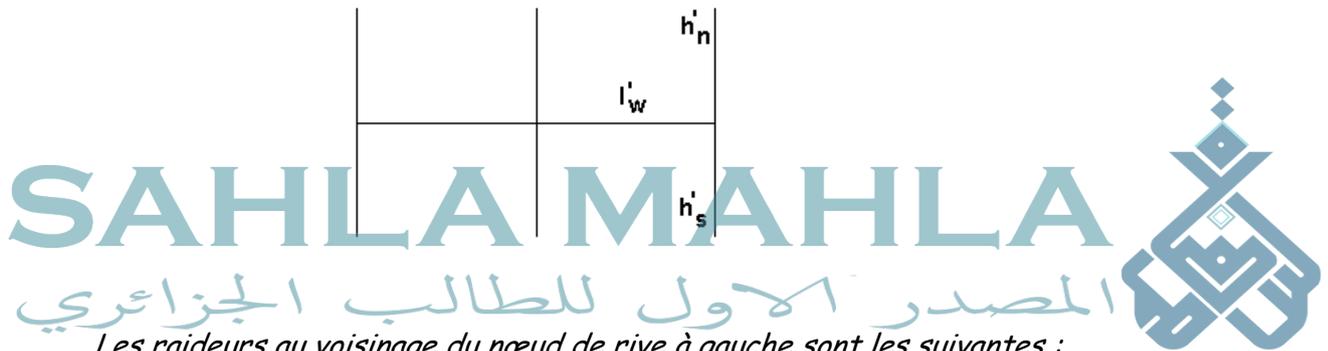
$$M_s = M'_e \frac{K_s}{D}$$

$$M_n = M'_e \frac{K_n}{D}$$

b) Nœud de rive à droite :

$$l'_w = 0.8 l_w$$

$$l'_e = 0 \Rightarrow K_e = 0$$



Les raideurs au voisinage du nœud de rive à gauche sont les suivantes :

$$K_s = \frac{I_s}{h'_s}, \quad K_n = \frac{I_n}{h'_n}, \quad K_w = \frac{I_w}{l'_w}$$

$$D = K_w + K_s + K_n$$

Les moments dans les poutres au voisinage du nœud sont donnés par :

$$M'_w = \frac{G_w \times l_w^2}{8.5} + l'_w \times \sum k_w P_w$$

$$M'_e = 0$$

Les moments de distribution au niveau du nœud sont les suivants :

$$M_e = 0$$

$$M_w = M'_w \left(1 - \frac{K_w}{D} \right)$$

$$M_s = M'_w \frac{K_s}{D}$$

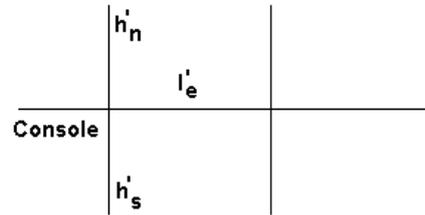
$$M_n = M'_w \frac{K_n}{D}$$

2.3.3. Les nœuds de rive avec console

a) Nœud de rive à gauche avec console

$$l'_e = 0.8 l_e$$

$$l_w = 0 \Rightarrow K_w = 0$$



Les raideurs au voisinage du nœud de rive à gauche sont les suivantes :

$$K_s = \frac{I_s}{h'_s} \quad K_n = \frac{I_n}{h'_n} \quad K_e = \frac{I_e}{l'_e}$$

$$D = K_e + K_s + K_n$$

Les moments dans les poutres au voisinage du nœud sont donnés par :

$$M'_e = \frac{G_e \times l_e^2}{8.5} + l'_e \times \sum k_e P_e$$

M'_w est le moment d'encastrement de la console.

Les moments de distribution au niveau du nœud sont les suivants :

$$M'_w = M'_w$$

$$M_e = M'_w \times \frac{K_e}{D} + M'_e \left(1 - \frac{K_e}{D} \right)$$

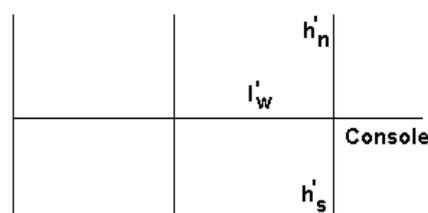
$$M_s = |M'_e - M'_w| \frac{K_s}{D}$$

$$M_n = |M'_e - M'_w| \frac{K_n}{D}$$

b) Nœud de rive à droite avec console

$$l'_w = 0.8 l_w$$

$$l_e = 0 \Rightarrow K_e = 0$$



Les raideurs au voisinage du nœud de rive à gauche sont les suivantes :

$$K_s = \frac{I_s}{h'_s} \quad K_n = \frac{I_n}{h'_n} \quad K_w = \frac{I_w}{l'_w}$$

$$D = K_w + K_s + K_n$$

Les moments dans les poutres au voisinage du nœud sont donnés par :

$$M'_w = \frac{G_w \times l_w^2}{8.5} + l'_w \times \sum k_w P_w$$

M'_e est le moment d'encastrement de la console.

Les moments de distribution au niveau du nœud sont les suivants :

$$M_e = M'_e$$

$$M_w = M'_e \times \frac{K_w}{D} + M'_w \left(1 - \frac{K_w}{D}\right)$$

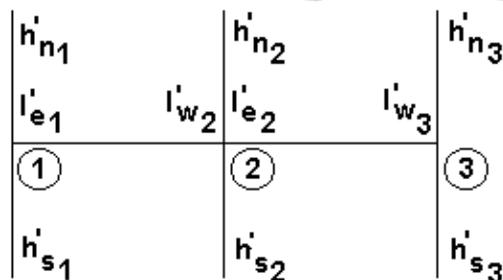
$$M_s = |M'_e - M'_w| \frac{K_s}{D}$$

$$M_n = |M'_e - M'_w| \frac{K_n}{D}$$

2.3.4. Les nœuds voisins des nœuds de rive sans console

On étudie dans ce paragraphe le cas générale qui est le cas d'un nœud intermédiaire voisin du nœud de rive à droite et à gauche (nœud 2).

المصدر الأول للطالب الجزائري



Les raideurs au voisinage du nœud voisin du nœud de rive à droite et à gauche sont les suivantes :

$$K_{s2} = \frac{I_{s2}}{h'_{s2}} \quad K_{n2} = \frac{I_{n2}}{h'_{n2}} \quad K_{w2} = \frac{I_{w2}}{l'_{w2}} \quad K_{e2} = \frac{I_{e2}}{l'_{e2}}$$

$$D = K_{w2} + K_{e2} + K_{s2} + K_{n2}$$

Les expressions des moments M_w , M_e , M_n et M_s restent inchangées comme pour un nœud intermédiaire.

a) Nœud voisin du nœud de rive à gauche :

La longueur l'_{w2} sera prise égale à : $l'_{w2} = \psi_1 \times l_{w2}$
 et $l'_{e1} = 0.8 l_{e1}$
 avec :

$$\psi_1 = \begin{cases} 0.8 & \text{Si } K_{S1} + K_{n1} \geq 1.5K_{e1} \\ 1 - \frac{K_{S1} + K_{n1}}{7.5K_{e1}} & \text{Si } K_{S1} + K_{n1} < 1.5K_{e1} \end{cases}$$

$$K_{S1} = \frac{I_{S1}}{h'_{S1}}, \quad K_{n1} = \frac{I_{n1}}{h'_{n1}}, \quad K_{e1} = \frac{I_{e1}}{l'_{e1}}$$

b) Nœud voisin du nœud de rive à droite :

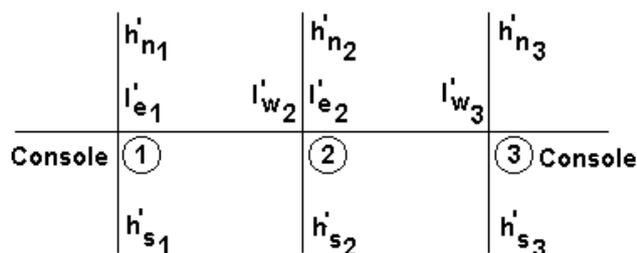
La longueur l'_{e2} sera prise égale à : $l'_{e2} = \psi_3 \times l_{e2}$
 et $l'_{w3} = 0.8 l_{w3}$
 avec :

$$\psi_3 = \begin{cases} 0.8 & \text{Si } K_{S3} + K_{n3} \geq 1.5K_{w3} \\ 1 - \frac{K_{S3} - K_{n3}}{7.5K_{w3}} & \text{Si } K_{S3} + K_{n3} < 1.5K_{w3} \end{cases}$$

$$K_{S3} = \frac{I_{S3}}{h'_{S3}}, \quad K_{n3} = \frac{I_{n3}}{h'_{n3}}, \quad K_{w3} = \frac{I_{w3}}{l'_{w3}}$$

2.3.5. Les nœuds voisins des nœuds de rive avec console

Les calculs seront menés de la même manière que pour les nœuds voisins des nœuds de rive sans console, la différence réside dans :



a) Nœud voisin du nœud de rive à gauche :

$$M_{w2} = M'_{e2} \times \frac{K_{w2}}{D} + M''_{w2} \left(1 - \frac{K_{w2}}{D} \right) \quad \text{avec} \quad M''_{w2} = M'_{w2} - \frac{1}{2,125} \frac{K_{e1}}{D_1} M'_{w1}$$

Avec M'_{w1} = moment de la console du nœud 1

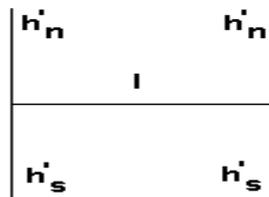
b) Nœud voisin du nœud de rive à droite :

$$M_{e2} = M'_{w2} \times \frac{K_{e2}}{D} + M''_{e2} \left(1 - \frac{K_{e2}}{D} \right) \quad \text{avec} \quad M''_{e2} = M'_{e2} - \frac{1}{2,125} \frac{K_{w3}}{D_3} M'_{e3}$$

Avec M'_{e3} = moment de la console du nœud 3

2.3.6. Cas d'une seule travée :

$$K_s = \frac{I_s}{h'_s}, \quad K_n = \frac{I_n}{h'_n}, \quad K = \frac{I}{l}$$



$$D = K + 1.56 (K_s + K_n)$$

$$M' = \frac{G \times l^2}{8.5} + 1 \times \sum kP$$

Les moments dans les sections dangereuses sont donnés en valeur absolue :

Au nu inférieur de l'appui, dans la poutre :

$$M = M' \frac{(K_s + K_n)}{D}$$

Au nu inférieur du plancher, dans le poteau inférieur :

$$M_s = M' \frac{K_s}{D}$$

Au nu supérieur du plancher, dans le poteau supérieur :

$$M_n = M' \frac{K_n}{D}$$

SAHLA MAHLA



2.3.7. Cas d'une poutre à goussets normaux :

Les moments à l'appui sont obtenus :

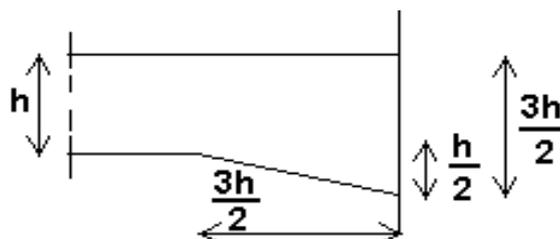
- Pour les charges concentrées, en écrivant :

$$k = \frac{a}{1.925l'} \left(1 - \frac{a}{l'} \right) \left(2 - \frac{a}{l'} \right)$$

- Pour les charges réparties, en écrivant :

$$M' = \frac{G \times l^2}{7.7} + 1 \times \sum kP$$

Les expressions des moments M_w , M_e , M_n et M_s restent inchangées.



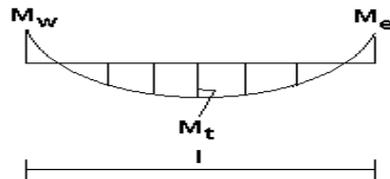
2.4. Moments en travées des poutres:

Les moments en travées sont évalués en tenant compte des moments d'encastresments et ont pour valeur :

$$M_{tx} = M_{0x} - M_w \left(1 - \frac{x}{l}\right) - M_e \frac{x}{l}$$

M_{0x} : est le moment isostatique du aux charges réparties et concentrées.
à mis travée le moment en travée atteint sa valeur maximale :

$$M_t = M_0 - \frac{M_w + M_e}{2}$$



Les moments dans les poteaux ont pour expressions :

$$M_s = |M'_e - M'_w| \frac{K_s}{D}$$

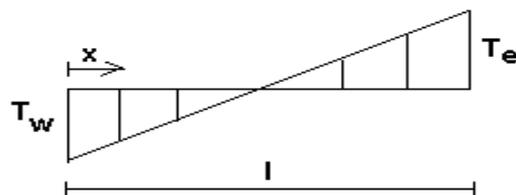
$$M_n = |M'_e - M'_w| \frac{K_n}{D}$$

2.5. Efforts tranchants dans les poutres et efforts normaux dans les poteaux

Les efforts tranchants à l'appui sont calculés par la méthode générale applicable aux poutres continues en faisant l'état des moments de continuité. Les efforts tranchants dans les poutres sont eux-mêmes les efforts normaux dans les poteaux.

$$T_e = T_{0e} + \frac{M_w - M_e}{l_e}$$

$$T_w = T_{0w} + \frac{M_w - M_e}{l_w}$$



2.6. Efforts normaux dans les poutres et efforts tranchants dans les poteaux

Par simplification la méthode CAQUOT néglige l'effort normal dans les poutres et l'effort tranchant dans les poteaux.

1. Introduction

Le contreventement du bâtiment est assuré par une structure à ossature autostable, capable de reprendre la totalité des efforts dus aux charges verticales et horizontales

Dans ce chapitre on fait l'étude du système portique qui sera composé de poutres, de poteaux et qui sera soumis aux charges horizontales (sismiques).

Il existe plusieurs méthodes exactes et approchées pour la détermination des sollicitations (M,N et T), dans cette étude on s'intéresse à la méthode simplifiée qui tiennent compte de l'hétérogénéité du matériau béton armé et qui est:

- La méthode « BOWMAN » : pour les charges horizontales.

2. Méthode BOWMAN

2.1. Domaine d'application

Comme la méthode Caquot la méthode Bowman s'applique essentiellement à des éléments de planchers constitués de nervures et de poutres associées à des hourdis. Elle convient notamment aux éléments de planchers à surcharges relativement.

2.2. Principe de la méthode

La méthode exposée ci-après concerne uniquement les portiques autostables et permet la détermination des moments, efforts tranchants et efforts normaux dans les poteaux et les poutres sous l'effet des charges horizontales essentiellement la charge sismique. La méthode admet les hypothèses suivantes :

- Les poteaux sont encastres au niveau de chacun des planchers.
- Les poteaux ont tous la même hauteur
- la raideur des poutres parallèles aux forces appliquées est supérieure au 1/5 de la Raideur du poteau le plus rigide.
- Les forces horizontales agissantes sur un niveau considéré n'ont aucune influence sur un autre niveau.
- Les forces horizontales agissantes sur une file de poteaux se répartissent entre les différents poteaux proportionnellement à leurs inerties.
- Les inerties du premier et du dernier poteau sont affectés du coefficient 0,8.
- Chaque poteau a un point d'inflexion qui correspond à la position où le moment est nul.
- La position du point d'inflexion est la même pour un même niveau, mais elle diffère d'un niveau à un autre.

2.3. Exposé de la méthode

Appelons : (I_1, I_2, \dots, I_n) les moments d'inertie des poteaux d'un même niveau.

Les moments d'inertie des poteaux de rive sont affectés du coefficient 0,8.

Posons : $D = 0.8 I_1 + I_2 + \dots + 0.8 I_n$.

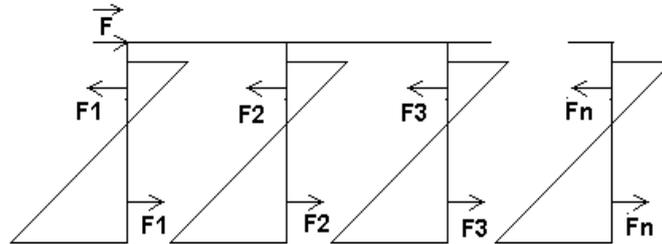
F_1, F_2, \dots, F_n : les forces sismiques au niveau des étages , et qui se répartissent entre les différents poteaux , proportionnellement à leurs inerties .

On distinguera donc :

$$F_1 = F \frac{0.8 \times I_1}{D}, \quad F_2 = F \frac{I_2}{D}, \quad F_3 = F \frac{I_3}{D}, \quad F_n = F \frac{0.8 \times I_n}{D}$$

Telle que :

F : est la force sismique totale calculée conformément au règlement parasismique algérien en vigueur appliquée au plancher au dessus de la file de poteaux considérée.



2.3.1. Moments fléchissants dans les poteaux :

La force F au niveau d'un plancher considéré provoque des couples de forces F_i au niveau des poteaux inférieurs au plancher, ces derniers provoquent des moments M_{ni} , M_{Si} au niveau de l'intersection poteau - poutre, obtenus respectivement pour le poteau supérieur et le poteau inférieur correspondant à ce nœud .

La force F au niveau d'un plancher considéré provoque des couples de forces F_i au niveau des poteaux inférieurs au plancher, ces derniers provoquent des moments M_{ni} , M_{Si} respectivement à la tête et à la base de chaque poteau.

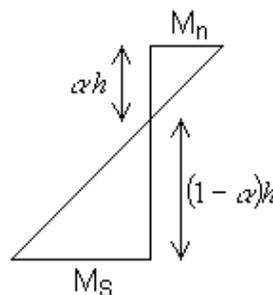
Leurs valeurs sont données par :

$$M_{Si} = (1 - \alpha_i) \times h_i \times F_i$$

$$M_{ni} = \alpha_i \times h_i \times F_i$$

tels que :

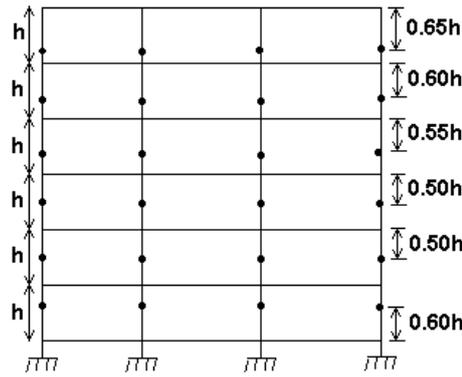
h : est la hauteur du poteau prise à entre-axes des planchers.



α : est la position du point d'inflexion par rapport au plancher supérieur.

Les points d'inflexion dans les poteaux, de hauteur h , se situent:

- Au dernier niveau, à $0,65h$ de la partie supérieure du poteau.
- A l'avant dernier niveau, à $0,60h$ de la partie supérieure du poteau.
- Au niveau immédiatement au-dessous, à $0,55h$ de la partie supérieure du poteau.
- A tous les autres niveaux, à $0,50h$ sauf au premier niveau.
- Au premier niveau, à $0,60h$ à partir de la partie inférieure du poteau.

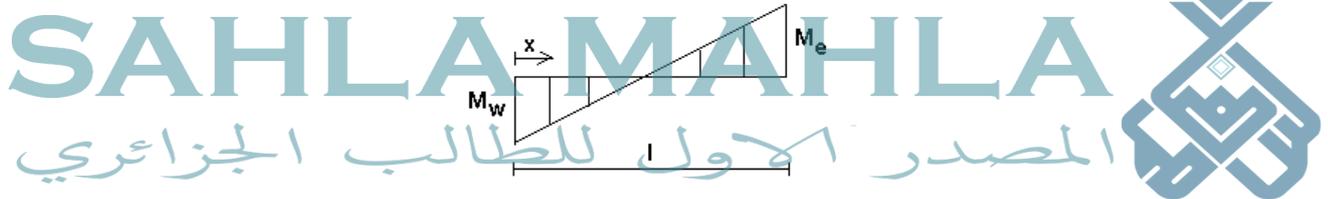


2.3.2. Moments fléchissant dans les poutres :

a) Moments aux nœuds:

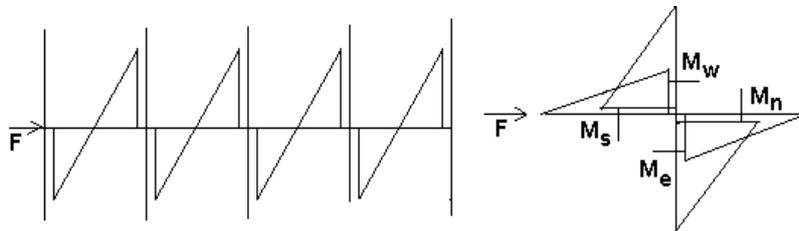
Au droit d'un nœud, les moments dans poutres aboutissant à ce nœud sont calculés, en fonction des moments M_{ni} et M_{Si} obtenus respectivement pour le poteau supérieur et le poteau inférieur correspondant à ce nœud, en écrivant :

$$M_w = \frac{(M_s + M_n) \times k_w}{(k_w + k_e)} \quad M_e = \frac{(M_s + M_n) \times k_e}{(k_w + k_e)}$$



Avec :

$$k_w = \frac{I_w}{l_w} \quad \text{et} \quad k_e = \frac{I_e}{l_e}$$



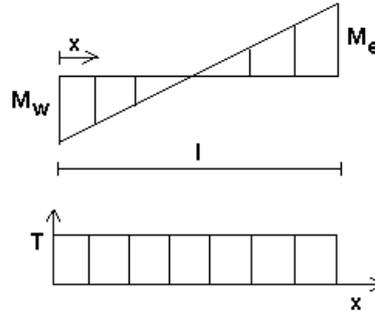
b) Moments en travées :

Le moment dans les poutres étant maximum au niveau des nœuds, et avec un diagramme des moments linéaire, le moment en travée peut être considéré comme nul.

2.3.3. Effort tranchant dans les poutres :

L'effort tranchant dans les poutres est calculé à partir des deux moments M_w , M_e et il est constant, en écrivant :

$$T_w = -\frac{M_e + M_w}{l_w}$$



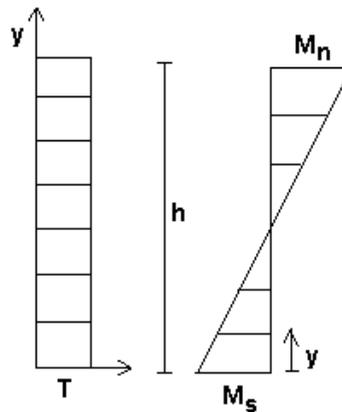
Avec : M_w et M_e pris en valeur absolue.

2.3.4. Effort tranchant dans les poteaux:

L'effort tranchant dans les poteaux est calculé à partir des deux moments M_n et M_s et il est constant, en écrivant :

$$T_n = -\frac{M_s + M_n}{h_n}$$

$$T_s = -\frac{M_s + M_n}{h_s}$$



Avec : M_n et M_s pris en valeur absolue.

Chapitre VI: Les Fondations

1. Généralités.

1.1. Définition

Une fondation est constituée par des semelles en béton armé. La semelle est un organe de transmission des charges de la superstructure au sol. Elle ne peut être calculée que si l'on connaît la superstructure et les charges d'une part et les caractéristiques du sol d'autre part.

Les caractéristiques mécaniques du sol varient avec les conditions climatiques ou le premier mètre.

La profondeur (ancrage) de la fondation dépend de la valeur de la résistance du sol σ_{sol} ainsi que des caractéristiques de ce sol (sol humide - compressible - gonflant poreux).

La distance minimale entre la sous-face de la semelle et le niveau 0,00 du sol peut être estimée à 80 cm à 1 m pour ne pas perdre la saignée du béton (ciment + eau). La semelle de fondation doit être posée sur une plateforme de béton pour cela on pose, sur le sol, une couche de Gros-béton (béton de propreté de 10 cm d'épaisseur, la semelle de fondation viendra se reposer sur le Gros béton. La couche de gros-béton se compose de (tout-venant (TV) + ciment + Eau).

1.2. Classification des Fondations.

Les fondations peuvent être classées en 3 types.

- Fondations superficielles
- Fondations semi-profondes
- Fondations profondes.

La force cinétique ne transmette pas à l'autre partie que à cause de faible élasticité de la partie

a/ Fondations superficielles :

Elles se composent de semelles uniquement supportant directement les poteaux ou les voiles. Elles peuvent être :

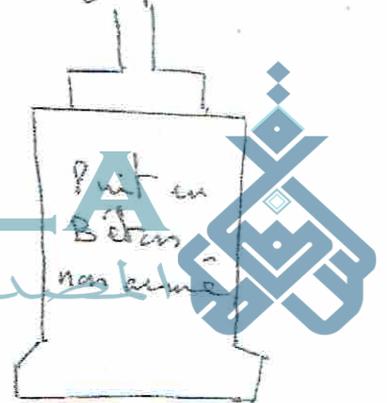
- + des semelles isolées sous poteaux isolés.
- + des semelles filantes sous murs (voiles).
- + des semelles filantes sous plusieurs poteaux.
- + des semelles isolées sous joint.
- + des Radier.

b/ Fondations semi-profondes :

Dans le cas de nécessité de grande profondeur d'ancrage mais pas plus que 8m, la semelle peut être coulée à jusqu'à 2m de profondeur mais ne reposant pas directement sur le sol. Entre le sol et la semelle, on construit un puit en Béton non armé qui peut avoir jusqu'à 2m de diamètre.

SAHLA MAHLA

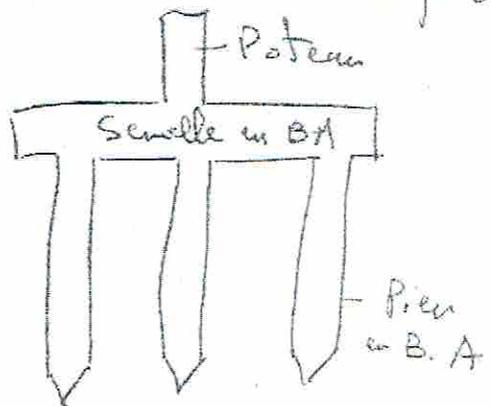
مصدر الاول للطالب الجزائري



c/ Fondations profondes :

Pour des profondeurs de grande importance, dépassant les 8m (par exemple pour les bâtiments de grande hauteur ou les piles de ponts), la fondation sera composée de semelle et de pieux en dessous de la semelle pour atteindre le bon sol.

Les pieux seront considérés comme des poteaux circulaires en Béton Armé. Ils seront soumis aux charges axiales (sous l'effet du poids du bâtiment) ainsi qu'aux pressions latérales du sol.



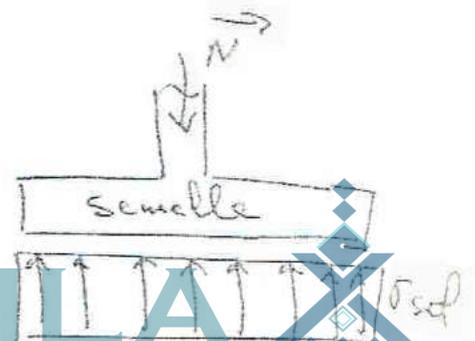
2. Dimensionnement et Ferraillage des Semelles de Fondations superficielles.

Les semelles de fondations superficielles subissent la réaction du sol sous forme de charge répartie, sous l'effet des efforts provenant de la superstructure. Ces effets peuvent être résumés en :

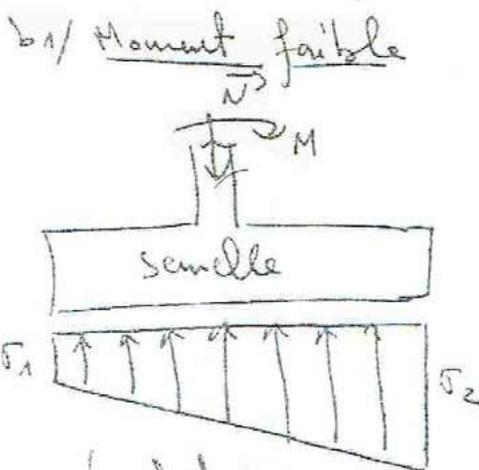
- * Soit la force axiale uniquement
- * Soit la force axiale plus le moment de flexion.

La réaction du sol sur la semelle peut prendre trois formes différents selon la présence ou non et la grandeur du moment de flexion.

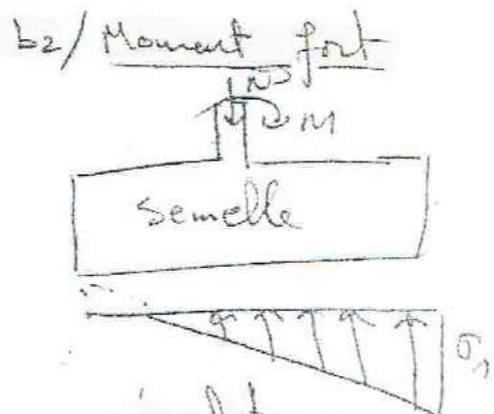
a/ Absence de Moment de Flexion.
 sous l'effet de ~~un~~ l'effort axial seul, la réaction du sol sera uniformément répartie.



b/ Présence du moment de flexion.
 Deux cas sont possibles.



répartition trapézoïdale



répartition triangulaire

Les calculs de dimensionnement et de ferrillage de la semelle se feront en conséquence.

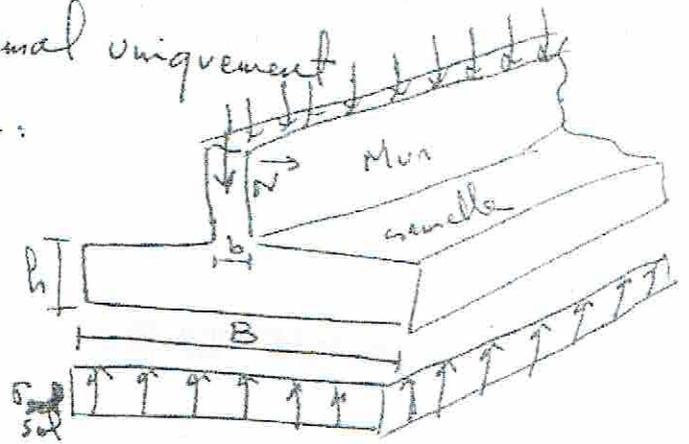
2.1. Semelle support un effort normal uniquement

2.1.1. Semelle filante sous mur :

a/ Dimensionnement :

- Enrobage : le sol ne peut donner qu'une fissuration préjudiciable ou très préjudiciable, pour cela, l'enrobage ne peut être inférieur à 3 cm.

$$e \geq 3 \text{ cm}$$



- Largeur B de la semelle :

Le calcul de la Largeur B de la semelle se fait sur la base de l'équation d'équilibre stationnaire sous les contraintes du sol inférieures ou égales à la contrainte admissible.

$$\sum \sigma_{\text{sol}} \leq \bar{\sigma}_{\text{sol}}$$

$\bar{\sigma}_{\text{sol}}$ est généralement donnée par le rapport du sol.

$$\sum \sigma_{\text{sol}} = \frac{N(N)}{S'(\text{mm}^2)}$$

المصدر الاول للطالب الجزائري

Une la longueur de la semelle, les calculs se feront pour 1 m de longueur :

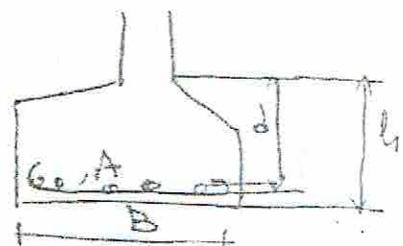
$$S = 1000 \times B \text{ (mm}^2\text{)}$$

Il faut satisfaire l'inégalité suivante :

$$\sum \sigma_{\text{sol}} = \frac{N}{1000 \cdot B} \leq \bar{\sigma}_{\text{sol}} \Rightarrow B \geq \frac{N}{1000 \cdot \bar{\sigma}_{\text{sol}}}$$

- Hauteur de la semelle :

Pour que les contraintes soient uniformément réparties et pour que le béton seul puisse assurer la résistance à l'effort tranchant sans qu'il ait nécessité de prévoir des armatures verticales :



La hauteur utile d doit être au moins égale au demi-débat de la semelle :

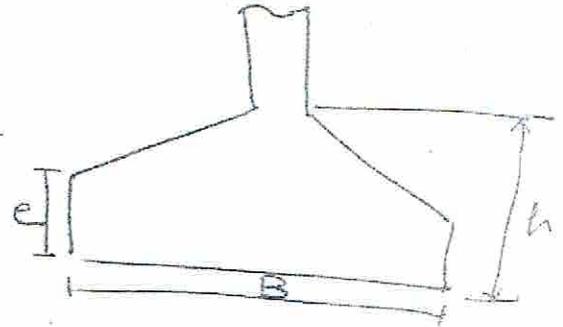
$$d \geq \frac{B - b}{4}$$

$b =$ largeur du mur.

et donc $h = d + c$ *

- Hauteur "e" du patin :

La hauteur e du patin doit être suffisante pour que le bétonnage de la semelle puisse se faire de manière homogène et pour que les crochets d'ancrage des armatures soient bien enrobés :



On prendra : $e \approx \frac{h}{2}$ à $h/3$

On prendra : $e \geq 6 \cdot \phi + 6$ * e et ϕ en [cm].

b) Ferraillage de la semelle :

La semelle n'est pas sollicitée longitudinalement car l'action du mur s'annule avec la réaction du sol, par contre, elle est sollicitée transversalement, c'est à dire qu'elle fléchit autour d'un axe parallèle au mur.

Parmi les méthodes de calcul de sollicitations pour la détermination du ferraillage de la semelle, la méthode des bielles.

La méthode des bielles admet que la charge N centrée agissant par unité de longueur du mur est transmise au sol par l'intermédiaire de bielles de béton inclinées. Les armatures jouent le rôle de tirant puisqu'elles doivent équilibrer la composante horizontale de l'effort de compression dans la bielle.

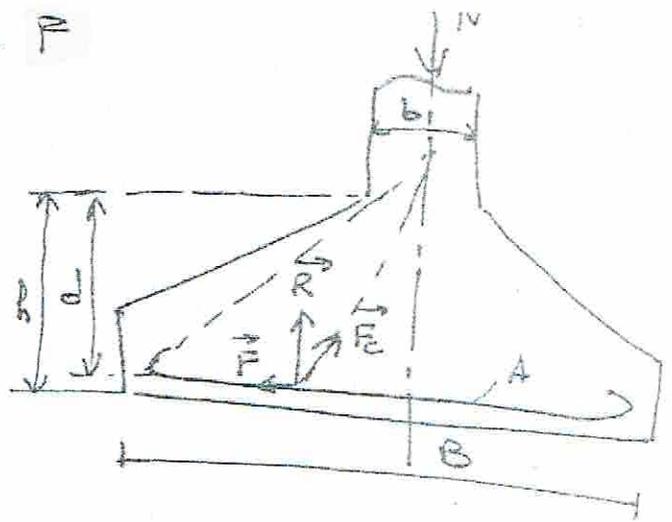
La force de traction horizontale F sera donc équilibrée par les armatures, elle aura pour valeur

$$F = \frac{N}{8} \frac{(B-b)}{d}$$

avec aussi

$$F = A \cdot \bar{\sigma}_s \Rightarrow A = \frac{F}{\bar{\sigma}_s}$$

$$A = \frac{N(B-b)}{8 \cdot d \cdot \bar{\sigma}_s} *$$



Remarques :

1/ Le calcul de A se fait aux 2 Etats Limites, ultime et de service, on retiendra le maximum de 2 résultats
 $A = \text{Max}[A_{ELU} \text{ et } A_{ELS}]$.

2/ Parallèlement à l'axe longitudinal de la semelle, on doit prévoir des armatures de répartition

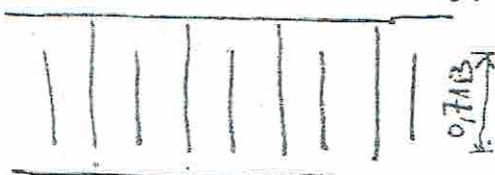
$$A_{\text{rép}} = \frac{A \cdot B}{4} \quad B \text{ en [m]} \quad A \text{ et } A_{\text{rép}} \text{ en [cm}^2\text{]}.$$

3/ Pour déterminer la longueur des bars, en pratique, on compare la longueur de scellement $l_s = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_e}{\bar{\sigma}_s}$ à B

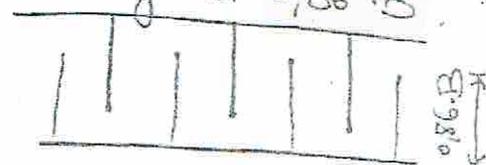
* $l_s > B/4 \Rightarrow$ tous les bars doivent être prolongés jusqu'aux extrémités de la semelle et comporter des crochets.

* $\frac{B}{8} < l_s \leq \frac{B}{4} \Rightarrow$ tous les bars doivent être prolongés jusqu'aux extrémités mais peuvent ne pas comporter de crochets.

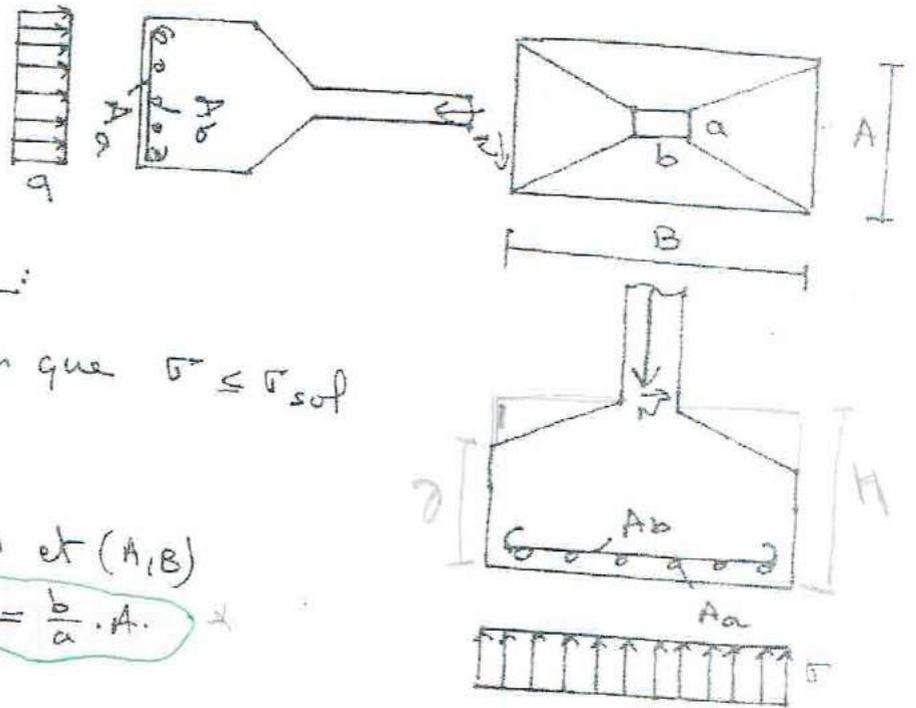
* $l_s \leq \frac{B}{8} \Rightarrow$ on n'utilise pas de crochets et on peut ancrer une barre sur deux à la longueur $0,71 \cdot B$ ou alterner des bars de longueur $0,86 \cdot B$.



ou bien



2.1.2 Semelle rectangulaire isolée sous poteau rectangulaire



a) Dimensionnement :

Il faut vérifier que $\sigma \leq \sigma_{sol}$

avec $\sigma = \frac{N}{A \times B}$

relation entre (a,b) et (A,B)

$$\frac{a}{b} = \frac{A}{B} \Rightarrow B = \frac{b}{a} \cdot A$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{N}{\frac{b}{a} \cdot A^2}$$

$$\sigma = \frac{N}{\frac{b}{a} A^2} \leq \sigma_{sol} \Rightarrow A^2 \geq \frac{N}{\frac{b}{a} \cdot \sigma_{sol}}$$

$$\text{et aussi } d_a \geq \frac{A-a}{4} \quad \text{et} \quad d_b \geq \frac{B-b}{4} \quad \Rightarrow \quad A \geq \sqrt{\frac{a}{b} \cdot \frac{N}{\sigma_{sol}}}$$

Il faut prendre

$$e \geq 6 \cdot \phi + b$$

$$d = \text{Max}(d_a \text{ et } d_b)$$

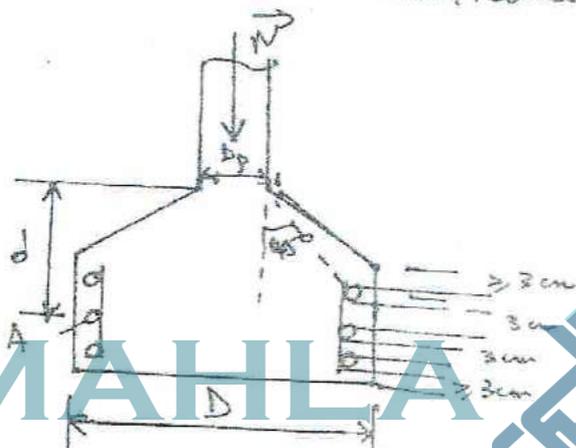
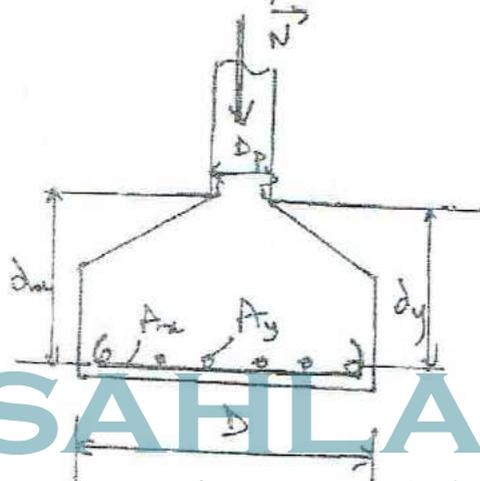
b) Ferrailage : (Méthode des bielles)

$$A_a = \frac{N(A-a)}{8 d_a \cdot \sigma_s}$$

$$\text{et } A_b = \frac{N(B-b)}{8 d_b \cdot \sigma_s}$$

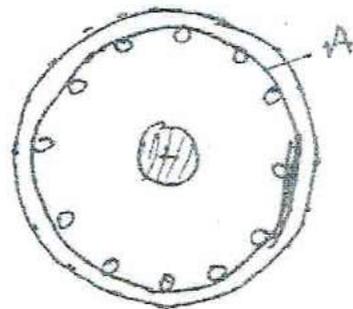
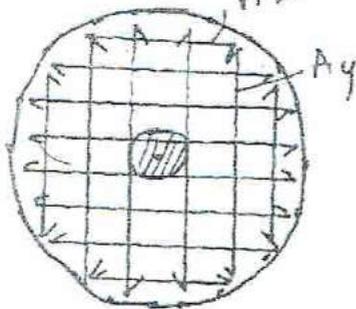
2. A.3. Semelle isolée circulaire sous poteau circulaire.

Une semelle circulaire sous poteau circulaire constitue un tronc de cône et peut être armée par un quadrillage de deux nappes orthogonales ou par des cerces. Dans le dernier cas, on dispose généralement des armatures verticales liées aux cerces, qui assurent, pendant le bétonnage, le maintien des cerces dans leurs positions. On dispose le cercle supérieur de manière que son axe se trouve sur une droite passant par le collet de la semelle et faisant un angle de 45° avec la verticale.



SAHLA MAHLA

المصدر الاول للطلاب الجزائري



a) Dimensionnement:

$$\sigma = \frac{N}{S} \leq \sigma_{sof} \Rightarrow \sigma = \frac{N}{\pi D^2/4} \leq \sigma_{sof}$$

$$\Rightarrow D \geq 1,13 \sqrt{\frac{N}{\sigma_{sof}}}$$

- $\boxed{dx \geq \frac{D - D_p}{4}}$ et $\boxed{dy = dx - \frac{\phi_x + \phi_y}{2}}$

- $\boxed{e \geq 6\phi + 6}$ pour nappes orthogonales

et $\boxed{e \geq m \cdot \phi + 3(m+1)}$ pour les cerces avec $m =$ nbra de cerces

b/ Ferrailage: (Méthode des Biells)

* nappes orthogonales:

$$A_x = \frac{N(D - D_p)}{3\pi \cdot dx \cdot \sigma_s}$$

$$A_y = \frac{N(D - D_p)}{3\pi \cdot dy \cdot \sigma_s}$$

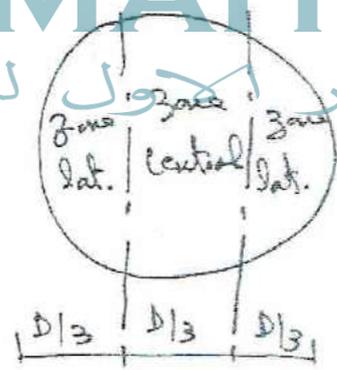
Remarque:

* Si $0 \leq D \leq 1m \Rightarrow$ répartition uniforme d'armatures.

* Si $1m < D \leq 3m \Rightarrow$
 - zone centrale = $0,5 A_x$ et $0,5 A_y$
 - zones latérales = $0,25 A_x$ et $0,25 A_y$

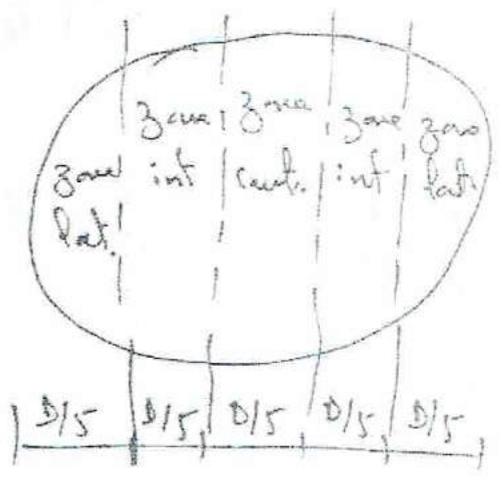
SAHLA MAHLA

المصدر الأول للطالب الجزائري



* Si $D > 3m \Rightarrow$ 5 zones:

zone centrale = $0,3 A_x$ et $0,3 A_y$
 zone intermédiaire = $0,25 A_x$ et $0,25 A_y$
 zone latérale = $0,1 A_x$ et $0,1 A_y$



* Armatures constituées par des lances.

$$A = \frac{N(D - D_p)}{6\pi \cdot d \cdot \sigma_s}$$

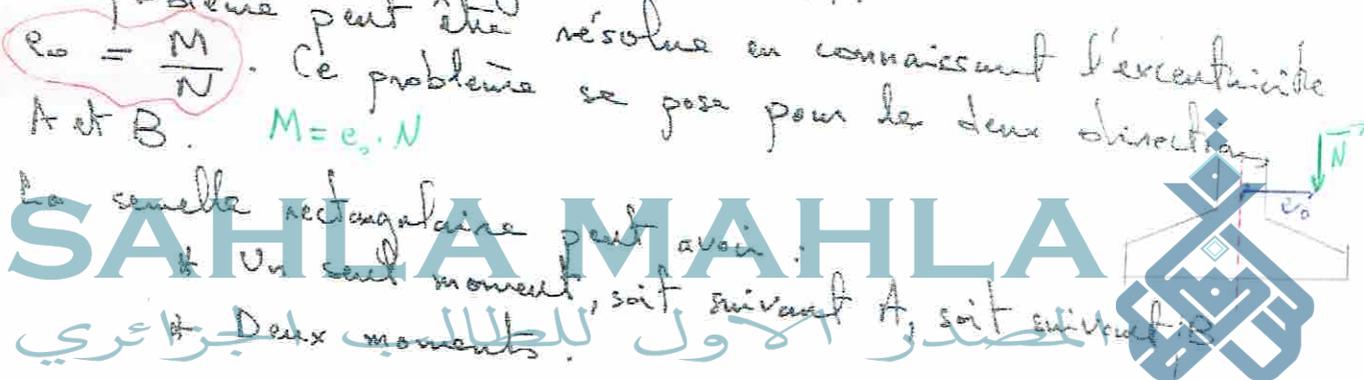
2.2. Semelle supportant un effort normal et un moment.

2.2.1. Semelle isolée rectangulaire sous poteau rectangulaire

Comme il a été précisé précédemment, en présence de moment, deux cas sont possibles :

- * réaction trapézoïdale du sol
- * réaction triangulaire du sol.

Ce problème peut être résolu en connaissant l'excentricité e_0 de A et B . $M = e_0 \cdot N$



La semelle rectangulaire peut avoir :

- * Un seul moment, soit suivant A , soit suivant B .
- * Deux moments.

a/ Réaction trapézoïdale du sol (suivant B)

a1/ Dimensionnement.

La réaction du sol sera trapézoïdale si :

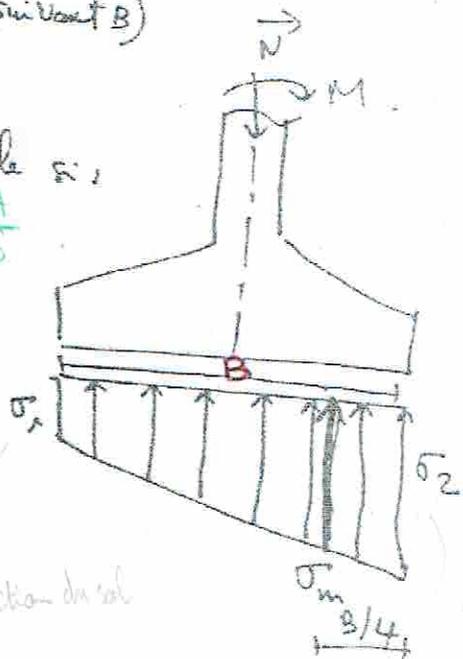
$$e_{0b} = \frac{M_b}{N} \leq \frac{B}{6} \quad ; \quad e_{0a} = \frac{M_a}{N} \leq \frac{A}{6}$$

D'après les résultats de la RDM.

$$\sigma_{1,2} = \frac{N}{A \cdot B} \pm \frac{M_b \cdot \nu}{I}$$

avec $M_b = N \cdot e_{0b}$, $\nu = B/2$, $\nu = \frac{A}{2}$
 et $I_b = \frac{A \cdot B^3}{12}$, $I_a = \frac{B \cdot A^3}{12}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_1 = \frac{N}{A \cdot B} \left(1 - \frac{6 \cdot e_{0b}}{B} \right) \\ \sigma_2 = \frac{N}{A \cdot B} \left(1 + \frac{6 \cdot e_{0b}}{B} \right) \end{cases}$$



$\sigma_{1,2}$: réaction du sol

On appelle contrainte moyenne σ_m la contrainte située à une distance $B/4$ de la contrainte maximale σ_2

$$\sigma_m = \frac{3\sigma_2 + \sigma_1}{4} = \frac{N}{A \cdot B} \left(1 + \frac{3 \cdot e_0 b}{B} \right)$$

Cette contrainte moyenne doit rester toujours inférieure ou égale à la contrainte admissible σ_{sol} .

$$\sigma_m \leq \sigma_{sol} \Rightarrow \frac{N}{A \cdot B} \left(1 + \frac{3 \cdot e_0 b}{B} \right) \leq \sigma_{sol}$$

EW: $\sigma_{sol} \times 2$

ELS: $\sigma_{sol} \times 1$ Cette inégalité donne comme limite inférieure une équation du 3^{ème} degré en B si on remplace A par :

$$A = \left(\frac{a}{b} \right) \cdot B : \frac{N}{\left(\frac{a}{b} \right) \cdot B^2} \left(1 + \frac{3 \cdot e_0 b}{B} \right) \leq \sigma_{sol}$$

$$\Rightarrow N \cdot B + 3 \cdot e_0 b \cdot N \leq \left(\frac{a}{b} \right) \cdot B^3 \cdot \sigma_{sol}$$

Il faut résoudre : $\left[\left(\frac{a}{b} \right) \cdot \sigma_{sol} \right] \cdot B^3 - [N] \cdot B - [3 \cdot e_0 b \cdot N] \geq 0$ Approche successive

L'inégalité est de la forme $[a \cdot y^3 + b \cdot y + c] \geq 0$

Remarque: المصدر الأول للطالب

Une fois l'inégalité résolue, on détermine B puis A, sans oublier que suivant la deuxième direction deux cas sont possibles :

* Moment nul : alors on adopte A et B calculées.

* Moment M_a existe : alors il faut vérifier la deuxième inégalité :

$$\left[\left(\frac{b}{a} \right) \sigma_{sol} \right] A^3 - [N] \cdot A - [3 \cdot e_0 a \cdot N] \geq 0$$

α2/ Ferrailage :

Pour la détermination du ferrailage de la semelle, la méthode des bielles ne peut être appliquée que si la différence entre la contrainte maximale σ_2 et la contrainte minimale σ_1 est inférieure au $\frac{2}{3}$ de la contrainte moyenne σ_m .

$$\sigma_2 - \sigma_1 \leq \frac{2}{3} \sigma_m \Rightarrow \boxed{e_{ob} \leq B/18} \text{ et } \boxed{e_{oa} \leq A/18}$$

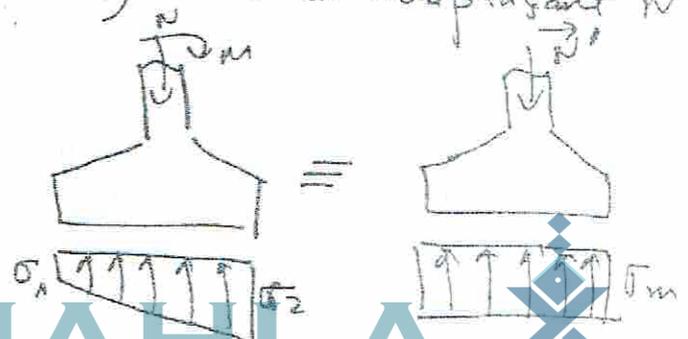
1^{er} cas : " $e_{ob} \leq B/18$ "

On utilise la méthode des bielles pour le cas de charges centrées uniquement (sans moment) mais en remplaçant N par N' .

avec $N' = N \left(1 + \frac{3 \cdot e_{ob}}{B}\right)$

d'air

$$A_b = N \left(1 + \frac{3 e_{ob}}{B}\right) \frac{(B-b)}{8 d_b \sigma_s}$$



Remarque : المصدر الأول للطلاب
- Si il n'y a pas de moment M_a dans l'autre direction :

$$A_a = N \left(1 + \frac{3 e_{ob}}{B}\right) \frac{(A-a)}{8 d_a \sigma_s}$$

- Si le moment M_a dans l'autre direction existe et si la répartition est trapezoidale c'est à dire $e_{oa} \leq A/18$.

$$A_a = N \left(1 + \frac{3 e_{oa}}{A}\right) \frac{(A-a)}{8 d_a \sigma_s}$$

2^{ème} cas : $e_{ob} > B/18$

Alors la méthode des bielles n'est plus applicable, on utilisera la méthode des moments.

Il s'agit de déterminer le moment de flexion M_{1b} auquel sera soumise la section (S_A) située à la distance $0,35b$ de l'axe du poteau.

Pour cela, on aura besoin de déterminer d'abord :

σ_{3b} , R_b et S_{R_b} .

à l'aide des triangles semblables

$$\sigma_{3b} = \sigma_{1b} + \left[\frac{\frac{B}{2} + 0,35b}{B} \right] (\sigma_{2b} - \sigma_{1b})$$

$$\sigma_{3b} = \frac{N}{A \cdot B} \left(1 + \frac{4,12 e_{ob} \cdot b}{B^2} \right)$$

$$R_b = \left(\frac{B}{2} - 0,35 \cdot b \right) \left(\frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2} \right) \cdot A$$

$$S_{R_b} = \frac{\left(\frac{B}{2} - 0,35 \cdot b \right)}{3} \cdot \frac{(\sigma_3 + 2\sigma_2)}{(\sigma_3 + \sigma_2)}$$

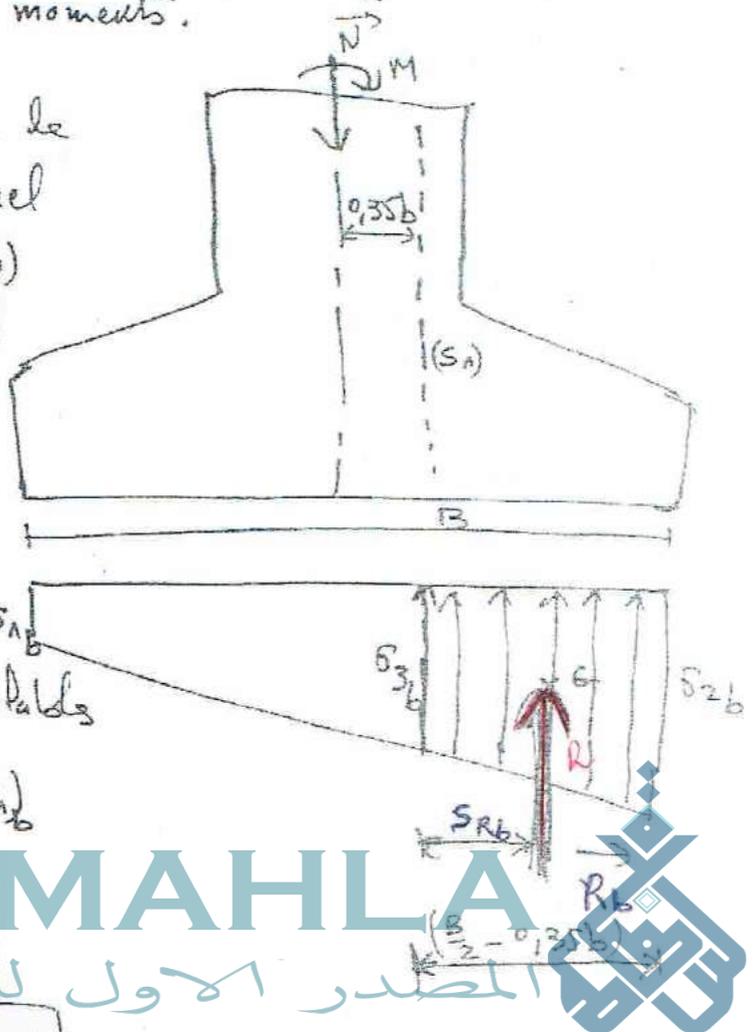
bras de levier

d'où le moment M_{1b}

$$M_{1b} = R_b \times S_{R_b} = A \left(\frac{B}{2} - 0,35b \right)^2 \left(\frac{\sigma_{3b} + 2\sigma_{2b}}{6} \right)$$

$$\text{et } A_b = \frac{M_{1b}}{\beta \cdot d_b \cdot \sigma_s}$$

avec β à prendre entre 0,85 et 0,9.



Remarque :

- s'il n'y a pas de moment M_a dans l'autre direction

$$A_a = N \left(1 + \frac{3e_{0a}}{B} \right) \frac{(A-a)}{8 d_a \sigma_s}$$

- si le moment M_a existe et si $e_{0a} > A/18$, on calcule :

$$e_{0a} = M_a / N$$

$$\sigma_{3a} = \sigma_{1a} + \frac{(A/2 - 0,35 \cdot a)}{A} (\sigma_{2a} - \sigma_{1a})$$

$$\sigma_{3a} = \frac{N}{A \cdot B} \left(1 + \frac{412 \cdot e_{0a} \cdot a}{A^2} \right)$$

$$M_{1a} = B \left(\frac{A}{2} - 0,35 \cdot a \right)^2 \left(\frac{\sigma_{3a} + 2 \sigma_{2a}}{6} \right)$$

et donc :

$$A_a = \frac{M_{1a}}{B \cdot d_a \sigma_s}$$

$M_a \neq 0, e_{0a} < \frac{A}{18}$ et $e_{0a} > \frac{A}{18}$; $A_a = \frac{M_{1a}}{B \cdot d_a \sigma_s}$; $M_a = 0$; $A_b = N \left(1 + \frac{3e_{0a}}{A} \right) \frac{(B-b)}{8 d_a \sigma_s}$

b/ Reaction triangulaire du sol

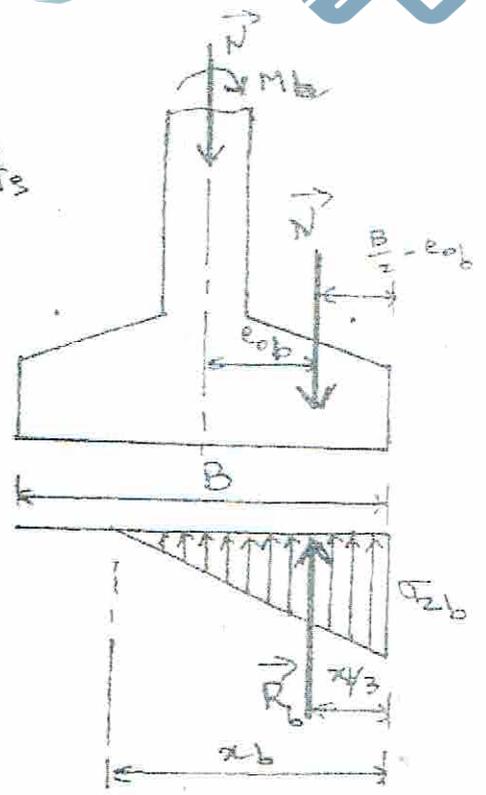
ba/ Dimensionnement : (suivant B)

Dans le cas où $e_{0b} = \frac{M_b}{N} \geq \frac{B}{6}$ (à l'extérieur du noyau central), le diagramme des contraintes est triangulaire, ce qui ne permet pas de faire les calculs de ferrillage avec la méthode des bielles, on utilisera la méthode des moments.

D'après le diagramme des contraintes et si on remplace le système (N, M) par N appliqué à e_{0b} de l'axe de la fondation, on aura :

$$R_b = N \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{z_b}{z_b} \times x_b \right) \cdot A \quad \text{avec} \quad \frac{z_b}{3} = \left(\frac{B}{2} - e_{0b} \right)$$

$$\Rightarrow x_b = 3 \left(\frac{B}{2} - e_{0b} \right)$$



$$\Rightarrow R_b = N = \frac{\sigma_2}{2} \cdot 3 \cdot \left(\frac{B}{2} - e_0\right) \cdot A \Rightarrow \boxed{\sigma_{2b} = \frac{2 \cdot N}{3 \left(\frac{B}{2} - e_0\right) \cdot A}}$$

Cette contrainte doit rester inférieure ou égale à $1,33 \sigma_{sof}$.

$$\boxed{\sigma_{2b} \leq 1,33 \sigma_{sof}} \quad \text{Majoration de 33\% de } \sigma_{sof} \text{ à cause de soulèvement du socle}$$

À partir de cette inégalité, on pourra déterminer A et B en posant aussi $A = \frac{a}{b} \cdot B$ (a et b les dimensions du poteau).

$$\frac{2 \cdot N}{3 \left(\frac{B}{2} - e_0\right) \cdot A} \leq 1,33 \sigma_{sof} \Rightarrow 2N \leq 3,99 \sigma_{sof} \left(\frac{B}{2} - e_0\right) \cdot \frac{a}{b} \cdot B$$

$$\Rightarrow \boxed{\left[1,995 \cdot \frac{a}{b} \sigma_{sof}\right] \cdot B^2 - \left[3,99 \cdot \frac{a}{b} \cdot e_0 \cdot \sigma_{sof}\right] \cdot B - 2 \cdot N \geq 0}$$

c'est une inégalité du 2^{ème} degré, elle admet une infinité de solutions. Il suffit de choisir des dimensions convenables de telle manière à vérifier $\sigma_2 \leq 1,33 \sigma_{sof}$.

Si la solution complète est à d: équation 3^{ème} degré
 → Alors répartition trapézoïdale

b2/ Ferraillage (Méthode des Moments)

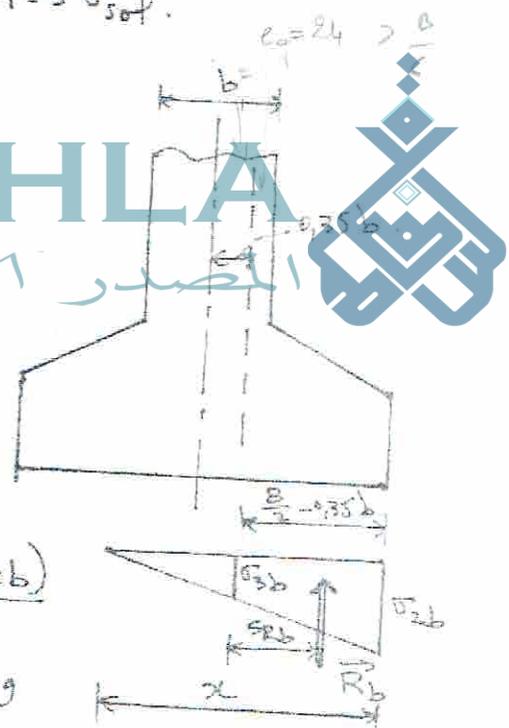
Triangles semblables: $\frac{\sigma_{3b}}{\sigma_{2b}} = \frac{x - \left(\frac{B}{2} - 0,35b\right)}{b}$

$$\Rightarrow \sigma_{3b} = \frac{\left(\frac{B}{2} - 0,35b\right) \cdot \sigma_{2b}}{b}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R_b = \left(\frac{B}{2} - 0,35b\right) \frac{(\sigma_{2b} + \sigma_{3b})}{2} \cdot A \\ S_{R_b} = \frac{\left(\frac{B}{2} - 0,35b\right) (\sigma_{3b} + 2\sigma_{2b})}{3} \cdot A \end{cases}$$

$$\Rightarrow M_{1b} = R_b \cdot S_{R_b} = A \cdot \left(\frac{B}{2} - 0,35b\right) \cdot \frac{(\sigma_{3b} + 2\sigma_{2b})}{6}$$

et donc $A_b = \frac{M_{1b}}{\beta \cdot d_b \cdot \sigma_s}$ avec $\beta \approx 0,85 \text{ à } 0,9$



SAHLA MAHLA
 المصدر الاول للطالب الجزائري

Méthode ou choix de forme du poteau des moments en trapèze et triangle

remarques :

1/ Si il n'y a de moment dans l'autre direction ($M_{ca} = 0$), les armatures parallèles au côté A sont calculées par la méthode de bielle avec la charge fictive $N' = N \left(1 + \frac{3e_0 b}{B}\right)$

$$\Rightarrow A_a = N \left(1 + \frac{3e_0 b}{B}\right) \frac{(A - a)}{8 d_a \cdot \bar{\sigma}_s}$$

2/ Si le moment dans l'autre direction existe ($M_a \neq 0$):

a/ Dimensionnement:

Il faut vérifier :

$$\bar{\sigma}_{2a} = \frac{2 \cdot N}{3 \left(\frac{A}{2} - e_{0a}\right) \cdot B} \leq 1,33 \cdot \bar{\sigma}_{sa}$$

$$b/ \bar{\sigma}_{3a} = \frac{(A + 0,35a - 3e_{0a})}{3 \left(\frac{A}{2} - e_{0a}\right)} \cdot \bar{\sigma}_{2a} \Rightarrow \begin{cases} R_a = \left(\frac{A}{2} - 0,35a\right) \frac{(\bar{\sigma}_{2a} + \bar{\sigma}_{3a})}{2} \cdot B \\ S_{Ra} = \frac{\left(\frac{A}{2} - 0,35a\right)}{3} \cdot \frac{(\bar{\sigma}_{3a} + 2\bar{\sigma}_{2a})}{(\bar{\sigma}_{2a} + \bar{\sigma}_{3a})} \end{cases}$$

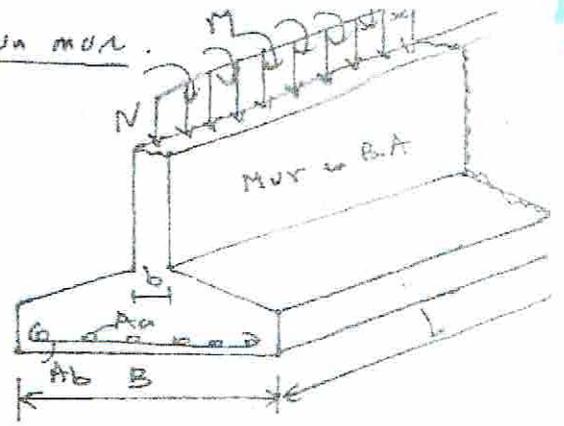
$$\Rightarrow M_{1a} = R_a \times S_{Ra} = B \left(\frac{A}{2} - 0,35a\right)^2 \cdot \frac{(\bar{\sigma}_{2a} + 2\bar{\sigma}_{3a})}{6}$$

et donc $A_a = \frac{M_{1a}}{\beta \cdot d_a \cdot \bar{\sigma}_s}$ avec $\beta \approx 0,85 \text{ à } 0,9$

المصدر الأول للطالب الجزائري



2.2.2. Semelle filante (continue) sous un mur.



Dans le cas d'une semelle filante sous un mur soumise à un effort normal N et un moment de flexion M suivant la direction du mur, il suffit de poser la dimension

$(A = 1\text{m})$ donc faire les calculs pour un mètre de longueur du mur et reprendre toutes les formules de dimensionnement et ferrailage d'une semelle "isolée" pour la détermination de la largeur B de la semelle et la quantité A_b de ferraille parallèle à B . (par mètre). \Rightarrow Calcul d'une semelle isolée ($M \neq 0$)
 $A = 1\text{m}$

Tout au long du mur, on prévoit des armatures de répartition tel que :

$$A_a = A_{rép} = \frac{A \cdot b \cdot B(m)}{4}$$

2.2.3. Semelle circulaire sous pilier circulaire :

Dimensionnement :

On appliquera les mêmes principes que pour la semelle rectangulaire. Le diagramme des contraintes sera trapézoïdal

si $e_0 \leq \frac{D}{8}$ avec :

$$\sigma_1 = \frac{N}{S} \left(1 - \frac{8 \cdot e_0}{D} \right)$$

$$\sigma_2 = \frac{N}{S} \left(1 + \frac{8 \cdot e_0}{D} \right)$$

La contrainte moyenne : $\sigma_m = \frac{3\sigma_2 + \sigma_1}{4} = \frac{N}{S} \left(1 + \frac{4 \cdot e_0}{D} \right)$

Il faut vérifier :

$$\sigma_m = \frac{N}{S} \left(1 + \frac{4 \cdot e_0}{D} \right) \leq \sigma_{\text{ad}}$$

avec $S = \frac{\pi D^2}{4}$

b) Ferrailage :

On pourra appliquer la méthode des bielles si :

$$e_0 \leq \frac{D}{32}$$

Dans ce cas :

* Ferrailage orthogonal :

$$A_x = N \left(1 + \frac{4 \cdot e_0}{D} \right) \cdot \frac{(D - D_p)}{3\pi \cdot d_x \cdot \sigma_s}$$

$$A_y = N \left(1 + \frac{4 \cdot e_0}{D} \right) \cdot \frac{(D - D_p)}{3\pi \cdot d_y \cdot \sigma_s}$$



* Ferrailage en Cercles :

$$A = N \left(1 + \frac{4 \cdot e_0}{D} \right) \cdot \frac{(D - D_p)}{6\pi \cdot d \cdot \sigma_s}$$

N.3. Semelle sous Joint

Les semelles existantes au droit d'un joint ne sont pas coupées à la verticale de ce joint.

Le joint est amétri au niveau supérieure de la semelle. On admettra des armatures de couture sur la partie supérieure de la semelle.

Le dimensionnement de la semelle se fera pour la charge cumulée des deux poteaux :

$$N = N_1 + N_2$$

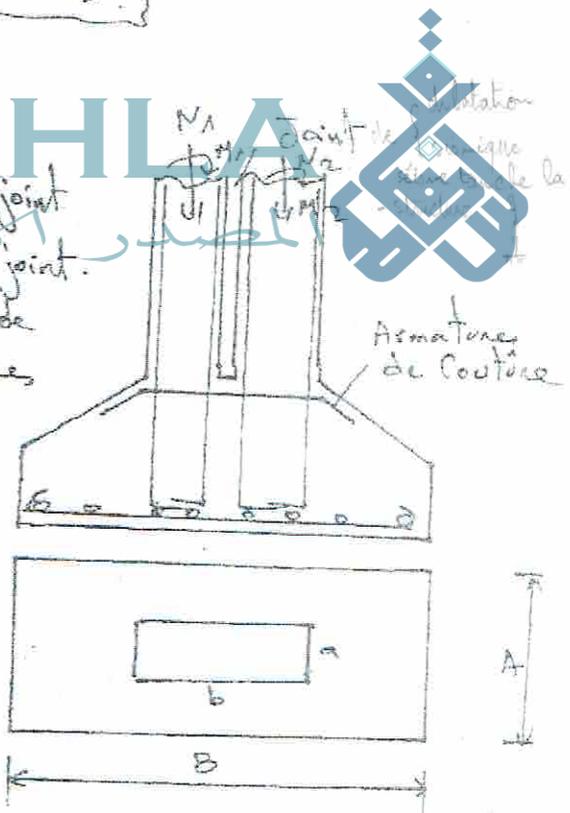
$$M = M_1 + M_2 \text{ (Somme Algébrique)}$$

La semelle sera rectangulaire (A x B)

Pour un poteau rectangulaire (a x b) au

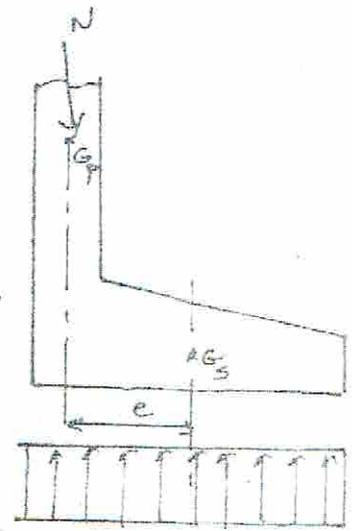
b = somme des largeurs de 2 poteaux + largeur du joint.

Le calcul de ferrailage se fera de la même manière que pour une semelle rectangulaire sous un poteau rectangulaire.



2.4. Semelle excentrée :

Une semelle est excentrée lorsque la résultante des efforts verticaux ne coïncide pas avec la centre de gravité de la semelle. Lorsqu'il n'y a pas possibilité de prévoir une semelle centrée par exemple à proximité d'un mur existant ou une ancienne construction.

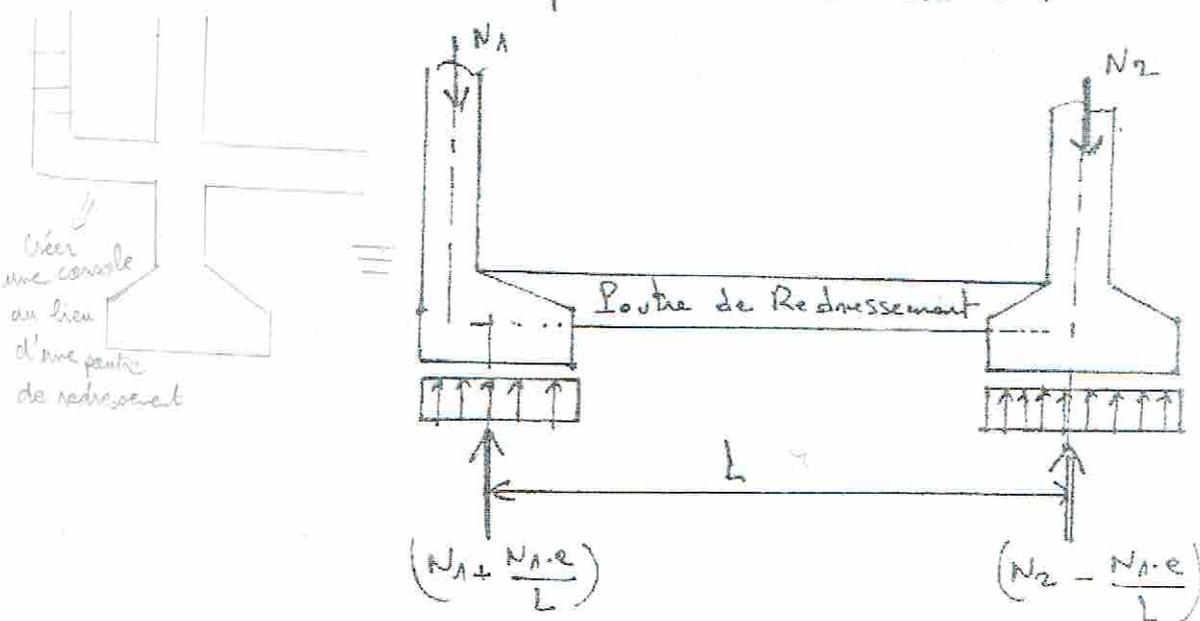


Pour régler le problème d'excentricité de la semelle il faut construire une poutre rigide appelée "Poutre de Redressement" pour la relier à la semelle voisine (adjacente) qui est centrée. Pour cela

- * On cherche toujours à avoir une semelle dont le c.d.g. se trouve le plus près possible de l'axe du poteau ($e = \text{minimum possible}$).
- * On suppose qu'on a une répartition uniforme des contraintes au sol sous la semelle.
- * La semelle excentrée sera dimensionnée en fonction d'un effort $(N_1 + \frac{N_1 \cdot e}{L})$ et le moment $(N_1 \cdot e)$ est repris par la poutre de redressement.

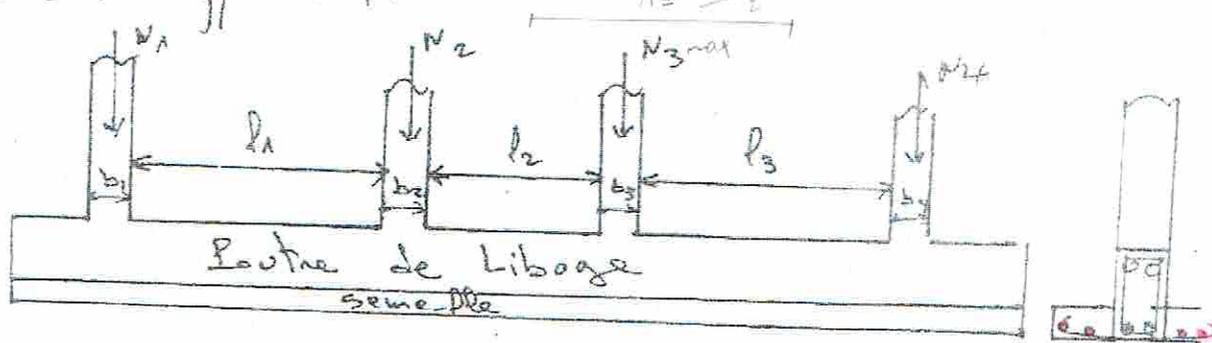
Le calcul se fait en deux étapes.

- 1- Calcul de la semelle excentrée.
- 2- Calcul de la poutre de Redressement.



2.5 Semelle filante (continue) sous plusieurs poteaux à cause de l'absence de Bull de pro...

On retrouve ce type de semelle dans le cas de chevauchement des semelles isolées suivant une direction ou même suivant les 2 directions. Ce chevauchement peut être causé soit par des charges importantes, soit par une faible résistance du sol, ou même par la nature du sol qui pourra provoquer un tassement différentiel.



Pour faire la liaison de continuité entre les poteaux, la semelle à elle seule ne suffit pas car elle risque de se déformer dans la zone à mi-travée (entre les poteaux). Pour cela la fondation continue sera composée de deux éléments :

* La semelle continue

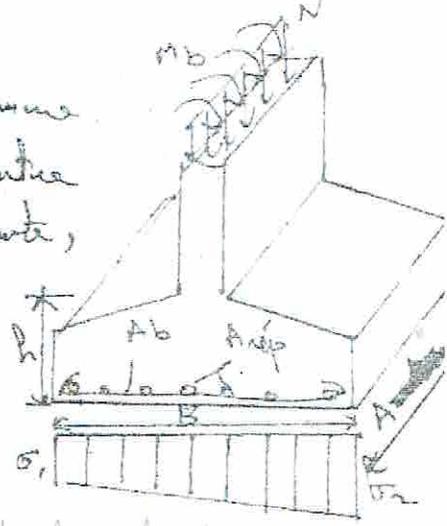
* La poutre de libage

Les calculs de dimensionnement et de détermination des armatures se divisera en deux parties, "transversalement" pour dimensionner et ferrailier "la semelle" et "longitudinalement" pour dimensionner et ferrailier "la poutre" de libage.

a) Transversalement,

Transversalement la semelle sera considérée comme isolée ayant pour Effort Normal N la maximum entre les efforts des poteaux liés à cette semelle filante, ainsi que le moment M_b parallèle à la dimension transversale B .

* La dimension longitudinale A sera prise comme la distance à mi-chemi entre les poteaux de part et d'autre.



Pour un mauvais sol on doit fondé jusqu'à bon sol et on créer une s-sol de rattrapage

* Radier : mauvais sol et non pas à cause de chevauchement des semelles

$$N_{max} = M_{ue} [N_1, N_2, N_3, \dots]$$

F20/25

$$A = \frac{l_i + l_{i+1}}{2} + b.$$

* Une fois A déterminée, en fonction des valeurs numériques de n et M_b , on déterminera si la répartition de la contrainte du sol est trapézoïdale ou triangulaire, ceci en déterminant la largeur B de la semelle.

* On déterminera ensuite la hauteur utile d et la hauteur totale h de la semelle.

* On terminera les calculs transversalement par la détermination des armatures A_b parallèles à B ainsi que les armatures de répartition A_{rep} parallèles à A .

Au niveau de la semelle, les armatures A_b seront considérées comme des armatures transversales et les armatures A_{rep} seront considérées comme des armatures longitudinales disposées en dehors de la zone réservée pour la poutre de libage généralement ayant la même largeur que la largeur des poteaux.

المصدر الأول للطلاب الجزائري

b/ Longitudinalement :

Les efforts pris en considération se limitent uniquement aux efforts normaux N_i , les moments n'auront aucun effet à cause de la grande rigidité de la poutre de libage.

Il s'agira donc de dimensionner et fournir cette poutre de libage qui aura généralement la même largeur b que les poteaux.

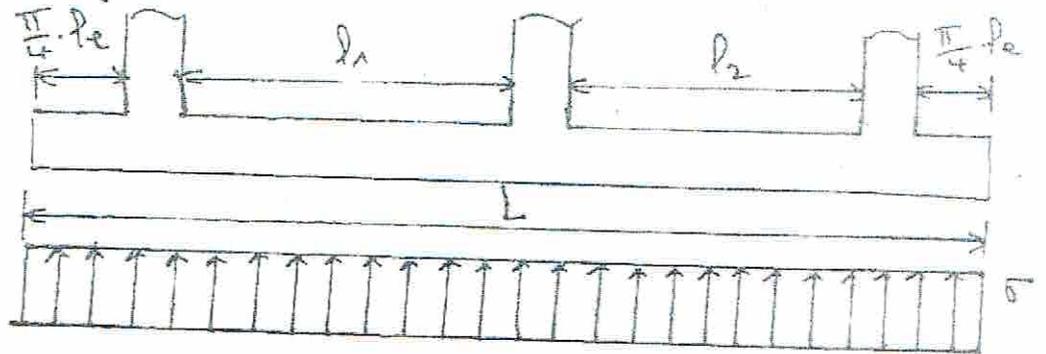
Pour cela la poutre de libage sera étudiée dans le cadre de la Théorie des poutres posées sur sol élastique.

La théorie des poutres sur sol élastique précise que :

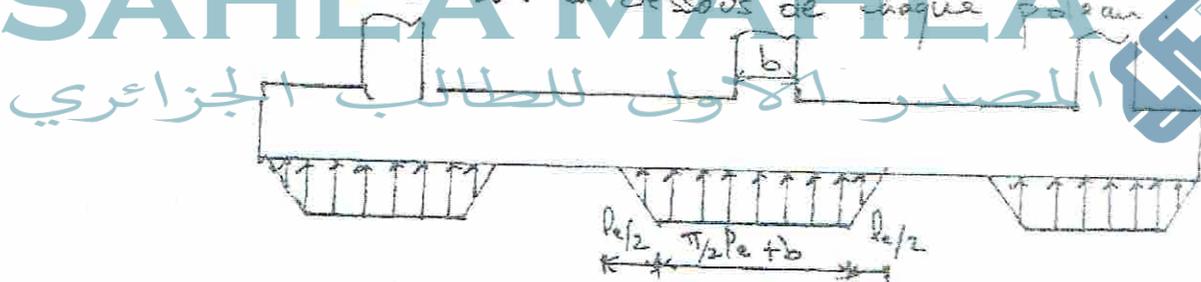
- 1/ Lorsque la longueur l de la travée de la poutre ou l'écartement des charges qui la sollicitent est tel que :

$$l \leq \frac{\pi}{2} \times l_e \quad \text{où } l_e = \text{longueur élastique de la poutre}$$

le calcul peut être fait en supposant une répartition linéaire des contraintes sur le sol et il n'y a pas lieu de faire des calculs relatifs à la poutre sur sol élastique.



- 2/ Dans le cas contraire, la théorie de la poutre élastique sur sol élastique est applicable en supposant une répartition trapézoïdale de la contrainte du sol en dessous de chaque poteau.



- 3/ Pour un poteau de rive, on devra prévoir un débord de la poutre de $\frac{\pi}{4} \cdot l_e$ au minimum. S'il est impossible de prévoir un tel débord, il faudrait adopter une section de poutre entre le premier et le second poteau, telle que leur écartement soit sensiblement inférieur à $\frac{\pi}{2} \cdot l_e$.

Pour revenir au dimensionnement et ferrailage de la poutre de libage, et pour assurer une répartition linéaire de la contrainte du sol, il suffit de vérifier l'inégalité :

$$l_{\max} \leq \frac{\pi}{2} \cdot l_e$$

avec $l_{\max} = \text{Max}[l_i]$.

et $l_e = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot E \cdot I}{K \cdot b}}$

où : I = Moment d'Inertie de la poutre de libage
 E = Module d'Elasticité du Béton.

b = Largeur de la poutre prise égale à la largeur b du poteau.

K = Coefficient de raideur du sol

En pratique K varie de 0,5 à 12 kg/cm³

On pourra adopter les valeurs suivantes :

$K = 0,5$ pour un très mauvais sol

$K = 4$ pour un sol moyen (sol à 0,2 MPa)

$K = 12$ pour un très bon sol.

b) Dimensionnement de la poutre de Libage :

A partir de cette inégalité on pourra dimensionner la poutre de libage en déterminant sa hauteur h_p .

Avec $I = \frac{b h_p^3}{12}$, on a :

$$l_{\max} \leq \frac{\pi}{2} l_e \Rightarrow l_{\max}^4 \leq \frac{\pi^4}{16} \cdot \frac{4 \cdot E \cdot I}{K \cdot b}$$

$$\Rightarrow l_{\max}^4 \leq \frac{\pi^4}{4} \cdot \frac{E \cdot b h_p^3 / 12}{K \cdot b} \Rightarrow h_p^3 \geq \frac{48 \cdot K \cdot l_{\max}^4}{\pi^4 E} \approx \frac{0,5 K}{E} \cdot l_{\max}^4$$

$$\Rightarrow h_p \geq \sqrt[3]{\frac{0,5 \cdot K \cdot l_{\max}^4}{E}}$$

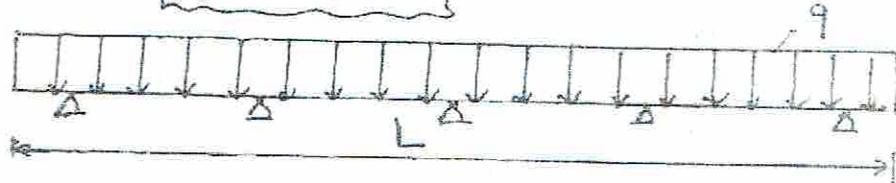
Remarque :

Cette hauteur h_p de la poutre de libage est généralement l'ajout supérieure à la hauteur h de la semelle. Dans le cas contraire ($h_p < h$) on adoptera comme hauteur de la poutre de libage $h_p = h$.

b2/ Ferrailage de la poutre de libage :

La poutre de libage est considérée comme une poutre continue mais renversée soumise à une charge uniformément répartie q . Cette charge sera égale à la somme de toutes les charges concentrées ($\sum N_i$) dans les poteaux et provenant de la superstructure divisé par la longueur totale L de la poutre de libage.

$$q = \frac{\sum N_i}{L}$$



* On commencera en premier lieu par vérifier la contrainte dans le sol.

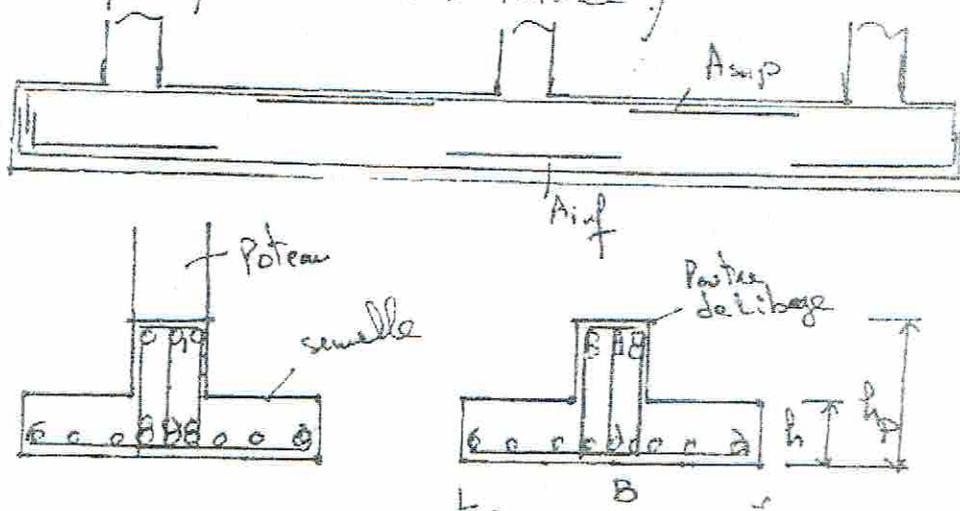
$$\sigma = \frac{N}{A} \leq \sigma_{sol}$$

Avec $N = \sum N_i + P_{mobilier}$



* On déterminera ensuite les moments de flexion en travées et aux appuis.

* Puis on calculera les sections d'armature, inférieures (à l'aide du moment négatif maximum à l'appui) et supérieures (à l'aide du moment positif maximum en travée).



2.6 Radier Général: ^{entêt: (Pb de sol mou, agrand...) dalle pleine} ^{Partiel: (égaler - ou nervur)}

Le radier général est constitué par une semelle générale couvrant toute la surface au sol du bâtiment.

Le radier général se trouve justifié si les semelles continues, ou isolées deviennent très larges en raison:

- * de la faible capacité portante du sol ✓
- * des charges élevées du bâtiment
- * du rapprochement des poteaux
- * de la profondeur à atteindre pour fonder sur un bon sol.
- * des difficultés d'établir des pieux. ^(pont, piles métalliques)
^{La Grèce chère}

Pour pouvoir retenir ce mode de fondation, il faut que la construction ne supporte pas de charges d'exploitation présentant d'importantes dissymétries car cela pourrait causer des tassements différentiels entre les diverses zones du radier.

Le radier fonctionne comme "un plancher renversé" dont les appuis sont constitués par les murs et les poteaux de l'ossature et qui est soumis à la réaction du sol diminuée par ^{propriété du radier.} ^{الصدر الأول للطلاب}

La différence entre le radier général et le plancher dalle est que le radier aura une épaisseur la plus importante que celle du plancher dalle.

Le radier peut être constitué de dalle nervurée pour ressembler à un plancher nervuré.