

Electrotechnique Fondamentale I

Par Dr. SEGHIER TAHAR

SAHLA MAHLA

المصدر الاول للطالب الجزائري



Novembre 2016



Université Amar Telidji
Faculté de Technologie



Laboratoire d'Etude et de
Développement des Matériaux Semi-
conducteur et Diélectriques

Support de Cours Electrotechnique Fondamentale

SAHIL AMAHIA
المصطفى المصطفى المصطفى
Par Dr. SEGHIER TAHAR



Préface

Du fait des avantages multiples de l'énergie électrique (souplesse, facilité d'utilisation, rendement meilleur et performances élevées), l'énergie électrique est devenue aujourd'hui facilement accessible et disponible quasiment partout. Les caractéristiques de l'énergie dépendent fortement des producteurs, des distributeurs, des fabricants d'équipements et des clients. En effet, l'énergie électrique est produite, dans l'immense majorité des cas, à partir d'énergie mécanique par des machines électriques. Elle est ensuite transportée par des lignes électriques et distribuée à des clients. Ces derniers la transforment en autres formes d'énergie, par exemple thermique ou mécanique. L'électrotechnique ou le génie électrique industriel (une partie de la physique) concerne l'étude des applications techniques de l'énergie électrique, ou encore, la discipline qui étudie la production, le transport, le traitement, la transformation et l'utilisation de l'énergie électrique. Traditionnellement on associe l'électrotechnique aux "courants forts" par opposition aux "courants faibles" qui seraient du domaine exclusif de l'électronique. L'électrotechnique est liée étroitement à l'électronique et à l'automatique (disciplines de l'E.E.A.) auxquelles elle a fréquemment recours, en particulier pour la commande des moteurs.

Ce document, destiné aux étudiants de la deuxième année Licence génie électrique, est davantage un support de cours. Le contenu est conforme au programme du module électrotechnique fondamentale I. Le but de l'enseignement d'électrotechnique fondamentale I est l'étude de l'ensemble du système électrique depuis les dipôles et les régimes électriques jusqu'à la transformation de l'énergie électrique en utilisant les transformateurs et les machines électriques. La finalité de l'enseignement de ce module est de familiariser les étudiants aux notions qui sont propres au génie électrique afin de leur permettre de continuer leurs formations universitaires en électrotechnique, électronique et automatique.

Ce document s'articule sur six parties :

Dans une première partie, nous présenterons un rappel sur les nombres complexes. Nous irons découvrir quels rôles jouent les nombres complexes en électricité et comment une grandeur électrique peut être représentée par un nombre complexe. La deuxième partie ; Rappel sur les lois fondamentales de l'électricité est consacrée à la définition des dipôles électriques (composants électriques) ainsi qu'à l'étude des circuits dans le régime continu, variable et transitoire. Dans la partie Circuits et puissances électriques, nous nous attacherons à l'étude de l'énergie, électrique sous forme de tensions et courants alternatifs monophasés (2 fils) ou triphasés (3 ou 4 fils). Nous mettrons en évidence les lois générales reliant les diverses grandeurs : puissances, intensités, tensions, impédances, etc, ... la quatrième partie, Circuit Magnétiques, est consacrée à l'étude des notions principales des circuits magnétiques. Nous montrerons l'agencement d'une bobine électrique et un matériau ferromagnétique en un circuit magnétique analogue à un circuit électrique, afin d'assurer la compréhension du fonctionnement des machines électriques. L'avant dernière partie, Transformateur, est consacré à l'étude d'une machine statique (transformateur). Cet appareil, à base de circuit magnétique, et qui permet de modifier le niveau de tension, est largement en génie électrique. La dernière partie sera consacrée l'étude des Machines électriques à courant continu. Celles-ci (Moteur ou génératrice) sont constituées de circuits électriques (conducteurs) étroitement imbriqués dans un circuit magnétique.

Table des matières

Chapitre I : Rappels sur les nombres complexes (NC)

I.1 Introduction	03
I.2 Les différentes formes d'un nombre complexe	03
I.2.1 La forme algébrique ou cartésienne	03
I.2.2 la forme trigonométrique et exponentielle	03
I.3 le conjugué d'un nombre complexe.....	03
I.4 Opérations arithmétiques sur les NC.....	04
I.5 Racine carrée d'un nombre complexe	05
I.6.1 Formule de Moivre	05
I.6. 2 Formules d'Euler.....	05
I.7 Application à l'électricité des NC.	05
I.7.1 Nombre complexe représentatif efficace d'une grandeur sinusoïdale.	05
I.7.2 Grandeur sinusoïdale	06
I.7.3 Nombre complexe représentatif de $\frac{di}{dt}$ et de $\int i dt$	06
I.7.4 Notion d'impédance	06
Exercice sur le premier chapitre	06

Chapitre II : Rappels sur les lois fondamentales de l'électricité

II.1 Introduction.....	10
II.2 Régime continu	10
II.2.1 Définition	10
II.2.2 Dipôles passifs et dipôles actifs	10
II.2.3 Association de dipôles passifs.....	12
II.3 Régime Variable	13
II.3.1 Représentation des grandeurs sinusoïdales	13
II.3.2 Valeur moyenne et valeur efficace.....	13
II.3.3 Représentation de Fresnel	14
II.3.4 Notation complexe des impédances	14
II.3.5 Association des dipôles	16
II.3.6 Puissances en régime sinusoïdal (instantanée, active, réactive, apparente).....	16
II.3.7 Théorème de Boucherot.	18
II.4 Régime transitoire.....	19
II.4.1 Circuit RL.....	19
II.4.2 Circuit RC - Charge et décharge d'un condensateur.....	20

II.4.3 Circuit RLC	21
II.4.3 Circuit Exercice sur le deuxième chapitre	23
Exercice sur le deuxième chapitre	23

Chapitre III : Circuits et Puissances électriques

III.1 Introduction sur les Systèmes monophasés et triphasés	27
III.2 Circuits monophasés et puissances électriques	28
III.2.1 Les puissances des récepteurs parfaits RLC	28
III.2.2 Mesure de puissance active en courant monophasé	28
III.3 Systèmes triphasés équilibrés	29
III.3.1 Relation entre U et V	31
III.3.2 Récepteurs triphasés équilibrés	31
III.4 Différents types de couplage Générateur-Récepteur	34
III.5 Mesure des puissances électriques dans un système triphasé.....	35
III.5.1 Mesure de la puissance active dans le cas le plus général (méthode des trois Wattmètres)	35
III.5.2 Mesure de la puissance active dans le cas particulier où le neutre n'est pas relié (méthode des deux Wattmètres)	36
III.5.3 Mesure de la puissance active dans le cas particulier où les tensions et les courants sont équilibrés (mais pas nécessairement alternatifs sinusoïdaux)	36
III.6 Relèvement du facteur de puissance en triphasé	36
III.6.1 Couplage des condensateurs en triangle.....	36
III.6.2 Couplage des condensateurs en étoile	37
III.7 Systèmes triphasés déséquilibré (composantes symétriques).....	37
III-7.1 La méthode des composantes symétriques.	38
Exercice sur le troisième chapitre	40

Chapitre IV : Les circuits magnétiques

IV. 1 Introduction	44
IV. 2 Notion sur les grandeurs magnétiques.....	44
IV.2.1 Lois fondamentales en électromagnétisme	44
IV.2.2 Production d'un champ magnétique.....	44
IV.2.3 L'origine du champ magnétique	45
IV.2.5 Théorème d'Ampère.....	46
IV.3 Calcul du circuit magnétique.....	47
IV.3.1 Cas d'un circuit série homogène.....	47
IV.3.2 Cas d'un circuit série hétérogène (circuit magnétique avec entrefer)	48
IV.3.3 Circuit parallèle (circuit magnétique avec des bifurcations)	48
IV.4 Inductance d'une bobine	49

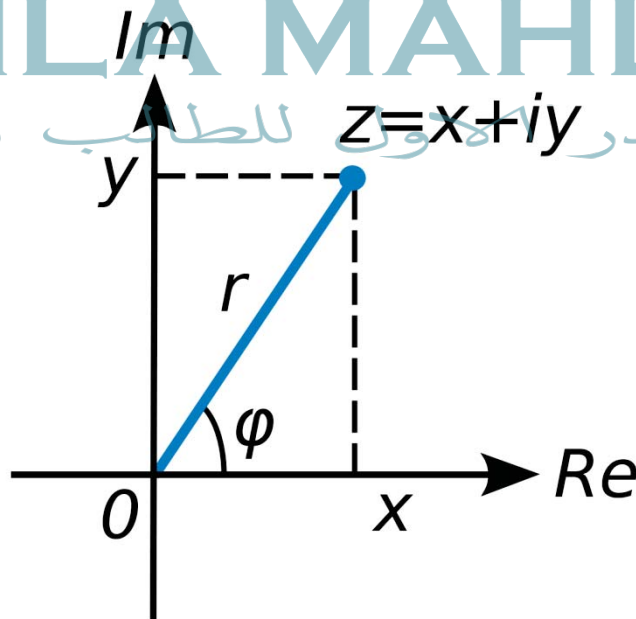
IV.5 Analogie magnétique – Electrique	50
Exercices sur le quatrième chapitre	51
Chapitre V : Les transformateurs	
V.1 Introduction	55
V.2 Principe de fonctionnement	55
V.4.1 Circuit équivalent du transformateur réel	57
V.5 Autres Transformateurs	59
V.5.1 Transformateur d'isolement	59
V.5.2 Transformateur à impulsion	60
V.5.3 Autotransformateur	60
V.5.4 transformateurs triphasés	61
Exercices sur le cinquième chapitre	62
Chapitre VI : Introduction aux machines électriques à courant continu	
VI.1 Généralités sur les machines à courant continu (M CC)	64
VI.2 Constitution de la machine	64
VI.2.1 l'inducteur (ou circuit d'excitation)	65
VI.2.2 L'induit (circuit de puissance)	65
VI.2.3-Le collecteur et les balais	66
VI.3 Principe de fonctionnement	66
VI.4 Schéma équivalent des machines à courant continu.	67
VI.4.1 Schéma équivalent de l'inducteur	67
VI.4.2 Schéma équivalent de l'induit	68
VI.5 Force électromotrice et couple dans la machine C.C.	69
VI.5.1 Expression de la fem induite	69
VI.5.2 Expression du couple électromagnétique	69
VI.6 Bilan de puissance et rendement.	69
VI.6.1 cas du moteur	69
VI.6.2 cas de la génératrice	70
Exercices sur le sixième chapitre	72

Chapitre I

Rappel mathématique sur les nombres complexes NC

SAHLA MAHLA

المصدر الأول للطالب الجزائري



I.1 Introduction

Les nombres complexes prolongent l'ensemble des nombres réels. Se composant d'une partie réelle et d'une partie imaginaire, ils se représentent par un point à deux coordonnées dans le plan, que l'on appelle alors plan complexe. Ils permettent, par exemple, de donner des solutions à l'équation $x^2 + 1 = 0$.

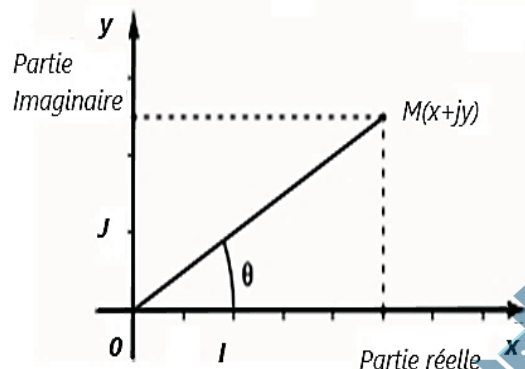
Leurs applications sont nombreuses en électromagnétisme et en électronique, car leur *écriture trigonométrique* permet de simplifier la transcription des *phénomènes ondulatoires*.

I.2 Les différentes formes d'un nombre complexe

I.2.1 La forme algébrique ou cartésienne

Un nombre complexe z a une écriture algébrique de la forme : $Z = x + j y$ (x, y sont réels, $j^2 = -1$). Le premier terme $\text{Re}(z) = x$ constitue sa partie réelle et le second sa partie imaginaire $\text{Im}(z) = y$. Dans le repère orthonormé direct $(O ; I, J)$, z se représente par le point $M(x ; y)$.

Le module r du nombre complexe z est la longueur OM : $r = |Z| = \sqrt{x^2 + y^2}$.



L'argument du nombre complexe non nul z est l'angle orienté. On note : $\arg Z = \theta$.

I.2.2 la forme trigonométrique et exponentielle

Si la représentation des nombres complexes sous la forme $z = x + j y$ est très utile pour l'addition, elle l'est moins pour la multiplication. Il existe une autre représentation pour les nombres complexes qui est plus commode pour la multiplication. C'est ce qu'on appelle, la *forme trigonométrique* due à Moivre :

$$Z = r(\cos\theta + j\sin\theta)$$

Aussi, tout nombre complexe admet alors une troisième écriture : $Z = re^{j\theta}$ que l'on appelle *forme exponentielle*.

I.3 le conjugué d'un nombre complexe

Le nombre complexe conjugué de $z = x + jy$ est le complexe $\bar{z} = x - jy$. Dans le plan complexe, si le point M a pour affixe z et M' pour affixe $\bar{z}$, alors M et M' sont symétriques par rapport à l'axe des abscisses.

- Le produit d'un nombre complexe par son conjugué est un nombre réel égal au carré de leur module commun :

$$z\bar{z} = x^2 + y^2 = |z|^2$$

- Le conjugué de la somme est égal à la somme des conjugués :

$$\text{si } Z = x + jy \text{ et } Z' = x' + jy' \text{ alors } \overline{Z + Z'} = \bar{Z} + \bar{Z}' = (x + x') - j(y + y').$$

- Le conjugué du produit est égal au produit des conjugués :

$$\overline{Z \times Z'} = \bar{Z} \times \bar{Z}' = (xx' - yy') - j(x'y + xy').$$

I.4 Opérations arithmétiques sur les NC

Soient deux nombres complexes $Z = x + jy$ et $Z' = x' + jy'$ et ($x \in \mathbb{R}$; $y \in \mathbb{R}$; $x' \in \mathbb{R}$; $y' \in \mathbb{R}$).

I.4.1 Égalité : Deux nombres complexes sont égaux si et seulement si leurs parties entières sont égales ainsi que leurs parties imaginaires : $x = x'$ et $y = y'$.

I.4.2 La somme : La partie réelle du complexe somme est la somme des parties réelles, et la partie imaginaire est la somme des parties imaginaires : $Z + Z' = (x + x') + j(y + y')$

I.4.3 Le produit : $\bar{Z} \times \bar{Z}' = (xx' - yy') + j(x'y + xy')$.

Le module du complexe produit est le produit des modules : $|ZZ'| = |Z| \times |Z'|$.
L'argument du complexe produit est la somme des arguments : $\arg(Z \times Z') = \arg Z + \arg Z'$.

Soit pour la forme trigonométrique : $ZZ' = rr'(\cos(\theta + \theta') + j \sin(\theta + \theta'))$.

I.4.4 Le Quotient : Pour obtenir l'écriture algébrique du complexe quotient on multiplie numérateur et dénominateur par le complexe conjugué du dénominateur.

$$\frac{Z}{Z'} = \frac{x+jy}{x'+jy'} = \frac{(x+jy)(x'-jy')}{(x'+jy')(x'-jy')} = \frac{(xx'+yy') + j(x'y - xy')}{x'^2 + y'^2}$$

Le module du quotient est le quotient des modules : $\left| \frac{Z}{Z'} \right| = \frac{|Z|}{|Z'|}$.

L'argument du quotient est la différence des arguments : $\arg \frac{Z}{Z'} = \arg Z - \arg Z'$ ($Z \neq 0$ et $Z' \neq 0$) .

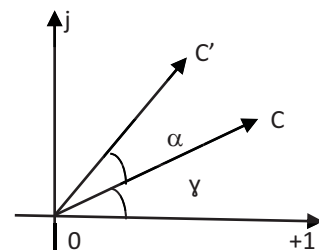
Soit pour la forme trigonométrique : $\frac{Z}{Z'} = \frac{r}{r'}(\cos(\theta - \theta') + j \sin(\theta - \theta'))$

I.4.5 multiplication avec $e^{j\alpha}$

$\bar{C} = c e^{j\gamma}$ correspond au vecteur $\overrightarrow{OC}$.

$e^{j\alpha} \bar{C} = c e^{j(\alpha+\gamma)}$ correspond au vecteur $\overrightarrow{OC'}$.

La multiplication d'un nombre complexe avec $e^{j\alpha}$ correspond à un décalage d'un angle α du vecteur représentatif dans le sens trigonométrique si $\alpha > 0$ et dans le sens horaire si $\alpha < 0$



I.5 Racine carrée d'un nombre complexe

Définition : soit Z un nombre complexe donné, on appelle racine carrée complexe de Z tout nombre complexe z , s'il existe tel que $z^2 = Z$

Le plus simple pour déterminer les racines carrées d'un nombre complexe $Z = a + jb$ est de poser $z = x + jy$ (ou x et y sont des réels) puis de résoudre le système d'équations à deux inconnues qui en résulte en effet :

$$z^2 = Z \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x + jy)^2 = a + jb \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 + 2jxy = a + jb \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = a \\ 2xy = b \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2} \end{cases}$$

Exemple : on veut déterminer les racines carrées de $3 + 4j$

Réponse : on trouve deux racines carrées pour $3 + 4j$: $-2 - j$ et $2 + j$

I.6 Formule de Moivre et formule d'Euler

I.6.1 Formule de Moivre

$z_1 = r_1(\cos(\theta_1) + jsin(\theta_1))$ et $z_2 = r_2(\cos(\theta_2) + jsin(\theta_2))$

alors $z_1 z_2 = r_1 r_2 (\cos(\theta_1 + \theta_2) + jsin(\theta_1 + \theta_2))$

$z = r(\cos(\theta) + jsin(\theta))$ et $n \in \mathbb{N}$ alors $z^n = r^n (\cos(n\theta) + jsin(n\theta))$

I.6.2 Formules d'Euler

pour tout réel x on a : $\cos x = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$ $\sin x = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j}$

I.7 Application à l'électricité des NC.

I.7.1 Nombre complexe représentatif efficace d'une grandeur sinusoïdale.

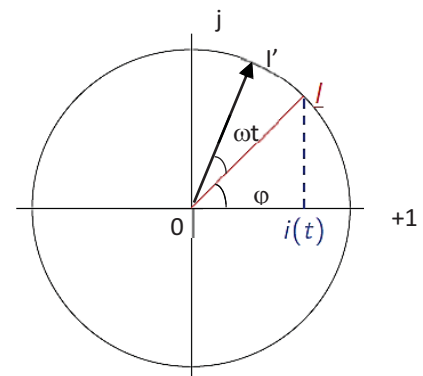
On peut remarquer que les fonctions trigonométriques ne sont que les projections du cercle trigonométrique sur les axes réels ou complexes.

Appelons *intensité complexe* le vecteur $\vec{I}$. Lorsque $\vec{I}$ parcourt le cercle trigonométrique, alors la projection de $\vec{I}$ sur l'axe des abscisses décrit l'intensité réelle $i(t)$.

$$|\vec{OI}| = I_{max}$$

Le vecteur $\vec{OI}$ forme avec l'axe des abscisses un angle de φ . Ce vecteur tourne dans le sens trigonométrique avec la fréquence ω . Ce vecteur représente un nombre complexe (intensité complexe) $\vec{I} = I_{max} \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}$,

Il sera souvent *plus commode* de manipuler l'intensité complexe $\vec{I} = I_{max} \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}$, plutôt que l'intensité réelle $i(t) = I_{max} \cos(\omega t + \varphi)$.



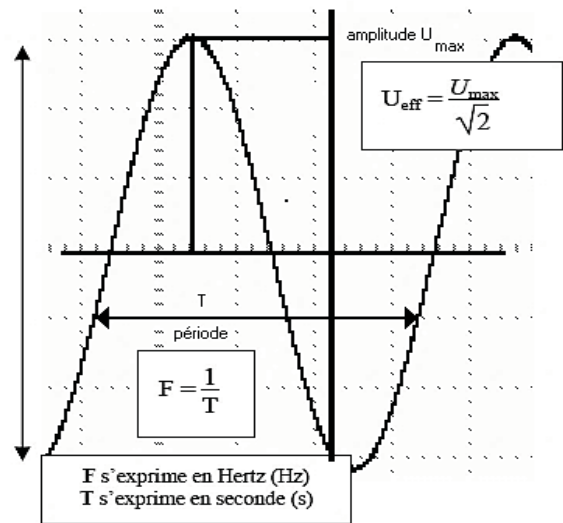
I.7.2 Grandeur sinusoïdale

A chaque grandeur sinusoïdale écrite sous la forme générale $U_M(t) = U_{\max} \sin(\omega t + \varphi)$ est associé le nombre complexe $\bar{U}$

L'amplitude ($U_{\max}$) correspond au module du nombre complexe $\bar{U}$ et $\omega t + \varphi$ correspond à l'argument.

$$\bar{U}_M = U_{\max} e^{j(\omega t + \varphi)}$$

- Dans l'analyse des circuits électriques C.E. on est intéressé que de la valeur efficace $U_{\text{eff}} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}}$.
- Toutes les grandeurs d'un circuit électrique varient avec la même fréquence.
- Au lieu d'utiliser $\bar{U}_M$ on représente U par $\bar{U} = U e^{j\varphi}$ c'est le nombre complexe efficace.



I.7.3 Nombre complexe représentatif de $\frac{di}{dt}$ et de $\int i dt$

$i(t) = I_{\max} \sin(\omega t + \varphi)$ alors le nombre complexe efficace est $\bar{I} = I_{\max} e^{j\varphi}$

- $\frac{di}{dt} = \omega I_{\max} \cos(\omega t + \varphi) = \omega I_{\max} \sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$ alors le nombre complexe efficace est $\omega I_{\max} e^{j(\varphi + \frac{\pi}{2})} = \omega I_{\max} e^{j\varphi} e^{j\frac{\pi}{2}} = j\omega I_{\max} e^{j\varphi}$ alors $\frac{di}{dt} = j\omega \bar{I}$

$j\omega$ est l'opérateur dérivateur $\frac{di}{dt} \rightarrow j\omega \bar{I}$

- $\int i dt = \int I_{\max} \sin(\omega t + \varphi) dt = -\frac{I_{\max}}{\omega} \cos(\omega t + \varphi) = \frac{I_{\max}}{\omega} \sin\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$. alors le nombre complexe efficace est $\frac{I_{\max}}{\omega} e^{j(\varphi - \frac{\pi}{2})} = \frac{I_{\max}}{\omega} e^{j\varphi} e^{-j\frac{\pi}{2}} = -j \frac{I_{\max}}{\omega} e^{j\varphi}$ alors $\frac{di}{dt} = \frac{1}{j\omega} \bar{I}$

$\frac{1}{j\omega}$ est l'opérateur intégrateur $\int i dt \rightarrow \frac{1}{j\omega} \bar{I}$

I.7.4 Notion d'impédance

Il est donc possible, et souvent préférable, de représenter la tension et le courant alternatifs sous leurs formes complexes $\bar{U}$ et $\bar{I}$.

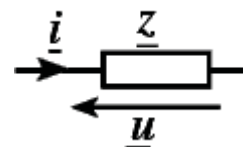
On définit également la notion d'impédance complexe comme une généralisation de la notion de résistance. La loi d'Ohm en régime alternatif devient alors :

$$\bar{U} = \bar{Z} \bar{I}$$

Si $\bar{U}(t) = U_0 \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}$ et si $\bar{I} = I_0 \cdot e^{j(\omega t + \phi)}$ alors l'impédance vaut :

$$\bar{Z} = \frac{U_0 e^{j(\omega t + \varphi)}}{I_0 e^{j(\omega t + \phi)}} = \frac{U_0}{I_0} e^{j(\varphi - \phi)}$$

Le module de l'impédance est donc égal au rapport des modules de la tension et de l'intensité. Son argument ou déphasage est égal à la différence des arguments de la tension et de l'intensité.



Exercices sur le premier chapitre

Exercice 01 (forme polaire d'un nombre complexe)

A partir de la forme trigonométrique d'un nombre complexe, montrer que chaque NC admet une autre forme appelée forme exponentielle et qui s'écrit en fonction du module de l'argument.

Rép. $Z = re^{j\varphi}$

Exercice 02 (linéarisation).

En appliquant la formule d'Euler calculer l'expression linéaire de $\cos^4 x$, $\cos^3 x$, $\sin^2 x$
on donne : $(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$

Rép.02 $\cos^4 x = \frac{1}{8} \cos 4x + \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{3}{8}$, $\cos^3 x = \frac{1}{4} (\cos 3x + 3 \cos x)$,
 $\sin^2 x = \frac{1}{4} (-\cos 2x + 1)$

Exercice 03 (Théorème de Moivre).

Soit le nombre complexe $z = 1 - j$. En appliquant le théorème de Moivre, calculer $(1 - j)^{20}$

Rép. 03 $(1 - j)^{20} = -1024$

Exercice 04

On applique une tension sinusoïdale $U(t) = 1.3 \sin(\omega t + 0.3)$ à une impédance électrique $Z = 49.36 - j 31.19$

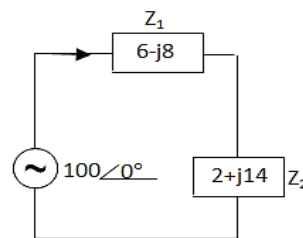
- Ecrire l'expression de l'impédance sous forme polaire.
- Donner l'expression du courant $I(t)$ qui traverse cette impédance

Rép. 04 $Z = 58.39 e^{-j0.5636 \text{ rad}}$, $I(t) = 0.0223 \sin(\omega t + 0.8636)$

Exercice 05

Soit le circuit de la figure ci-contre

- Calculer l'impédance équivalente $Z_{eq} = Z_1 + Z_2$
- Calculer le courant I qui traverse le circuit.



Rép. 05 $Z_{eq} = \sqrt{100} e^{j36.86}$, $I = \sqrt{100} e^{-j36.86}$

Exercice 06

On associe une résistance et une bobine en parallèle.

- Donner l'expression de l'impédance équivalente.
- Calculer l'expression de l'impédance en Ohms (le module de l'impédance).
- Calculer le déphasage entre la tension et le courant (l'argument de l'impédance).

Rép. 06

$$Z = \frac{j R L \omega}{R + j L \omega}, |Z| = \frac{R L \omega}{\sqrt{R^2 + (L \omega)^2}}, \arg(Z) = \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{L \omega}{R}\right)$$

Exercice 07 (circuit RLC série)

On associe une résistance, une bobine et un condensateur en série.

- Donner l'expression de la partie réelle de l'impédance équivalente Z_{eq} .
- La réactance X correspond à la partie imaginaire de l'impédance complexe Z . Donner son expression.
- L'impédance de l'association (en ohms) correspond au module de l'impédance complexe. Donner son expression.
- Le déphasage du courant par rapport à la tension est donné par l'argument de l'impédance. Donner son expression.

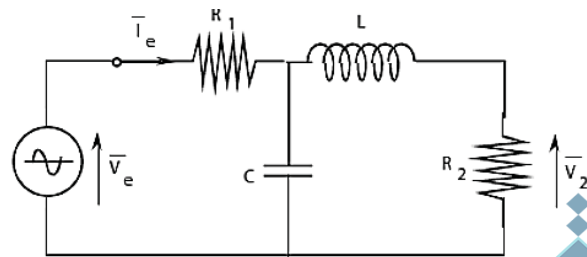
Rép. 07

$Z_{eq} = R + j \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)$, la partie réelle = R , la réactance $x = L\omega - \frac{1}{C\omega}$, le module $|Z_{eq}| = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}$ et Le déphasage entre courant et tension est donné par l'expression de l'argument de l'impédance.

Exercice 08

Soit le circuit RLC de la figure ci-contre.

On donne à 1 kHz, les valeurs des impédances, $R = 20 \Omega$, $R = 50 \Omega$, $L\omega = 25 \Omega$, $1/C\omega = 40 \Omega$



- En régime sinusoïdal établi, calculez l'impédance équivalente Z_{eq} de ce circuit.
- Combien valent le module et la phase de Z_{eq} pour une fréquence de 1 kHz ?
- Combien valent la partie réelle et la partie imaginaire ?
- Quelle est l'expression de $I_e(t)$ si on applique une tension $V_e(t) = 1.3 \sin(\omega t + 0.3)$ toujours à la fréquence de 1 kHz ?
- Quelle est l'expression de $V_e(t)$ si on mesure $I_e(t) = 4.10^{-3} \cos \omega t$ à la fréquence de 1 kHz ?

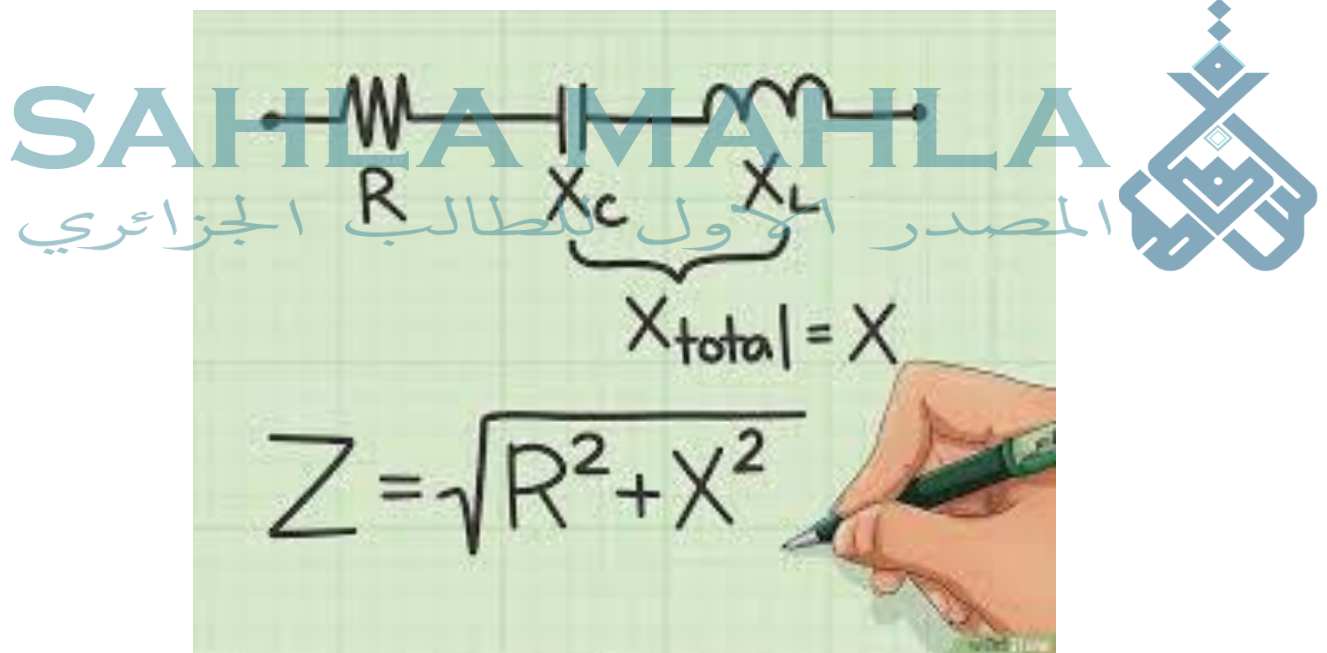
Rép. 08

$$Z_{eq} = R_1 + \frac{R_2 + jL\omega}{1 - CL\omega^2 + jR_2C\omega} = 20 \frac{23 + 20j}{3 + j10} = 49.36 - j31.19 = 58.4 e^{-j0.5636}$$

$$i_e(t) = 0.0223 \sin(\omega t + 0.8636), V_e(t) = 0.2336 \cos(\omega t - 0.5636)$$

Chapitre II

Rappels sur les lois fondamentales de l'électricité



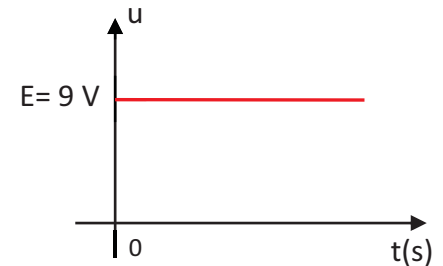
II.1 Introduction

En électrotechnique, les différents circuits électriques ne réagissent pas de la même manière quand on les alimente. Cette différence dépend au premier lieu de la nature du signal d'alimentation, il peut être *continu*, *alternative* ou *transitoire*. Dans ce chapitre, et pour les trois cas, nous allons traiter le comportement du circuit électrique.

II.2 Régime continu

II.2.1 Définition

En régime continu, toutes les grandeurs électriques (intensité du courant, tension, puissance) sont des grandeurs constantes en fonction du temps. On peut citer comme source de tension continue les piles, les batteries et les accumulateurs.

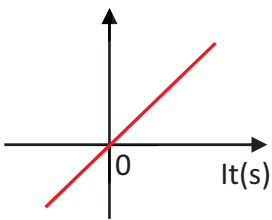
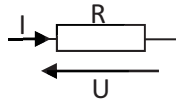
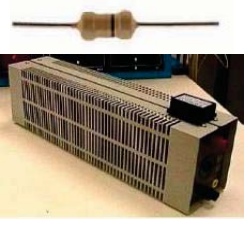
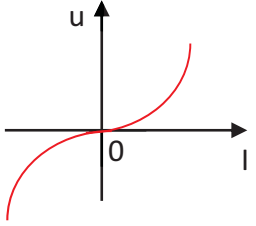
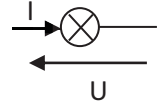
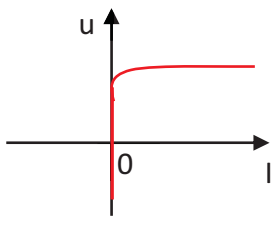
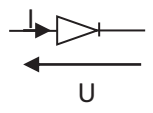
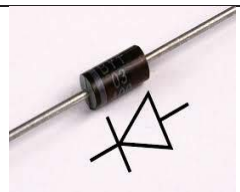
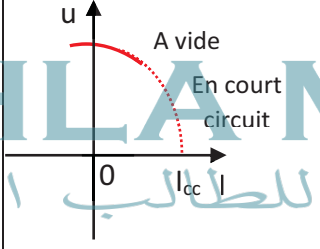
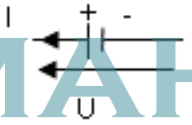
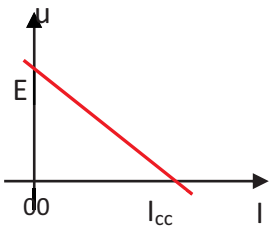
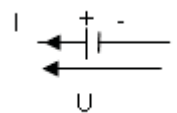


Dans un circuit électrique alimenté par un signal électrique continu, les bobines (inductances) représentent des court-circuits et les condensateurs (capacités) se comportent comme des circuits ouverts. En continu les résistances sont donc les seuls récepteurs linéaires.

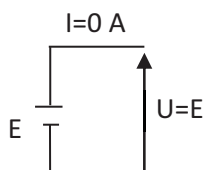
II.2.2 Dipôles passifs et dipôles actifs

Un *dipôle passif* est un dipôle qui consomme de l'énergie électrique et qui transforme toute cette énergie en *chaleur*. Comme exemple on cite une résistance, une ampoule ... La caractéristique tension - courant $U(I)$ passe par l'origine : $U = 0 \text{ V}$ $I = 0 \text{ A}$

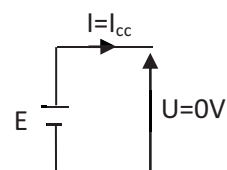
Autrement, on parle de *dipôle actif*. La caractéristique $U(I)$ ne passe pas par l'origine. Un dipôle actif n'est pas symétrique et il faut distinguer ses deux bornes : il y a une *polarité*. Exemples : pile, photopile, dynamo (dipôles générateurs)

Dipôle	Caractéristique	Schéma	Equation	Exemple
Dipôle passif linéaire			$U = R I$	 Résistance
Dipôle passif non linéaire symétrique			$U = f(I)$	 Ampoule
Dipôle passif non linéaire non symétrique			$U = f(I)$	 Diode
Dipôle actif non linéaire			$U = E - R_{int} I - g(I)$	 Pile
Dipôle actif linéaire			$U = E - R_{int} I$	

Dans le cas d'un dipôle actif :

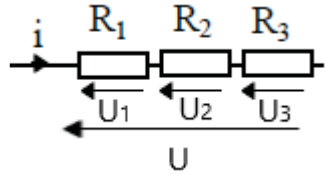
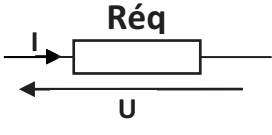
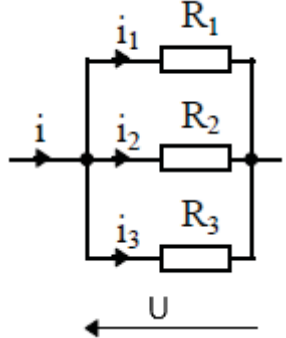
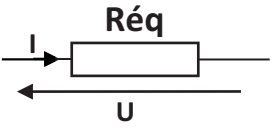


A vide ($I = 0$) : $U = E$ c'est la tension à vide ou FEM (Force électromotrice)



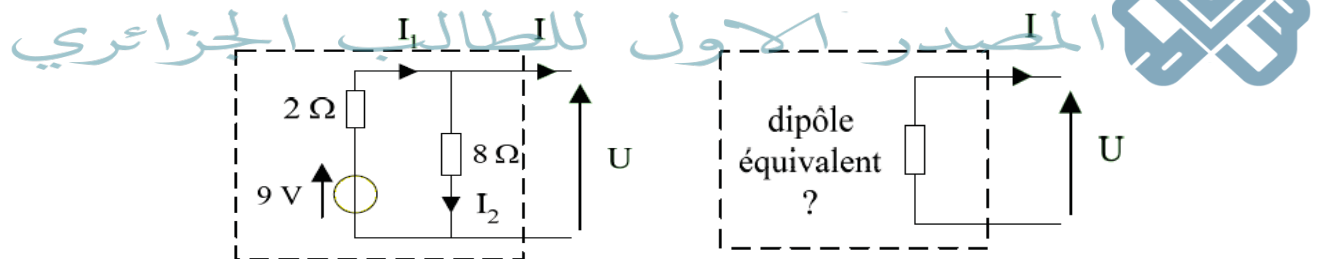
En court-circuit $U = 0$) : $I = I_{cc}$
c'est le courant de court-circuit

II.2.3 Association de dipôles passifs

Association en série des dipôles passifs	 $U = U_1 + U_2 + U_3$ $U = (R_1 + R_2 + R_3) i$	 $U = R_{eq} I$	$R_{eq} = \sum_i R_i$
Association en parallèle des dipôles passifs	 $i = i_1 + i_2 + i_3$ $i = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) U$ $U = 1 / \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \cdot i$	 $U = R_{eq} I$	$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_i \frac{1}{R_i}$

Exemple d'association d'un dipôle passif et un autre dipôle actif linéaire

Considérons l'association d'une pile (fem 9 V, résistance interne 2 Ω) et d'une résistance (8 Ω).



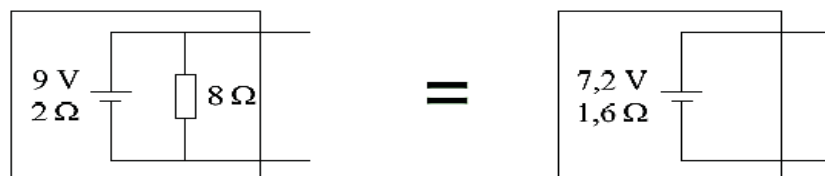
Pour connaître le comportement de l'association, il suffit de déterminer la caractéristique U(I).

$$I_1 = I + I_2$$

$$U = 8 I_2$$

$$U = 9 - 2 I_1$$

$$U = 7,2 - 1,6 I$$

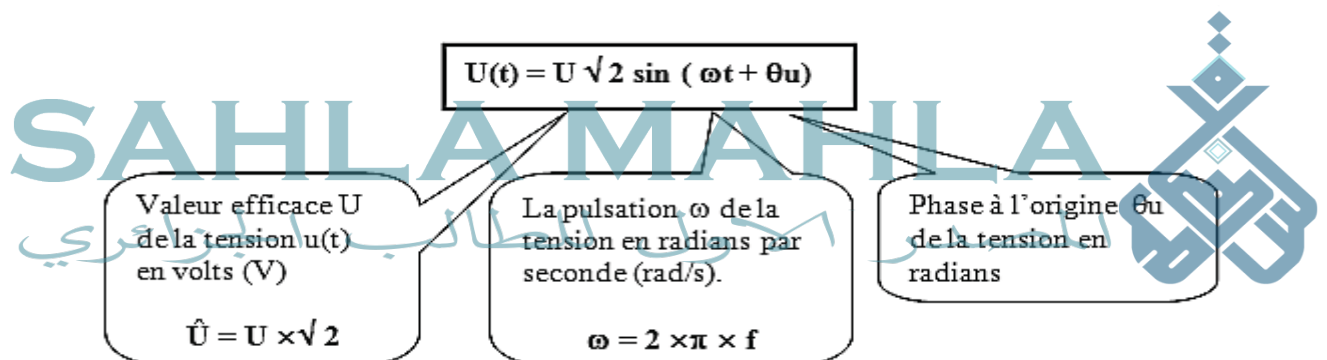


II.3 Régime Variable

II.3.1 Représentation des grandeurs sinusoïdales

Dans un circuit fonctionnant en régime sinusoïdal, tous les courants et toutes les tensions dans le circuit sont sinusoïdaux, de même pulsation que la source d'alimentation.

La tension alternative est produite par des *machines tournantes* que l'on appelle alternateurs. C'est la tension qui est distribuée par le réseau qui est aux bornes de vos prises murales 220 V par exemple. Elle correspond à une variation régulière suivant *une forme d'onde dite « sinusoïdale »* de la tension qui change de sens alternativement.



de même pour le courant : $I(t) = I \sqrt{2} \sin(\omega t + \theta_i)$

II.3.2 Valeur moyenne et valeur efficace

- On appelle valeur moyenne d'une grandeur périodique de période T le résultat :

$$U_{\text{moy}} = \bar{U} = \frac{1}{T} \int_0^T U(t) dt$$

On peut facilement montrer que la valeur moyenne d'un signal sinusoïdale est nulle.

- La valeur efficace correspond à la valeur de la tension continue constante qui produit les mêmes effets (même dégagement de chaleur) sur un dipôle purement résistif.

$$U_{\text{eff}} = U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U^2(t) dt}$$

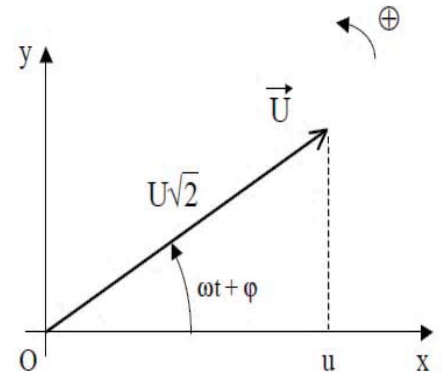
La valeur efficace est celle indiquée par les voltmètres et les ampèremètres, on retrouvera le terme en anglais pour la valeur efficace : «Root-Mean-Square» ou en abrégé «RMS» ((**R**acine-

Moyenne-Carré)). En électrotechnique on donne toujours la valeur efficace des tensions et des courants. Ainsi quand on parle du réseau électrique domestique à 220 V, il s'agit et bien de la valeur efficace de la tension.

- La valeur crête à crête $U_{pp} = U_{\max} - U_{\min}$

II.3.3 Représentation de Fresnel

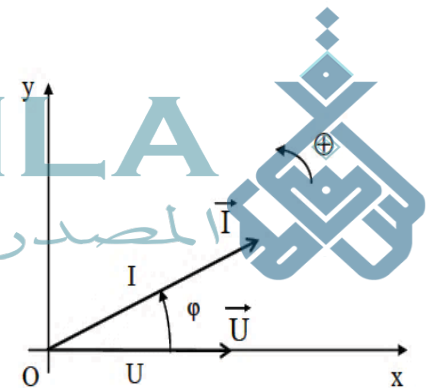
Cette représentation permet, à l'aide d'une construction géométrique simple, de réaliser des opérations sur plusieurs fonctions sinusoïdales de même pulsation. On peut faire correspondre à toute fonction sinusoïdale un vecteur de Fresnel partant de l'origine du repère. Le module correspond à l'amplitude de la fonction et faisant un angle égal à sa phase instantanée avec l'axe (Ox) pris comme origine des phases, grâce à sa projection sur l'axe (Ox).



Par exemple pour une tension sinusoïdale $U(t) = U\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi)$ le vecteur de Fresnel est $\vec{U}\{U\sqrt{2}, \omega t + \varphi\}$.

Par convention on représentera les vecteurs de Fresnel à $t = 0$ et avec comme module la valeur efficace de la grandeur considérée.

Par exemple, pour une tension $U(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t)$ et un courant $i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$ on dessine :



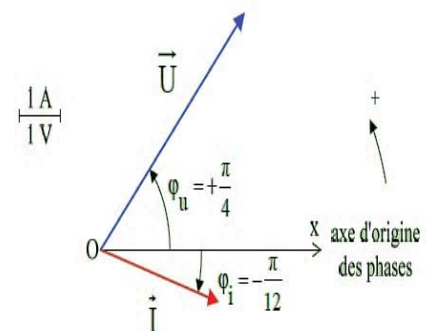
φ est le déphasage entre les deux vecteurs (on prendra souvent les tensions comme référence pour les déphasages).

Exemple :

$$U(t) = 5\sqrt{2}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$I(t) = 3\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{12}\right)$$

La sinusoïde représentative de $I(t)$ est *décalée* par rapport à celle de $U(t)$. On dit que le courant et la tension sont déphasés.



II.3.4 Notation complexe des impédances

L'impédance complexe Z d'un dipôle en régime permanent sinusoïdal est le quotient de la tension complexe $U(t) = U_{\max} e^{j(\omega t + \varphi_u)}$ par le courant complexe $I(t) = I_{\max} e^{j(\omega t + \varphi_i)}$

En électrotechnique on trouve, essentiellement, les trois dipôles suivants :



Dipôle résistif



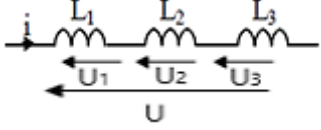
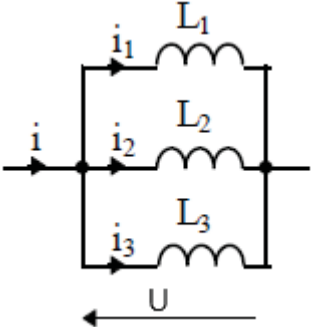
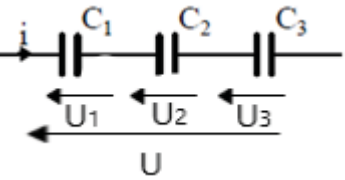
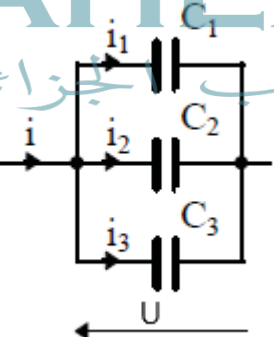
Dipôle inductif



Dipôle capacitif

	Schéma électrique	Modélisation en nombre complexe	Tension	Module et phase	Représentation graphique
Dipôle résistif			$U = R I(t)$	$Z_R = R$ $\varphi_R = 0^\circ$	
Dipôle inductif			$U_L = L \frac{dI(t)}{dt}$	$Z_L = j L \omega$ $\varphi_L = +\frac{\pi}{2}$	
Dipôle capacitif			$U_C = \frac{1}{c} \int I(t) dt$	$Z_C = \frac{1}{j C \omega}$ $= -\frac{j}{C \omega}$ $\varphi_C = -\frac{\pi}{2}$	

II.3.5 Association des dipôles

Association en série des		$U(t) = L_1 \frac{di(t)}{dt} + L_2 \frac{di(t)}{dt} + L_3 \frac{di(t)}{dt}$	$L_{\text{éq}} = L_1 + L_2 + L_3$
Association en parallèle des inductances		$\frac{di(t)}{dt} = U(t) \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} \right)$	$\frac{1}{L_{\text{équ}}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}$
Association en série des		$\frac{dU(t)}{dt} = i(t) \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)$	$\frac{1}{C_{\text{équ}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$
Association en parallèle des condensateurs		$i(t) = (C_1 + C_2 + C_3) \frac{dU(t)}{dt}$	$C_{\text{équ}} = (C_1 + C_2 + C_3)$

II.3.6 Puissances en régime sinusoïdal (instantanée, active, réactive, apparente)

En physique, une puissance représente une quantité d'énergie par unité de temps. Son unité est le Watt ($1\text{W} = 1\text{J/s}$). Le concept de puissance est un outil indispensable en électrotechnique, il permet souvent d'avoir une vision globale des systèmes et de résoudre facilement certains problèmes par la technique du bilan de puissances.

Puissance instantanée

La valeur instantanée de la puissance est par définition le produit des valeurs instantanées de la tension et du courant, on obtient :

$$P(t) = U(t) \cdot I(t) \text{ (elle s'exprime en Watts)}$$

A cause du déphasage entre U et I sur le dipôle nous allons identifier plusieurs notions de Puissance

Puissance active

En règle générale, la puissance qui motive les systèmes de conversion d'énergie est la puissance moyenne des systèmes, on l'appelle aussi puissance active. La puissance active est la valeur moyenne de la puissance instantanée. Notée P , elle s'exprime en Watts (W), elle dépend des valeurs efficaces de U et de I et du déphasage φ entre les deux grandeurs.

$$P = U I \cos\varphi \text{ (Watts)}$$

La puissance active absorbée par un récepteur est toujours positive. La définition théorique de la puissance dite active, fait apparaître directement la notion de *facteur de puissance*.

Puissance réactive

La puissance réactive apparaît lorsque l'installation contient des récepteurs inductifs et des récepteurs capacitifs. Les alimentations des circuits magnétiques des machines électriques (moteurs, transformateurs, ballast tube fluorescent,...) consomment de la puissance réactive. Les condensateurs quant à eux produisent de la puissance réactive (compensation du réactif). Par analogie la puissance réactive Q est donnée par la relation :

$$Q = U I \sin\varphi \text{ (elle s'exprime en voltampère réactif (var))}$$

Le signe de la puissance réactive est fonction de l'angle de déphasage produit par le récepteur considéré :

- pour un récepteur inductif ($\varphi > 0$) la puissance réactive est positive,
- pour un récepteur capacitif ($\varphi < 0$) la puissance réactive est négative.

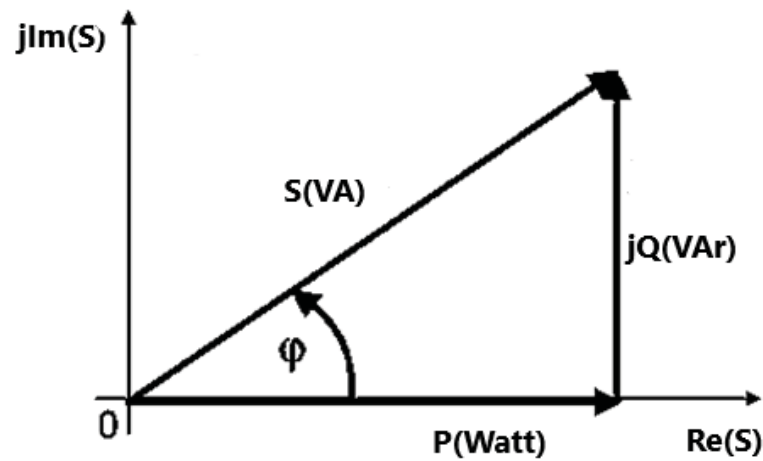
Puissance apparente

Cette puissance est souvent appelée «puissance de dimensionnement», elle est la grandeur caractéristique de l'isolation et de la section des conducteurs, c'est-à-dire des dimensions des appareillages.

La puissance apparente est une caractéristique de construction des machines électriques. La puissance apparente nominale est alors :

$$S_n = U_n I_n \text{ (Volts Ampères)}$$

On obtient ainsi un triangle rectangle à partir duquel on tire la relation entre P , Q et S



$$S^2 = P^2 + Q^2$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}$$

**PUISSANCE
ACTIVE**

$$P = U.I \cos \varphi$$

U en volts
I en ampères
P en Watts (W)

**PUISSANCE
RÉACTIVE**

$$Q = U.I \sin \varphi$$

U en volts
I en ampères
Q en Voltampère réactif (var)

**PUISSANCE
APPARENTE**

$$S = U.I$$

U en volts
I en ampères
S en Voltampère (VA)

II.3.7 Théorème de Boucherot.

Le théorème de Boucherot énonce la conservation des puissances actives et réactives. Dans tout circuit électrique :

- La puissance active totale consommée est égale à la somme arithmétique des puissances actives consommées par chaque récepteur $P = P_1 + P_2 + P_3$
 - La puissance réactive totale consommée est la somme algébrique des puissances réactives consommées par chaque récepteur. Ainsi dans le montage de la figure. $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$
 - Par contre les puissances apparentes ne se conservent pas. S ne égal pas à $S_1 + S_2 + S_3$
- Cette méthode, s'applique à tout type de groupements, série ou parallèle.

Pour appliquer la méthode de Boucheront à un circuit, il faut faire le bilan des puissances actives et réactives de tous les dipôles de l'installation électriques. Ce bilan peut se présenter sous forme d'un tableau :

Dipôles	Puissance active (W)	Puissance réactive (Var)
Récepteur 1	P_1	$Q_1 = P_1 \tan \varphi_1$
Récepteur 2	P_2	$Q_2 = P_2 \tan \varphi_2$
Récepteur 3	P_3	$Q_3 = P_3 \tan \varphi_3$
Installation	$P = P_1 + P_2 + P_3$	$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$

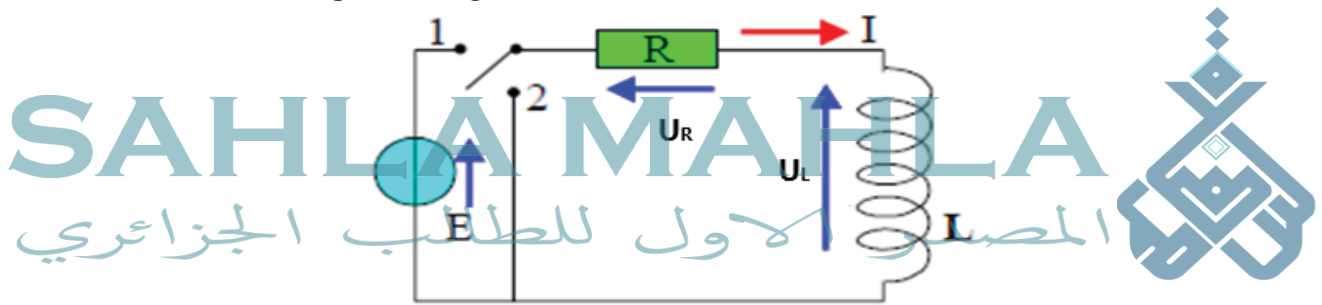
La puissance apparente totale se calcule par la relation $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

II.4 Régime transitoire

Ce sont les évolutions particulières des grandeurs électriques qui apparaissent lors des modifications brutales des caractéristiques d'un circuit électrique. En général ils ne se produisent pas de façon répétée, sinon on parle de régime entretenu périodique.

II.4.1 Circuit RL,

Le circuit RL est composé d'un générateur branché en série avec une bobine.



Selon la position de l'inverseur, on aura soit le régime libre (position 1) soit le régime forcé (position 2).

Régime forcé : $E = U_R + U_L = R I + L \frac{dI}{dt}$

L'équation différentielle est $\frac{dI}{dt} + \frac{I}{\tau} = \frac{E}{L}$ avec $\tau = \frac{L}{R}$ c'est une équation différentielle du premier ordre. La solution de cette équation est la somme des deux solutions, solution générale sans second membre et la solution particulière.

Solution générale SSM :

$$\frac{dI}{dt} + \frac{I}{\tau} = 0 \rightarrow \frac{dI}{I} + \frac{1}{\tau} dt = 0 \rightarrow \int \frac{dI}{I} = -\frac{1}{\tau} \int dt \rightarrow I = A e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Solution particulière SP :

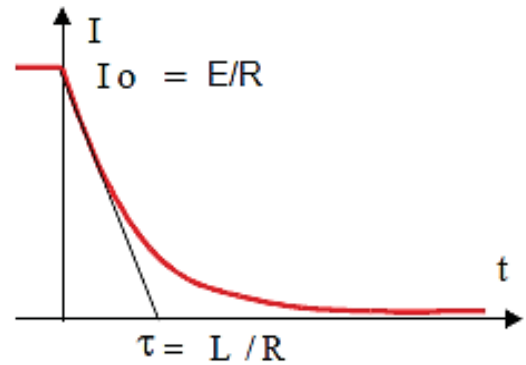
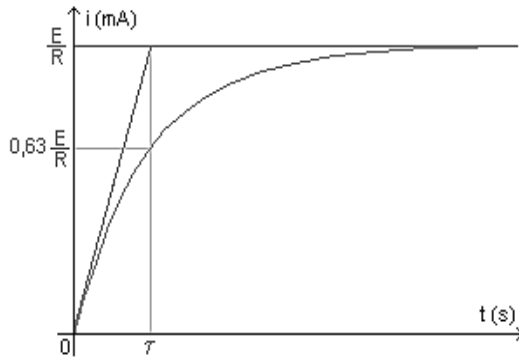
La solution particulière $I = \text{Const}$ on remplace dans l'équation $\frac{dI}{dt} + \frac{I}{\tau} = \frac{E}{L}$ on obtient $I = \frac{E}{R}$

La solution de l'équation différentielle est : $I_L(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R}$

Conditions initiales, si $t = 0$, $I_L = 0$ alors : $A = -\frac{E}{R}$

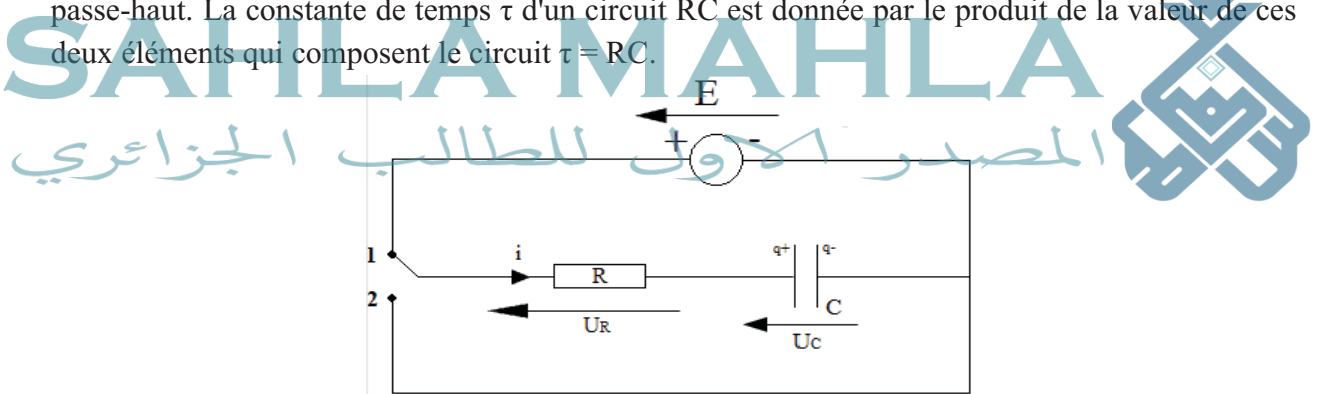
Alors $I_L(t) = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

- $U_L = L \frac{dI}{dt} = -\frac{L}{\tau} I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = -R I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$



II.4.2 Circuit RC - Charge et décharge d'un condensateur.

Le circuit RC est composé d'un générateur, d'une résistance et d'un condensateur. Dans leur configuration série, les circuits RC permettent de réaliser des filtres électroniques passe-bas ou passe-haut. La constante de temps τ d'un circuit RC est donnée par le produit de la valeur de ces deux éléments qui composent le circuit $\tau = RC$.



Charge du condensateur

On bascule l'interrupteur sur la position 1 ainsi, on applique une tension E aux bornes du condensateur.

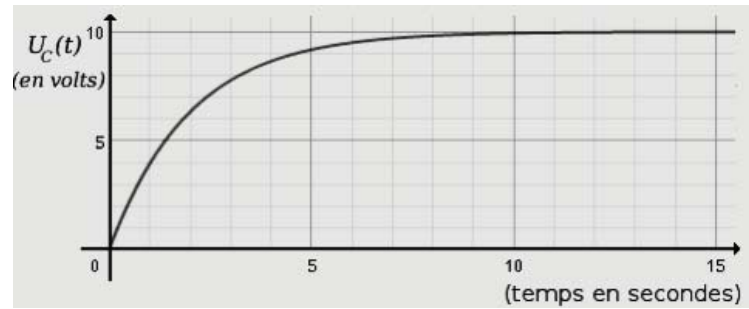
$$E = R I + U_c, \quad I = C \frac{dU_c}{dt}$$

$$E = RC \frac{dU_c}{dt} + U_c \rightarrow \frac{dU_c}{dt} + \frac{1}{RC} U_c = \frac{E}{RC}$$

La solution de cette équation est : $U_c(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}} + E$

Si $t=0$ $U_c = 0$ alors $A = -E$ alors

$$U_c(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

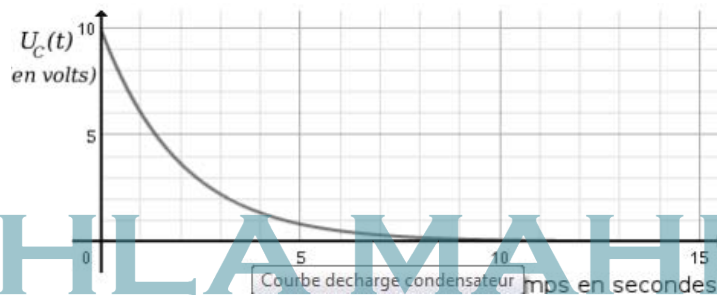


Décharge du condensateur

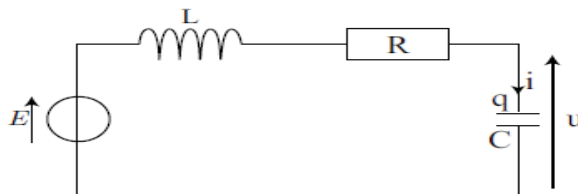
On bascule l'interrupteur sur la position 2 ainsi, on applique une tension E aux bornes du condensateur.

$$RI - U_C = 0, \quad I = C \frac{dU_C}{dt} \quad \tau \frac{dU_C}{dt} - U_C = 0$$

La solution de cette équation est : $U_C(t) = E e^{-\frac{t}{\tau}}$



II.4.3 Circuit RLC,



D'après la loi des mailles nous avons :

$$-E + RI + L \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} \int I dt = 0$$

Cherchons l'équation différentielle,

Considérons la tension et le courant aux bornes du condensateur :

$$I = \frac{dq}{dt}, \quad q = CU_C \text{ alors } I = C \frac{dU_C}{dt}$$

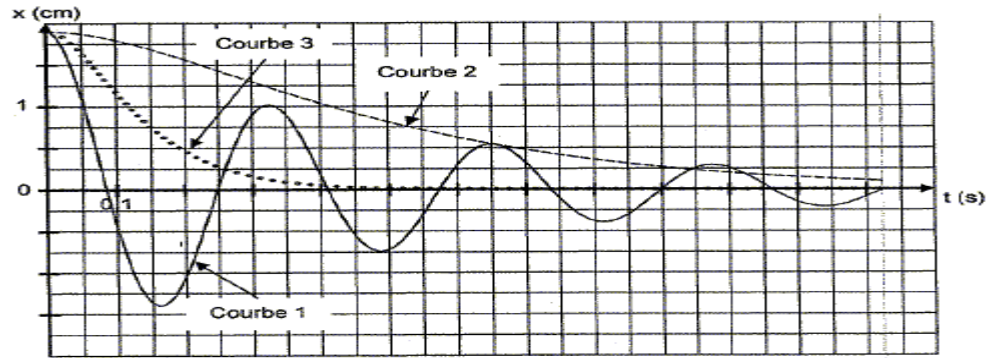
$$E = RC \frac{dU_C}{dt} + LC \frac{d^2 U_C}{dt^2} + U_C \rightarrow \ddot{U}_C + \frac{R}{L} \dot{U}_C + \frac{1}{LC} U_C = \frac{E}{LC}$$

On pose $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ pulsation propre la fréquence à laquelle oscille ce système lorsqu'il est en évolution libre

$2\lambda = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{R}{L} \rightarrow Q = \sqrt{\frac{L}{C}} \times \frac{1}{R}$ le facteur de qualité est une mesure sans unité du taux d'amortissement d'un oscillateur

On définit $\Omega = \sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2}$

1. si $\lambda < \omega_0$ régime pseudo – périodique – Courbe 1
2. si $\lambda > \omega_0$ régime apériodique - Courbe 2
3. si $\lambda = \omega_0$ régime Critique - Courbe 3



SAHLA MAHLA

المصدر الاول للطالب الجزائري

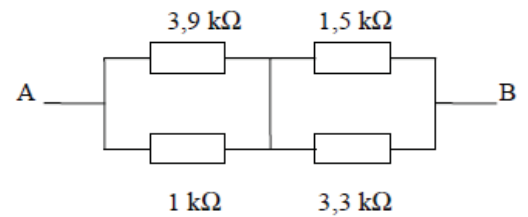


Exercice sur le deuxième chapitre

Exercice 01 (régime continu, association des impédances)

Le dipôle AB est constitué par le branchement de quatre résistances. Déterminer la résistance équivalente de ce dipôle.

Rép. 01 $R_{AB} = 1,827 \text{ k}\Omega$

**Exercice 02** (régime continu, loi des mailles)

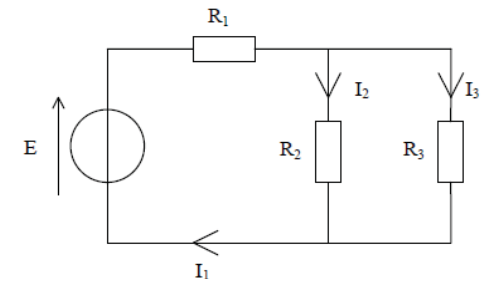
Soit le circuit électrique de la figure ci-contre. Calculer les courants I_1 , I_2 et I_3 .

Application numérique :

$E = 6 \text{ V}$, $R_1 = 270 \Omega$,

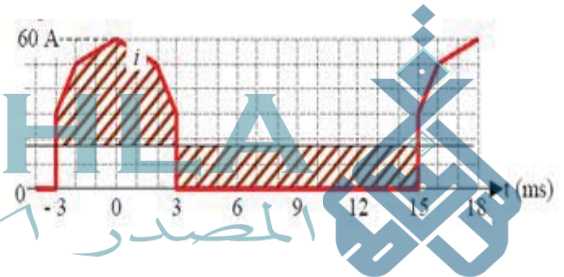
$R_2 = 470 \Omega$ et $R_3 = 220 \Omega$.

Rép. 02 $I_1 = 14.2 \text{ mA}$, $I_2 = 4.5 \text{ mA}$, $I_3 = 9.7 \text{ mA}$.

**Exercice 03** (régime harmonique, valeur efficace et valeur moyenne)

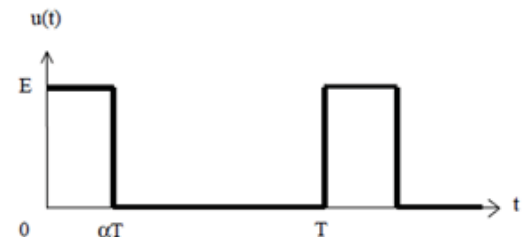
Déterminer la **valeur moyenne** du courant périodique (courbe en rouge).

Rép. 03 $I_{\text{moy}} = 16.67 \text{ A}$

**Exercice 04** (régime harmonique, valeur efficace et valeur moyenne)

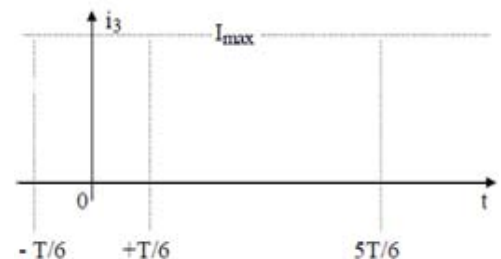
On représente dans la figure ci-contre la tension de période T et de **rapport cyclique** α . Calculer la **valeur moyenne** U_{moy} et la **valeur efficace** U_{eff} de $u(t)$. On donne $E = 5 \text{ V}$ et $\alpha = 0.5$.

Rép. 04 $U_{\text{moy}} = 2.5 \text{ V}$, $U_{\text{eff}} = 3.536 \text{ V}$

**Exercice 05** (régime harmonique, valeur efficace et valeur moyenne)

Soit un courant électrique **périodique** $i_3(t)$ de période T , telle que : $i_3(t) = I_{\text{max}} \cos(\frac{2\pi}{T} \cdot t)$ sur l'intervalle $-T/6$ et $T/6$ et $i_3(t) = 0$ sur l'intervalle $T/6$ et $5T/6$. Représenter le graphe de $i_3(t)$ puis calculer la valeur moyenne de $i_3(t)$.

Rép. 05 $I_{3\text{moy}} = 0.276 I_{\text{max}}$



Exercice 06

Soit la tension électrique *harmonique* de fréquence 50 Hz et qui s'écrit sous *forme sinusoïdale* $U(t) = 312 \sin(\omega t + 0)$.

1. Représenter cette tension.
2. Que représente ω ?
3. Calculer la valeur moyenne et la valeur efficace de cette tension.

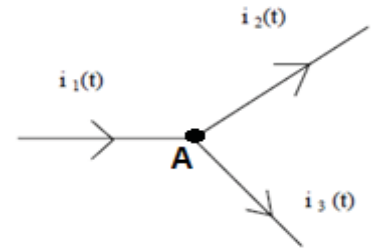
Rép. 06 ω : la pulsation électrique, la valeur moyenne est nulle, la valeur efficace est 220 V.

Exercice 07 (Représentation de Fresnel)

Soient les courants du nœud A, tels que :

$$i_1(t) = 4\sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{\pi}{3})$$

$$i_2(t) = 2\sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{5\pi}{6})$$



Déterminer l'expression du courant $i_3(t)$ par *la méthode des vecteurs de Fresnel*

Rép. 07 $i_3(t) = 4.5\sqrt{2} \sin(\omega t - 0.58)$

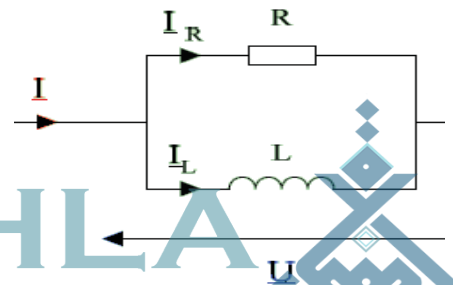
Exercice 08 (Représentation de Fresnel, calcul de circuit)

Une mesure au **multimètre** (en *mode AC* ~) donne :

$$I_{\text{Reff}} = 5,00 \text{ mA}$$

$$I_{\text{Leff}} = 3,98 \text{ mA}$$

Calculer la valeur efficace du courant $i(t)$, et le *déphasage* par rapport à la tension $u(t)$: $\phi_{u/i}$



Rép. 08 $I_{\text{eff}} = 6.39 \text{ mA}$, $\tan \phi_{u/i} = 38.5^\circ$

Exercice 09 (Calcul des puissances)

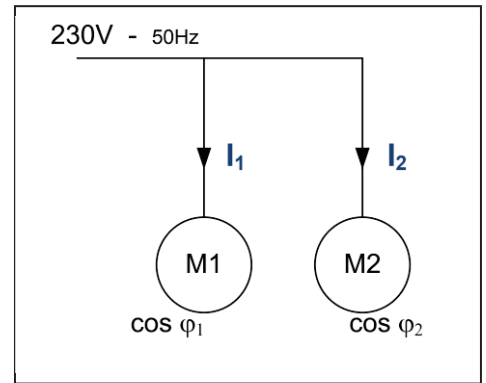
Le moteur monophasé d'une machine à laver consomme 5 A sous une tension de 230 V – 50 Hz. Son *facteur de puissance* est $\cos \phi = 0,75$.

1. Calculer la *puissance apparente* du moteur.
2. Calculer la *puissance active* absorbée par le moteur.
3. Calculer la *puissance réactive* absorbée par le moteur.
4. Calculer l'*énergie électrique* consommée pour un fonctionnement ininterrompu de 2 h.
5. Le prix du kWh étant à 1.779 DA (prix de Sonelgaz), calculer le coût de ce fonctionnement.

Rép. 09 $S = 1.15 \text{ kVA}$, $P = 862.5 \text{ W}$, $Q = 760 \text{ VAR}$, $W = 1,725 \text{ kWh}$, coût = 3.07 DA

Exercice 10 (Calcul des puissances, installation, Formule de Boucherot)

Soit le **groupe de moteurs**, de la figure ci-contre, alimenté par une tension efficace 230V. Le groupe est constitué par deux dipôles : D1 est un moteur tel que $I_1 = 5 \text{ A}$; $\cos \varphi_1 = 0,8$ et D2 est un deuxième moteur tel que $I_2 = 10 \text{ A}$; $\cos \varphi_2 = 0,7$.



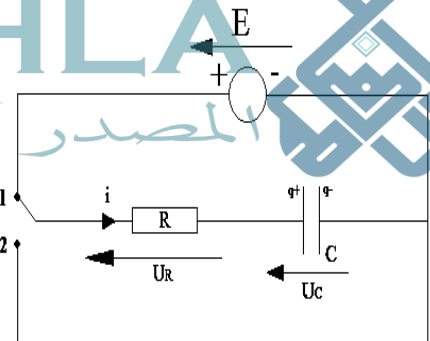
1. Calculer les différentes puissances (active, réactive et apparente) de chaque moteur, ainsi que celle du groupe.
2. Calculer le déphasage entre la tension et le courant d'alimentation.

Rép. 10

Dipôles	Puissance active (W)	Puissance réactive (var)	Puissance apparente (VA)
D1 (M1)	$P_1 = 920$	$Q_1 = 690$	$S_1 = 1150$
D2 (M2)	$P_2 = 1610$	$Q_2 = 1610$	$S_2 = 2300$
Installation	$P = 2530$	$Q = 2300$	$S = 3419.19$

Exercice 11 (Régime transitoire, Charge et décharge d'un condensateur)

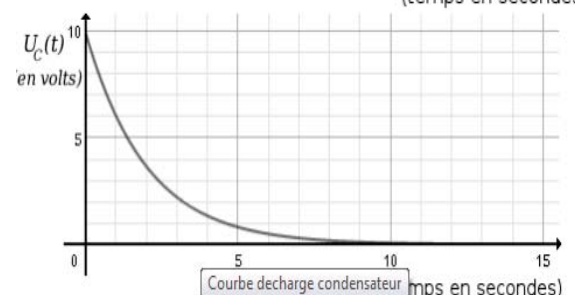
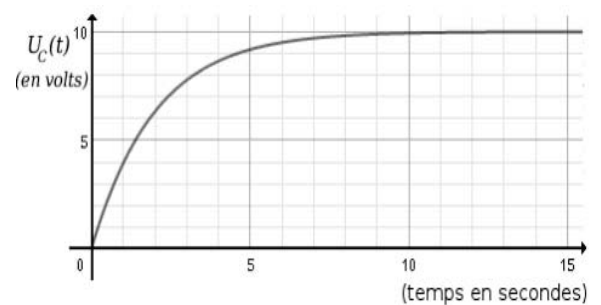
Le circuit ci-contre représente le circuit utilisé pour charger un condensateur (interrupteur à la position 1) et pour décharger un condensateur (interrupteur à la position 2). Pour les deux positions, calculer et représenter la tension U_c aux bornes du condensateur.



Rép. 11

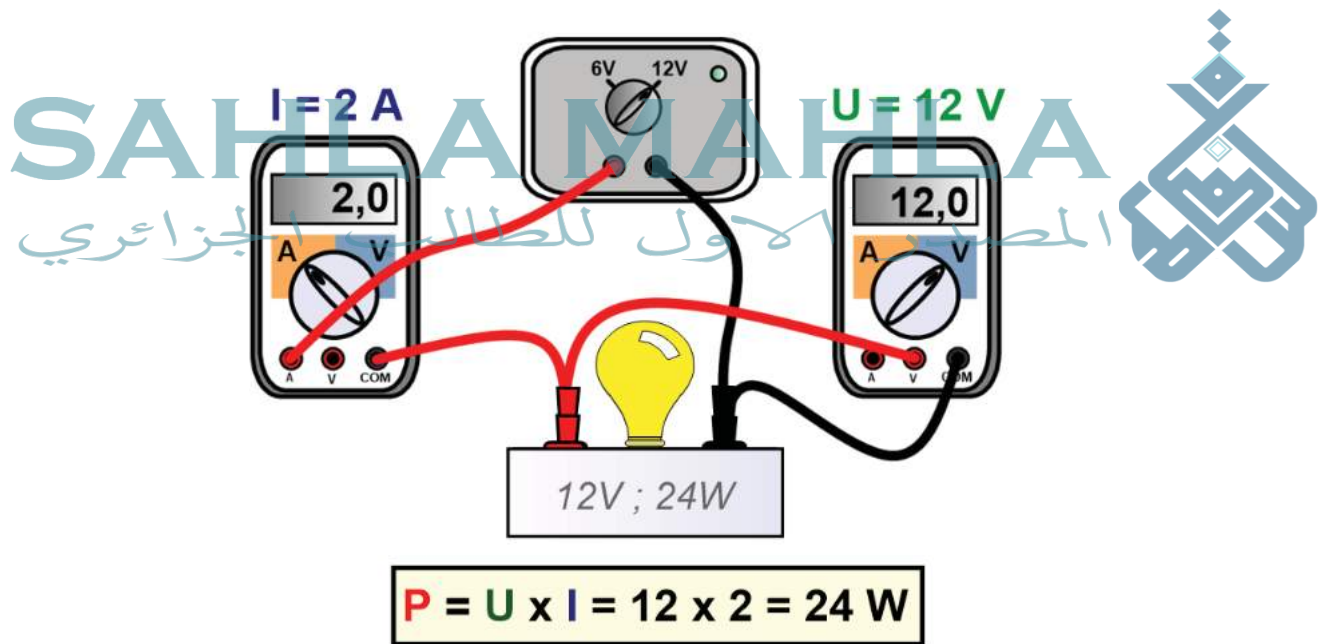
$$U_c(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

$$U_c(t) = E e^{-\frac{t}{\tau}}$$



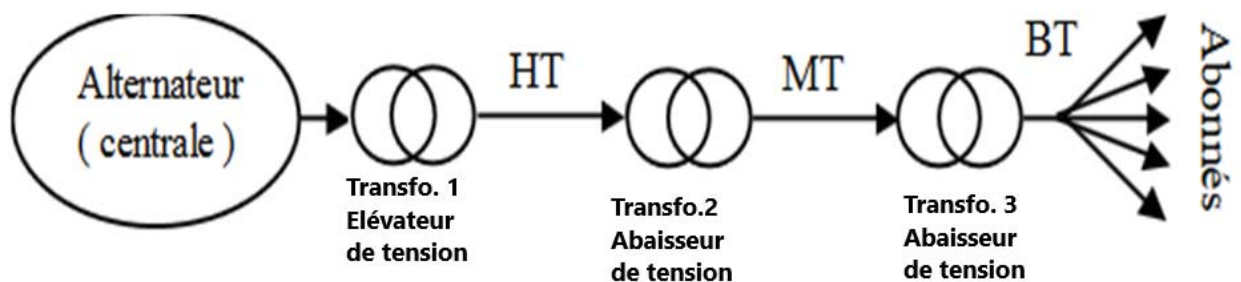
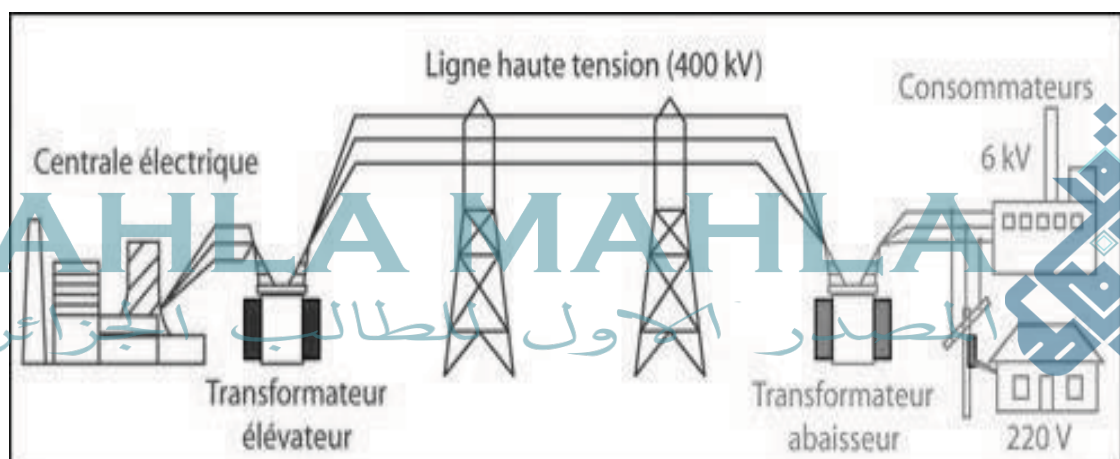
Chapitre III

Circuits et Puissances électriques



III.1 Introduction sur les Systèmes monophasés et triphasés

- À l'automne 1882, les *premiers réseaux* électriques apparaissent simultanément à New York et Bellegarde, en France. Ils sont très locaux et utilisent le courant continu. Cependant ils ont vécus des *échecs relatifs* car elles ne permettent pas le transport de puissances industrielles (Deprez réussi en 1882 à transporter 400 W sur 57 km de distance, mais avec un rendement global de *seulement 30 %*).
- En 1884, les ingénieurs Lucien Gaulard et John Gibbs travaillent quant à eux sur le courant alternatif. Ils mettent au point un transformateur de forte puissance utilisant du courant triphasé.
- La production d'électricité se fait depuis la fin du 19ème siècle à partir de différentes sources d'énergies primaires. Les premières centrales électriques fonctionnaient au bois. Aujourd'hui, la production peut se faire à partir d'énergie fossile (charbon, gaz naturel ou pétrole), d'énergie nucléaire, d'énergie hydroélectrique, d'énergie solaire, d'énergie éolienne et de biomasse.



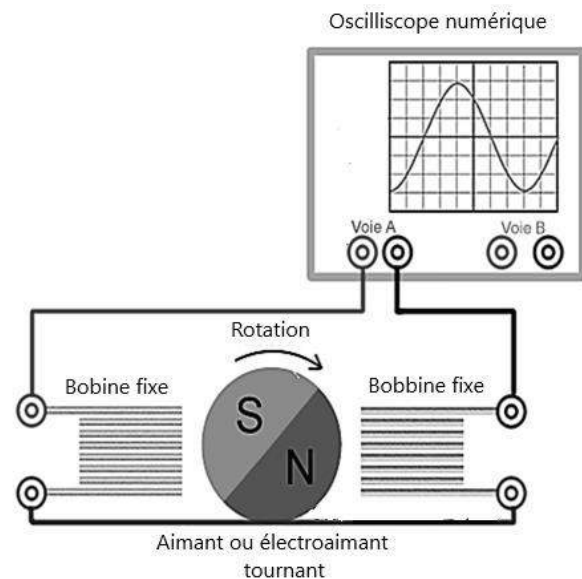
- La solution la plus commode pour produire de manière industrielle de l'énergie électrique est *l'entraînement d'un alternateur par une turbine*, le tout en rotation autour d'un axe. De manière naturelle ces installations produisent des tensions sinusoïdales.

III.2 Circuits monophasés et puissances électriques

Le courant monophasé est le plus utilisé pour le grand public. Il utilise deux conducteurs : la phase et le neutre (généralement relié à la terre au dernier transformateur, comme le neutre du courant triphasé).

Généralement un 3^e conducteur appelé terre est utilisé pour assurer la sécurité et évacuer un courant en cas de défaut électrique. Il est nécessaire pour tout appareil à carcasse métallique, cependant un disjoncteur différentiel 30 mA permet de garantir la sécurité des personnes, lorsqu'un défaut se produit dans l'installation électrique.

Les distributions en monophasé sont généralement utilisées dans les zones rurales, où le coût d'un réseau triphasé est trop important et où les charges ne nécessitent pas de telles infrastructures.



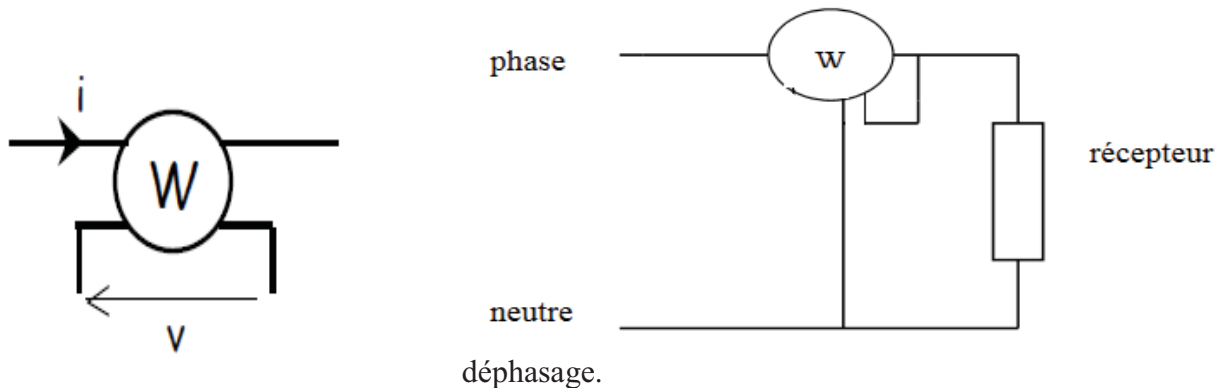
III.2.1 Les puissances des récepteurs parfaits RLC

Impédance	Loi d'Ohm	Déphasage	Facteur de puissance	Puissance active	Puissance réactive	Puissance apparente
$Z = R$	$U = Z I$	$\varphi = 0$ $\varphi = 0 \text{ rads}$	$\cos \varphi = 1$	$P = U I$	$Q = 0 \text{ VAR}$	$S = P$
			$\sin \varphi$	$P = R I^2$		$S = U I$
			$\sin \varphi = 0$	$P = U^2/R$		
$Z = L \omega$	$U = L \omega I$	$\varphi = 90$ $\varphi = \pi/2$ rads	$\cos \varphi = 0$	$P = 0 \text{ W}$	$Q = U I \sin \varphi$	$S = Q$
			$\sin \varphi$		$Q = U I$	$S = L \omega I^2$
			$\sin \varphi = 1$		$Q = L \omega I^2$	
$Z = 1/C \omega$	$U = I/C \omega$	$\varphi = -90$ $\varphi = -\pi/2$ rads	$\cos \varphi = 0$	$P = 0 \text{ W}$	$Q = U I \sin \varphi$	$S = Q$
			$\sin \varphi$		$Q = -U I$	$S = -U^2$
			$\sin \varphi = -1$		$Q = -U^2$ $C \omega$	$C \omega$

III.2.2 Mesure de puissance active en courant monophasé

Un équipement électrique (moteur, lampe, transformateur,...) utilisant une alimentation électrique classique fournit par Sonelgaz consomme trois puissances. Une puissance active, une puissance réactive et une autre apparente. Comme son nom l'indique, la puissance active se transforme intégralement en puissance mécanique (travail) et en chaleur (pertes). Elle se note P et s'exprime en Watt (W). La formule permettant de calculer la puissance active est : $P = U I \cos \varphi$ (Watts)

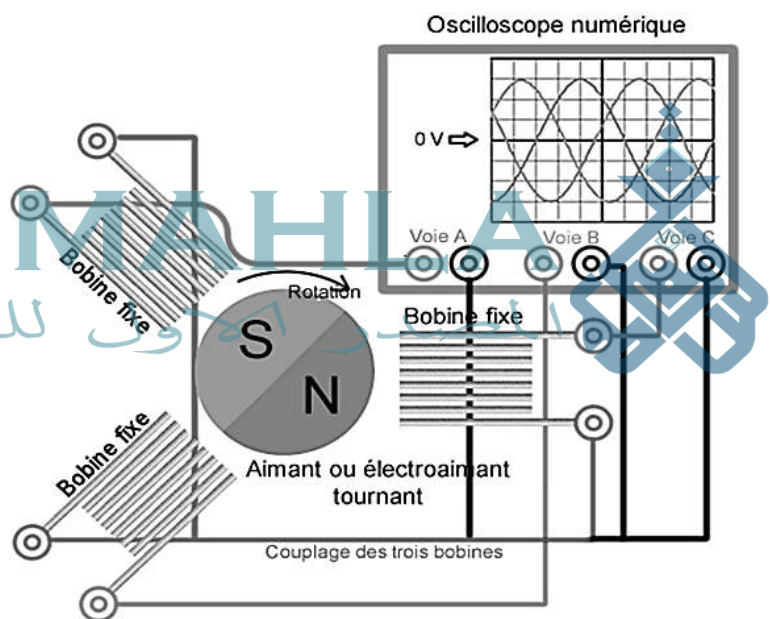
Pour mesurer P , il suffit de brancher un wattmètre selon le montage aval. Il possède au moins quatre bornes : deux bornes pour mesurer la tension et deux bornes pour mesurer le courant. Il y a donc deux branchements à réaliser : un *branchement en parallèle*, comme un voltmètre, pour mesurer la tension, et un *branchement en série*, comme un ampèremètre, pour mesurer le courant. Le wattmètre tient compte du



III.3 Systèmes triphasés équilibrés

Les machines triphasées ont des puissances de plus de 50% supérieures aux machines monophasées de même masse et donc leurs prix sont moins élevés (le prix est directement proportionnel à la masse de la machine).

Lors du transport de l'énergie électrique, les pertes sont moindres en triphasé. Pour cette raison ; la distribution de l'électricité (de la centrale vers la ville) se fait en trois phases.



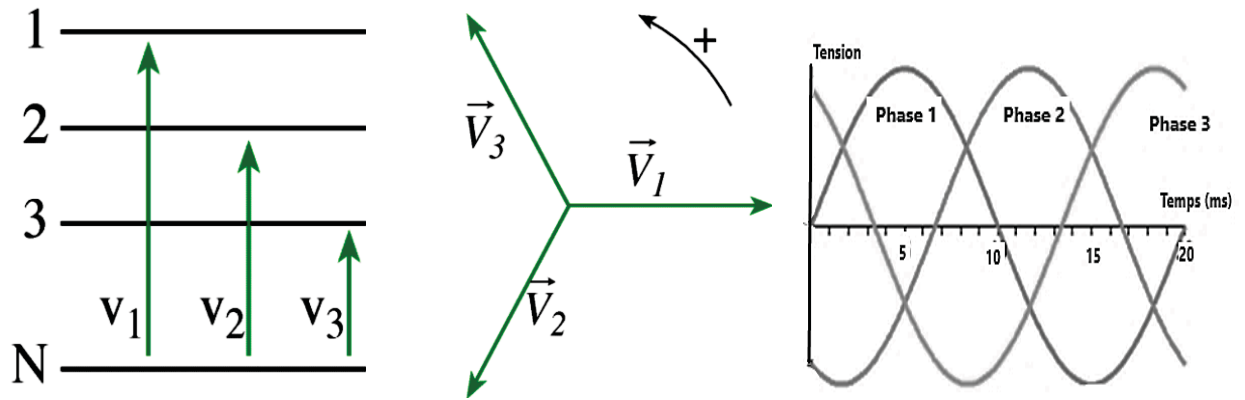
Dans le cas du réseau de distribution locale, la société Sonelgaz nous délivre, sur les lieux d'utilisation, un système de tensions triphasées à travers quatre bornes.

- Trois bornes de phase repérées par 1, 2, 3 ou A, B, C ou R, S, T ;
- Une borne neutre N.

Le système triphasé est équilibré. En effet, les trois tensions possèdent la même valeur efficace et qu'elles sont déphasées de $2\pi/3$ l'une par rapport à l'autre.

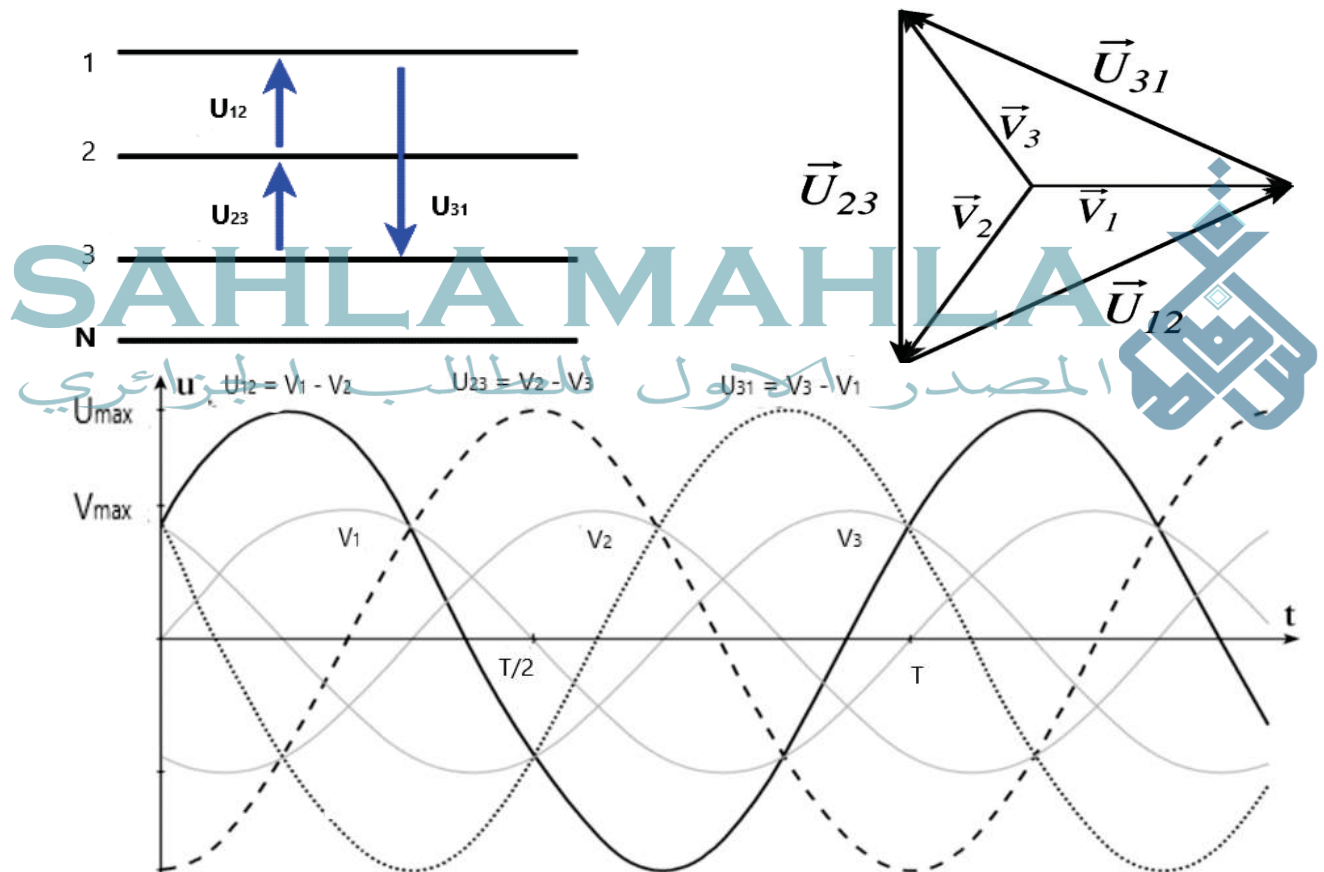
Dans système de tension triphasée on trouve deux types de tensions :

✓ Tensions simples ou étoilées entre les phases et le neutre soient v_1, v_2, v_3



$$v_1(t) = V\sqrt{2} \sin(\omega t) \quad v_2(t) = V\sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \quad v_3(t) = V\sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3})$$

✓ Tensions composées entre les phases u_{12} , u_{23} , u_{31}



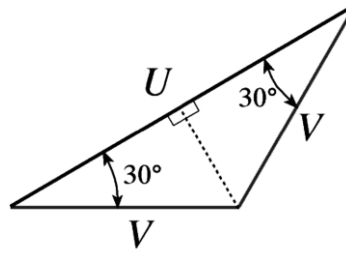
$$\vec{U}_{12} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2; \quad \vec{U}_{23} = \vec{V}_2 - \vec{V}_3; \quad \vec{U}_{31} = \vec{V}_3 - \vec{V}_1$$

$$u_{12}(t) = U\sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{6}) \quad u_{23}(t) = U\sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \quad u_{31}(t) = U\sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{7\pi}{6})$$

III.3.1 Relation entre U et V

$$U = 2V \cos 30^\circ \quad \text{soit} \quad U = 2V \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Finalement : $U = \sqrt{3} V$



III.3.2 Récepteurs triphasés équilibrés

III.3.2.1 Définitions

Récepteurs triphasés : Ce sont des récepteurs constitués de trois dipôles identiques, d'impédance $\underline{Z}$.

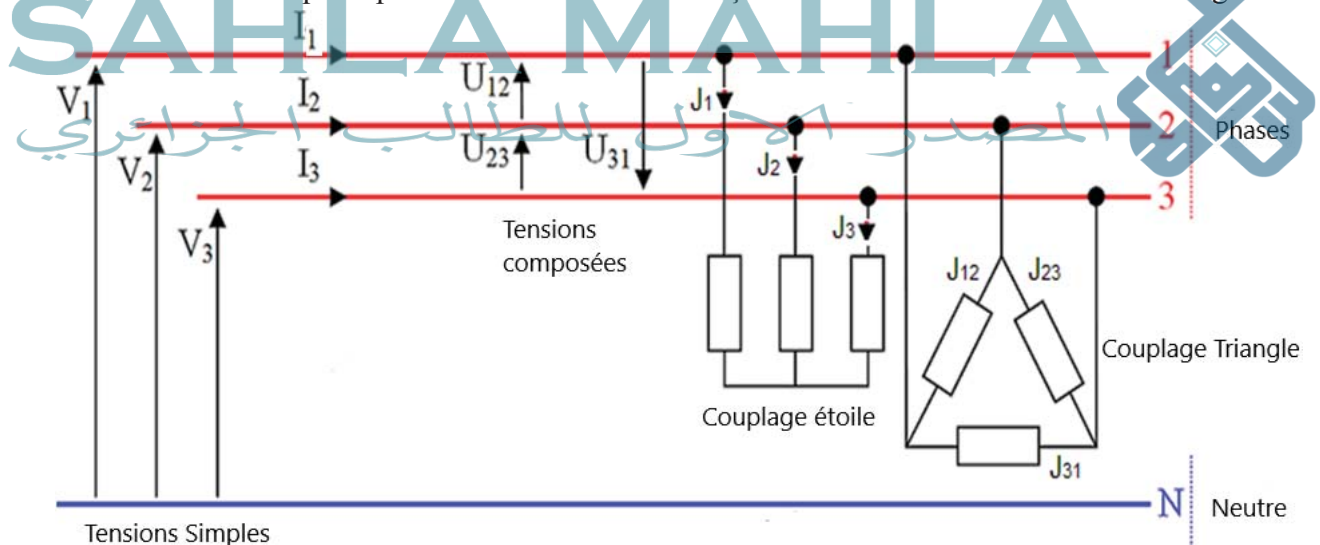
Équilibré : car les trois éléments sont identiques.

Courants par phase : ce sont les courants qui traversent les éléments $\underline{Z}$ du récepteur triphasés. Symbole J

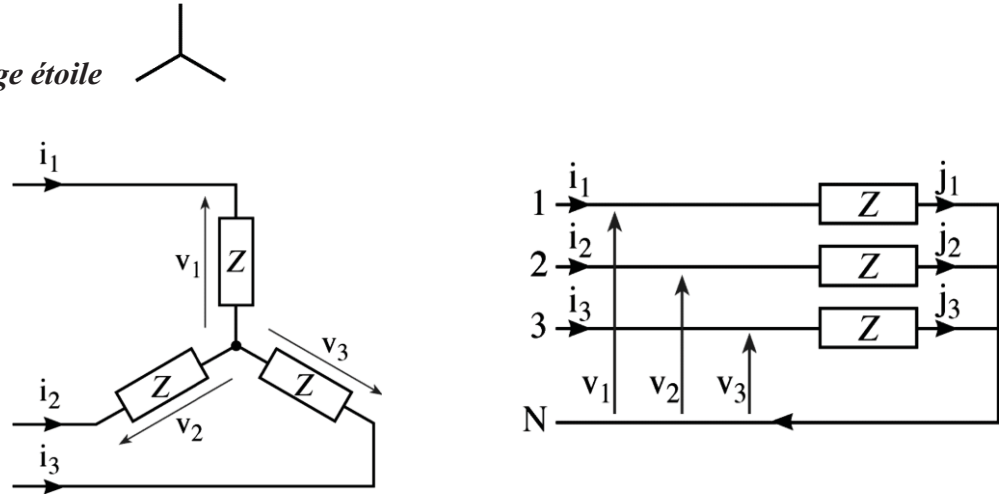
Courants en ligne : ce sont les courants qui passent dans les fils du réseau triphasé.

Symbole : I

Le réseau et le récepteur peuvent se relier de deux façons différentes : en étoile ou en triangle.



III.3.2.2 Couplage étoile



Comme il s'agit des mêmes impédances, de ce fait $i_1 + i_2 + i_3 = 0$, donc $i_n = 0$. Le courant dans le fil neutre est nul. Le fil neutre n'est donc pas nécessaire.

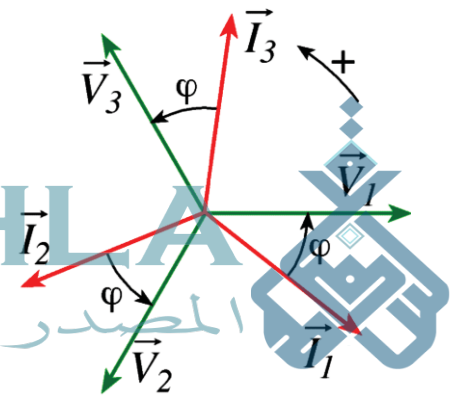
Pour un système triphasé équilibré, le fil neutre ne sert à rien.

Les courants en ligne sont égaux aux courants par phase.

$$i_1 = j_1, i_2 = j_2, i_3 = j_3$$

De plus la charge et le réseau sont équilibrés, donc

$$I_1 = I_2 = I_3 = I = J$$



- **Puissances**

Pour une phase du récepteur : $P_1 = VI \cos \varphi$ avec $\varphi(\vec{I}, \vec{V})$

Pour le récepteur complet : $P = 3 VI \cos \varphi$ de plus $V = \frac{U}{\sqrt{3}}$

Finalement pour le couplage étoile : $P = \sqrt{3} UI \cos \varphi$

$$Q = \sqrt{3} UI \sin \varphi$$

$$S = UI$$

Facteur de puissance : $K = \cos \varphi$

- **Pertes par effet Joule**

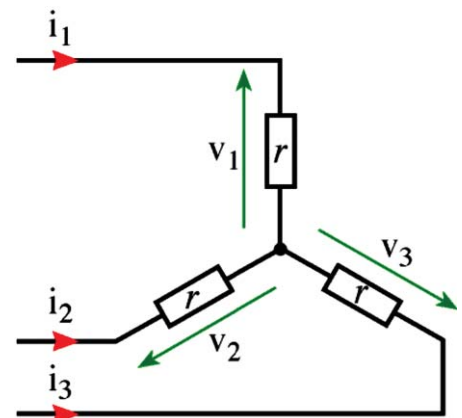
Considérons que la partie résistive du récepteur.

Pour une phase du récepteur : $P_{J1} = r I^2$

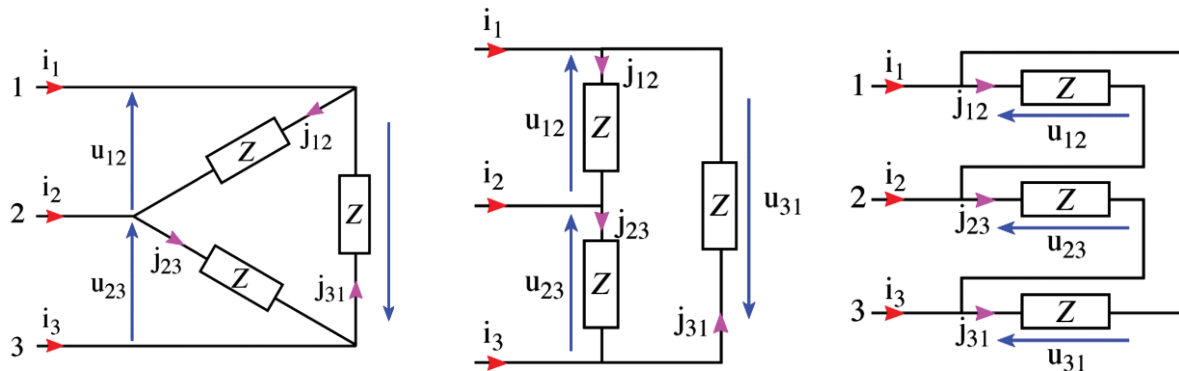
Pour le récepteur complet : $P = 3P_{J1} = 3 r I^2$

Résistance vue entre deux bornes : $R = 2 r$

Finalement pour le couplage étoile : $P = \frac{3}{2} R I^2$



III.3.2.3 Couplage triangle



Comme il s'agit des mêmes impédances, fait $i_1 + i_2 + i_3 = 0$, et $J_{12} + J_{23} + J_{31} = 0$

Ici en aucun cas le fil neutre n'est nécessaire.

- Relations entre les courants

D'après le schéma du paragraphe 3.2.3.

$$i_1 = j_{12} - j_{31} \rightarrow \vec{I}_1 = \vec{J}_{12} - \vec{J}_{31}$$

$$i_2 = j_{23} - j_{12} \rightarrow \vec{I}_2 = \vec{J}_{23} - \vec{J}_{12}$$

$$i_3 = j_{31} - j_{23} \rightarrow \vec{I}_3 = \vec{J}_{31} - \vec{J}_{23} \Rightarrow$$

Le système triphasé est équilibré : $I_1 = I_2 = I_3 =$

I et $J_{12} = J_{23} = J_{31} = J$.

Pour le couplage triangle, la relation entre I et J est la même que la relation entre V et U .

Pour le couplage triangle : $J = \frac{I}{\sqrt{3}}$

- Puissances

Pour une phase du récepteur : $P_1 = UJ \cos \varphi$ avec $\varphi(\vec{U}, \vec{J})$

Pour le récepteur complet : $P = 3 P_1 = UJ \cos \varphi$ de plus $J = \frac{I}{\sqrt{3}}$

Finalement pour le couplage étoile : $P = \sqrt{3} UI \cos \varphi$

de la même façon : $Q = \sqrt{3} UI \sin \varphi$

et : $S = UI$

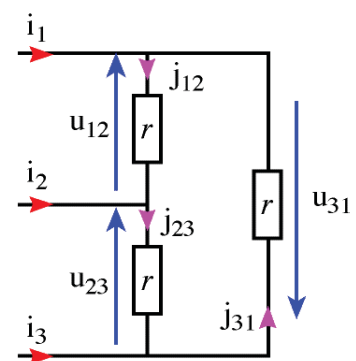
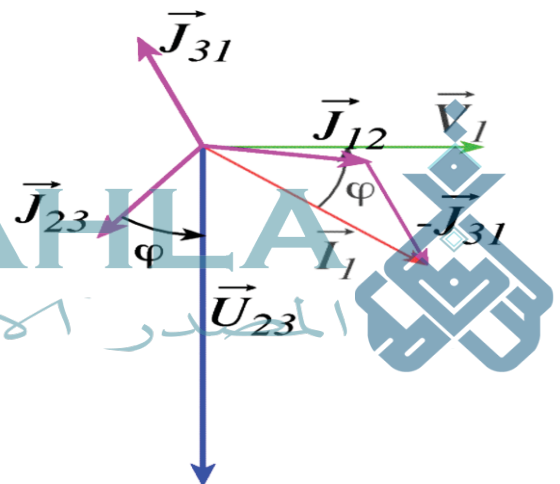
Facteur de puissance : $K = \cos \varphi$

- Pertes par effet Joule

Considérons que la partie résistive du récepteur.

Pour une phase du récepteur : $P_{J1} = r I^2$

Pour le récepteur complet : $P = 3 P_{J1} = 3 r J^2$



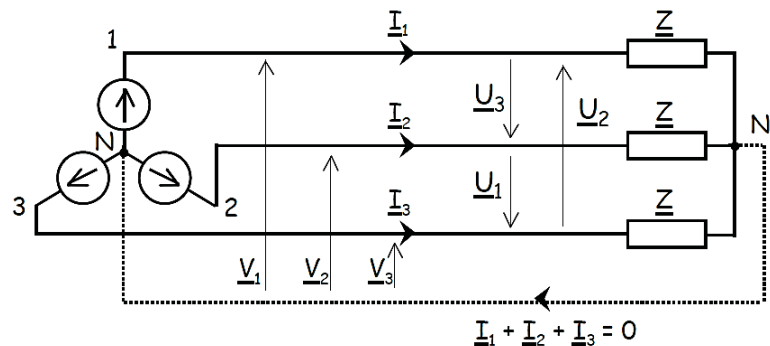
Résistance vue entre deux bornes : $R = \frac{2rr}{2r+r} = \frac{2}{3}r$

Finalement pour le couplage étoile : $P = \frac{3}{2} R I^2$

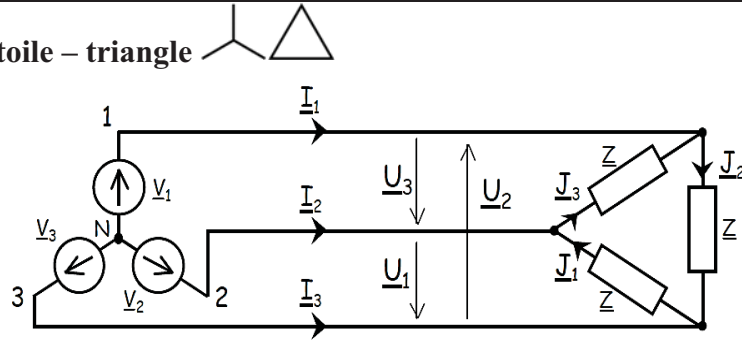
	Couplage étoile	Couplage triangle
Relation entre U et V	$U = V\sqrt{3}$	$U = V\sqrt{3}$
Relation entre I et J	$I = J$	$I = J\sqrt{3}$
Déphasage	$\varphi (\vec{I}, \vec{V})$	$\varphi (\vec{J}, \vec{U})$
Puissance active	$P = 3.P_1 = 3VI\cos\varphi$	$P = 3.P_1 = 3UI\cos\varphi$
	$P = \sqrt{3}UI\cos\varphi$	$P = \sqrt{3}UI\cos\varphi$
Pertes joules	$P = 3rI^2$	$P = 3rJ^2$
	$P = \frac{3}{2} RI^2$	$P = \frac{3}{2} RJ^2$
Résistance équivalente	$R = 2r$	$R = \frac{2}{3}r$
Puissance réactive	$Q = \sqrt{3}UI\sin\varphi$	$Q = \sqrt{3}UI\sin\varphi$
Puissance apparente	$S = \sqrt{3}UI$	$S = \sqrt{3}UI$
Facteur de puissance	$k_f = \cos\varphi$	$k = \cos\varphi$

III.4 Différents types de couplage Générateur-Récepteur

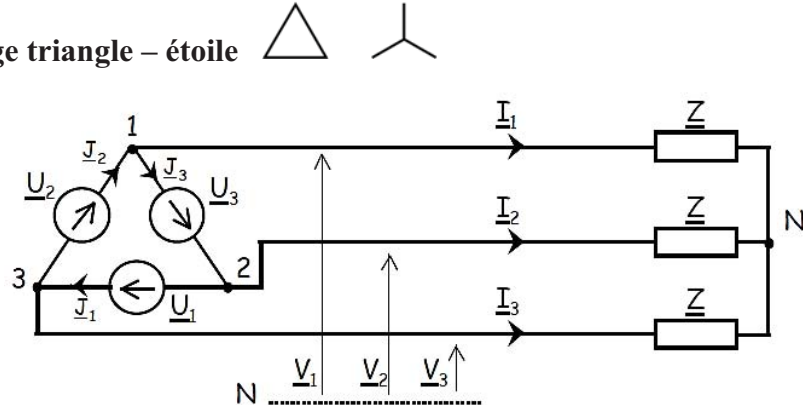
Couplage étoile – étoile



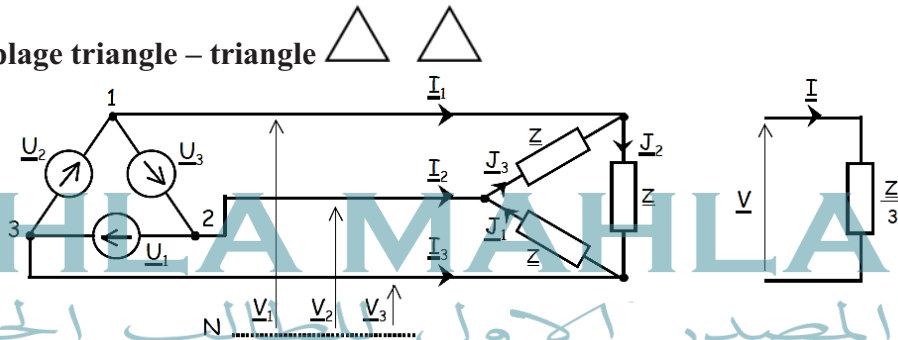
- Couplage étoile – triangle



- Couplage triangle – étoile



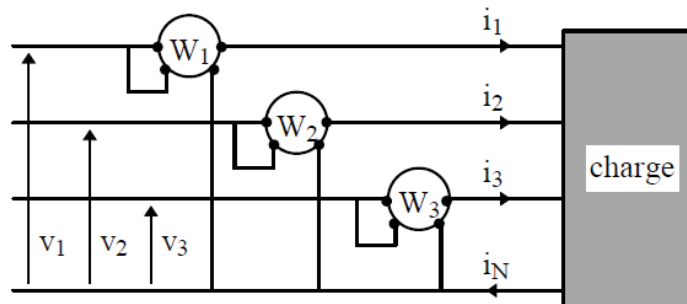
- Couplage triangle – triangle



III.5 Mesure des puissances électriques dans un système triphasé

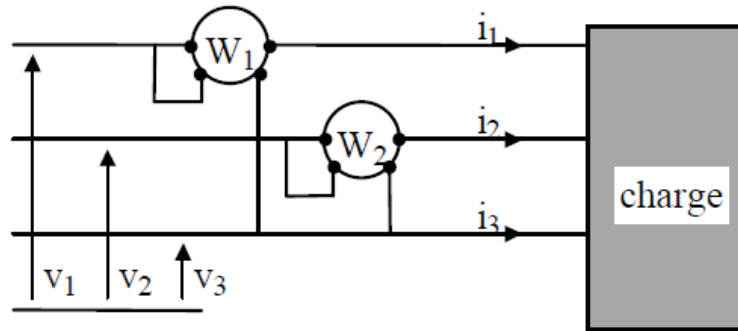
III.5.1 Mesure de la puissance active dans le cas le plus général (méthode des trois Wattmètres)

- Dans ce cas il faut trois Wattmètres pour mesurer la puissance active transmise par cette ligne.



$$P = \text{indication de } W_1 + \text{indication de } W_2 + \text{indication de } W_3$$

III.5.2 Mesure de la puissance active dans le cas particulier où le neutre n'est pas relié (méthode des deux Wattmètres)

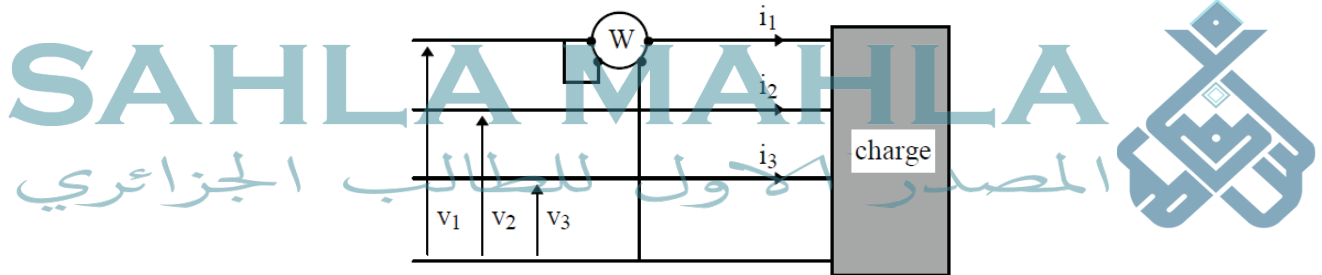


Si le neutre n'est pas relié ou si le courant qui le traverse est nul : $i_1 + i_2 + i_3 = 0$

Dans ce cas on peut mesurer la puissance active transmise par une ligne triphasée (équilibrée ou non, avec des signaux sinusoïdaux ou non) à l'aide de deux Wattmètres seulement.

$$P = \text{indication de } W_1 + \text{indication de } W_2$$

III.5.3 Mesure de la puissance active dans le cas particulier où les tensions et les courants sont équilibrés (mais pas nécessairement alternatifs sinusoïdaux)



La puissance active transportée par la ligne triphasée peut dans ce cas être mesurée avec un seul Wattmètre.

$$P = 3 \text{ indication de } W$$

III.6 Relèvement du facteur de puissance en triphasé

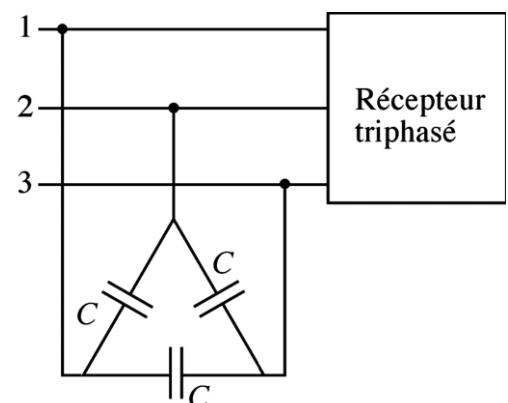
III.6.1 Couplage des condensateurs en triangle

Tension aux bornes d'un condensateur : U

Puissance réactive absorbée par un condensateur :

$$Q_{c1} = -C\omega U^2$$

Puissance réactive absorbée par les trois condensateurs :
:



$$Q_c = 3Q_{c1} = -3C\omega U^2$$

	Puissance active	Puissance réactive	Facteur de puissance
Charge seule	P	$Q = Ptg\varphi$	On a $\cos\varphi$
les trois condensateurs seuls	0	$Q_c = -3C\omega U^2$	
Charge + condensateurs	P	$Q' = Q + Q_c = Ptg\varphi'$	On veut $\cos\varphi'$

On en déduit la capacité du condensateur de la manière suivante :

$$Q_c = -3C\omega U^2 = Q' - Q$$

$$-3C\omega U^2 = Ptg\varphi' - Ptg\varphi$$

$$\text{Finalement : } C = \frac{P(tg\varphi - tg\varphi')}{3\omega U^2}$$

III.6.2 Couplage des condensateurs en étoile

En utilisant le même raisonnement que précédemment, on montre que la capacité du condensateur est donnée par la relation :

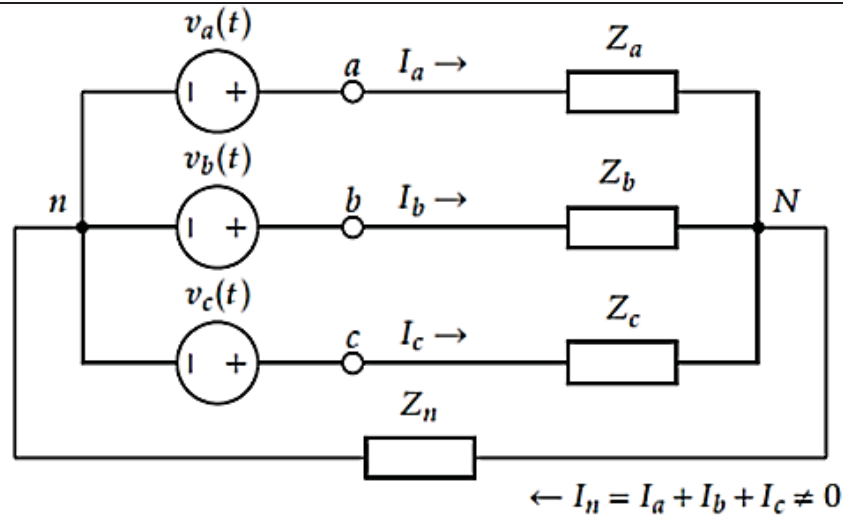
$$C = \frac{P(tg\varphi - tg\varphi')}{\omega U^2}$$

Le couplage en étoile est donc moins intéressant puisque la capacité des condensateurs nécessaires est trois fois plus grande que pour le couplage en triangle. Plus la capacité est grande, plus le condensateur est volumineux et onéreux.

II.7 Systèmes triphasés déséquilibré (composantes symétriques)

On dit d'un système triphasé qu'il est déséquilibré si toutes les grandeurs électriques analogues ne sont pas égales d'une phase sur l'autre. Il existe trois types de circuits triphasés déséquilibrés :

- Source déséquilibrée : Court-circuit à la source ou dans un transformateur.
- Charge déséquilibrée : Il peut exister un court-circuit dans la charge, ou une mauvaise répartition des charges monophasées sur le réseau 3φ
- Combinaison de source et charge déséquilibrées.



De façon pratique on retrouve des charges déséquilibrées plus souvent que des sources déséquilibrées. On conçoit les sources pour qu'elles soient les plus équilibrées possibles.

On peut utiliser l'une de deux méthodes d'étude pour résoudre ces circuits :

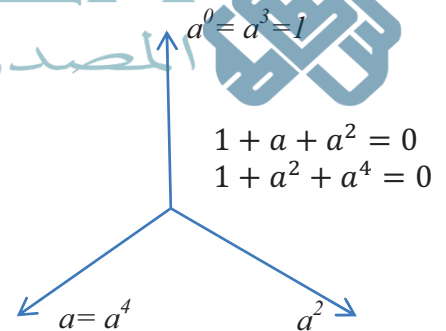
1. Utilisation des lois relatives aux circuits électriques (mailles, nœuds, etc..)
2. Méthodes des composantes symétriques.

III-7.1 La méthode des composantes symétriques.

Notions générales

Soit trois grandeurs représentées par trois vecteurs $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3$. A partir de ces trois vecteurs on définit trois autres vecteurs selon les formules :

$$\left. \begin{aligned} \vec{V}_0 &= \frac{\vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3}{3} \\ \vec{V}_a &= \frac{\vec{V}_1 + a \vec{V}_2 + a^2 \vec{V}_3}{3} \\ \vec{V}_i &= \frac{\vec{V}_1 a^2 + \vec{V}_2 + a \vec{V}_3}{3} \end{aligned} \right\} \dots \dots 1$$



$a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$ Opérateur de rotation du système triphasé où $a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$, $a^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}}$, $a^0 = a^3 = 1$

A partir de $\bar{V}_0, \bar{V}_d, \bar{V}_i$ on peut reproduire $\bar{V}_1, \bar{V}_2, \bar{V}_3$

$$\bar{V}_0 + \bar{V}_d + \bar{V}_i = \bar{V}_1 + \frac{\bar{V}_2}{3}(1 + a + a^2) + \bar{V}_3(1 + a + a^2)$$

$$\bar{V}_0 + a^2 \bar{V}_d + a \bar{V}_i = \frac{\bar{V}_1}{3}(1 + a + a^2) + \frac{\bar{V}_2}{3}(1 + a^3 + a^3) + \frac{\bar{V}_3}{3}(1 + a^2 + a^4)$$

$$\bar{V}_0 + a \bar{V}_d + a^2 \bar{V}_i = \frac{\bar{V}_1}{3}(1 + a + a^2) + \frac{\bar{V}_2}{3}(1 + a^2 + a^4) + \frac{\bar{V}_3}{3}(1 + a^3 + a^3)$$

$1 + a + a^2 = 1 + a^2 + a^4 = 0$ et $1 + a^3 + a^3 = 3$ on aura alors :

$$\left. \begin{aligned} \bar{V}_1 &= \bar{V}_0 + \bar{V}_d + \bar{V}_i \\ \bar{V}_2 &= \bar{V}_0 + a^2 \bar{V}_d + a \bar{V}_i \\ \bar{V}_3 &= \bar{V}_0 + a \bar{V}_d + a^2 \bar{V}_i \end{aligned} \right\} \dots 2$$

Dans le système d'équation 2 :

Les premiers vecteurs forment un système triphasé **homopolaire** $\bar{V}_0$



Les trois deuxièmes vecteurs $\bar{V}_d, a \bar{V}_d, a^2 \bar{V}_d$
 $\bar{V}_i, a \bar{V}_i, a^2 \bar{V}_i$

forment un **système triphasé direct**
inverse

Les trois troisièmes vecteurs

forment un **système triphasé**

Les trois vecteurs $\bar{V}_0 + \bar{V}_d + \bar{V}_i$, dont la composition reproduit $\bar{V}_1, \bar{V}_2, \bar{V}_3$ sont appelés composantes symétriques du système $\bar{V}_1, \bar{V}_2, \bar{V}_3$

Tout système triphasé peut être décomposé en 3 systèmes :

Un système triphasé homopolaire $\bar{V}_0$

Un système triphasé symétrique direct $\bar{V}_d$

Un système triphasé symétrique inverse $\bar{V}_i$

Exercice sur le troisième chapitre

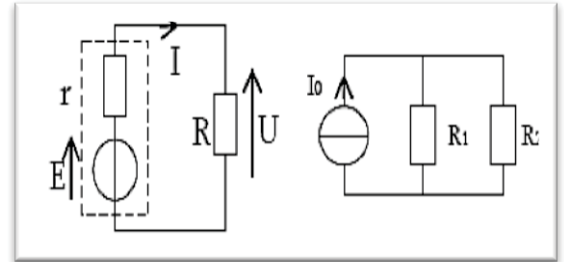
Exercice 01 (Bilan de puissance) Faire un bilan de puissance pour les circuits ci-dessous

Données (Premier schéma) : $E = 20V$, $r = 5\Omega$ et $R = 15\Omega$.

Données (Second schéma) : $I_0 = 20A$; $R_1 = 50\Omega$; $R_2 = 30\Omega$.

Rép. 01

1. $U = 5V$, $I = 1A$, $P_R = P_r = 5W$, $P_{\text{gén.}} = 10W$
2. $P_{R1} = 2812.5W$, $P_{R2} = 4687.5W$



Exercice 02 (puissance et énergie)

Dans une maison, chaque jour

1- On passe un aspirateur de puissance 1300 W dans une chambre, pendant 13 minutes.

Calculer, en joules, l'énergie transférée à cet appareil pendant la durée du nettoyage.

Exprimer ensuite ce résultat en kWh.

On remplace cet aspirateur par un autre de puissance 2000 W, Quel est le plus performant ? Pourquoi ?

2) Un élève révise ses cours pour le prochain contrôle pendant 1 heure et 30 minutes. Pour cela, il s'éclaire avec une lampe de bureau de 60 W.

Calculer, en kWh, l'énergie transférée à cette lampe pendant cette révision.

Exprimer ensuite ce résultat en joules.

3) Calculer le prix de consommation de l'énergie électrique, par jour et puis par an, sachant que le prix d'un kilowattheure est de 1,779 DA.

Rép. 02

$E = 1014000J$, $E = 0.28kWh$, le deuxième aspirateur qui est le plus performant car sa puissance est plus élevée, $E = 0.09kWh$, $E = 324000J$, $E_{\text{totale}} = 0.37kWh$, prix/jour = 0.66, prix/an = 241.

Exercice 03

Une installation électrique est composée d'ensembles de charges en parallèle sur une tension alternative monophasée de 220 V 50 Hz. On y trouve :

5 radiateurs de 200 W (résistif), 6 lampes à incandescence 60W chacune, 2 moteurs absorbant un courant de 3 A avec un $\cos\phi=0.65$ et une charge capacitive $S=0.5kVA$ $\cos\phi=0.6$.

Quelle est la puissance active P et réactive Q consommée par l'installation.

Quel est le courant total absorbé ainsi que le facteur de puissance de l'installation.

On veut relever le facteur de puissance à 0.92. Quel sera alors la valeur du condensateur à placer en parallèle. Calculer le nouveau courant.

Rép. 03

$P = 2518W$, $Q = 603.11VAR$, $S = 2598.22VA$, $\cos\phi = 0.969$, $C = 32.67\mu F$, $I' = 11.81A$

Exercice 4

Trois récepteurs monophasés, purement résistifs, sont montés en triangle sur le secteur 220/380V 50Hz. Sous 380V ils consomment 5.7kW chacun.

1. Calculer le courant dans chacun d'eux et le courant dans un fil de ligne.
2. Le récepteur monté entre les phases 2 et 3 est coupé. Déterminer les différents courants en ligne.
3. Les trois récepteurs sont maintenant en étoile. Calculer la puissance active totale et la comparer à la puissance active totale dans le cas d'un montage triangle.

Rép. 04

Cas 1 : $P_{\Delta} = 17,1\text{kW}$, $I = 26\text{A}$, $J = 15\text{A}$.

Cas 2 : $I_1 = 26\text{A}$ $I_3 = J_{31} = 15\text{A}$ $I_2 = J_{12} = 15\text{A}$.

Cas 3 : $I = 8.69\text{A}$, $P_Y = 5700\text{W}$.

Exercice 5

On branche sur le réseau 220/380V 50Hz trois récepteurs monophasés identiques inductifs (bobines) d'impédance $Z = 50\Omega$ et de facteur de puissance 0.8.

1. Les impédances sont couplées en triangle avec neutre.
 - Compléter le schéma de câblage.
 - Calculer les courants en ligne et les puissances active et réactive.
2. Les impédances sont couplées en étoile sur le réseau.
 - Compléter le schéma de câblage.
 - Calculer les courants en ligne et les puissances active et réactive.
 - Calculer le rapport des puissances actives : P_{Δ}/P_Y et conclure.

Rép. 05

Triangle : $J = 7.6\text{A}$ $I = 13.2\text{A}$, $P = 6950\text{W}$, $Q = 5212\text{VAR}$

Etoile : $I_1 = I_2 = I_3 = 4.4\text{A}$, $P = 2317\text{W}$, $Q = 1738\text{VAR}$

Conclusion : Les puissances en triangle sont élevées qu'en étoile.

Exercice 06

Deux récepteurs triphasés équilibrés sont alimentés par le secteur 220/380V 50Hz. Le moteur M1 est inductif. Le récepteur M2 est capacitif tel que $P_2 = 3750\text{W}$ et $\cos \varphi_2 = 0.866$. On mesure la puissance active par la méthode des deux wattmètres : $P_a = 12100\text{W}$ et $P_b = 6900\text{W}$.

1. Calculer P_t , Q_t , $\cos \varphi_t$ et le courant en ligne I_t .
2. Calculer P_1 , Q_1 et $\cos \varphi_1$.
3. Chaque fil de ligne présente une résistance $r = 0,48\Omega$ et une réactance $l\omega = 0.2\Omega$. Calculer la tension composée au départ de la ligne.

Rép. 06

Récepteurs	$\cos \varphi$	$\tan \varphi_1$	P (W)	Q(Var)
Moteur M1 inductif	0.807	0,733	15250W	$Q_1 = 11165 \text{ Var}$
Moteur M2 capacitif $\varphi_2 < 0$	0.866	- 0.577	3750 W	$Q_L - 2165 \text{ Var}$
Ensemble (Question 1)	0.904	0,474	19000 W	$Q_t = 9000 \text{ Var}$

$I_t = 31.9 \text{ A}$, $U_D = 409 \text{ V}$.

Exercice 07: Etude d'un monte-charge entraîné par un moteur triphasé alternatif.

1. Le moteur est alimenté par le réseau 220V/380V/50Hz. On mesure la puissance absorbée par la méthode des 2 wattmètres : $P_1 = 4800 \text{ W}$ et $P_2 = 1500 \text{ W}$.

1.1. Calculer les puissances active et réactive. En déduire le courant en ligne et le facteur de puissance du moteur.

1.2. Donner le schéma permettant de mesurer le courant en ligne, la tension composée et les puissances de la méthode des 2 wattmètres. Préciser les calibres des appareils.

1.1.3. Proposer un autre montage de mesure de la puissance active.

2. Etude de la plaque signalétique du moteur.

Fréquence	Vitesse	Tension	Puissance utile	Facteur de puissance	Courants
50 Hz	1450tr/min	220/380V	5.00kW	0,74	13A/22.5A

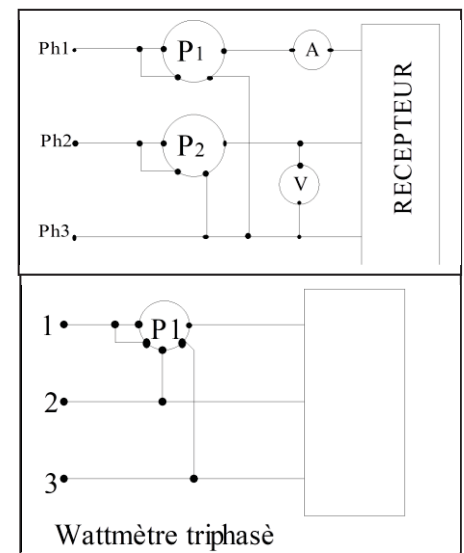
2.1. Quelle est la valeur nominale de la tension aux bornes d'un enroulement du moteur ? En déduire le couplage à réaliser sur le réseau triphasé équilibré 220V/380V.

2.2. Quelle est la valeur nominale de l'intensité du courant dans une phase du moteur. A quoi correspond le 2ème courant ?

2.3. Calculer la puissance active du moteur et en déduire son rendement.

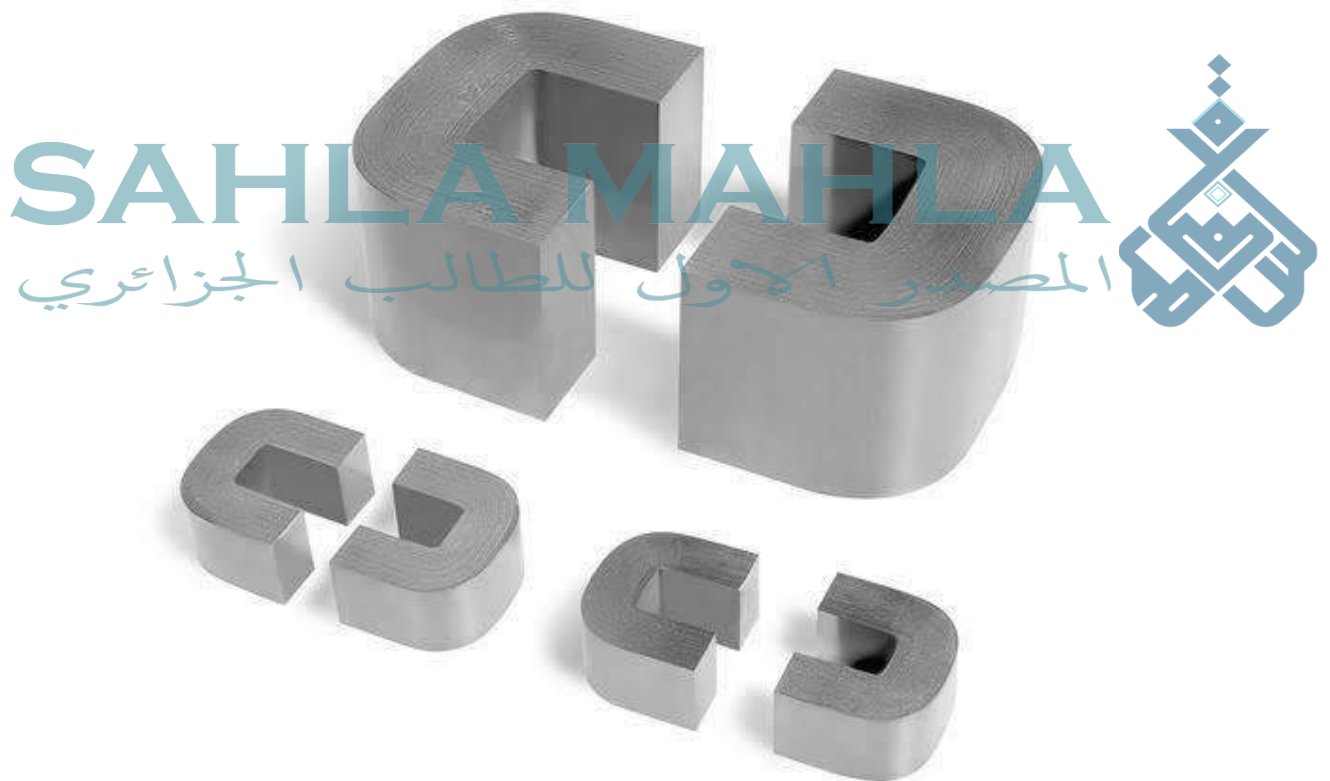
Rép. 07 : $P = 6300 \text{ W}$, $Q = 5715 \text{ Var}$, $\cos \varphi = 0.74$, $I = 12.9 \text{ A}$
Wattmètre cal $> 15 \text{ A}$ et 400 V , ampèremètre position AC cal $> 15 \text{ A}$ et voltmètre position AC cal $> 400 \text{ V}$.

$U_n = 220 \text{ V}$, Le couplage est étoile, $I_n = 13 \text{ A}$. $P_{\text{absM}} = 6331 \text{ W}$, $\eta_M = 0.8$.



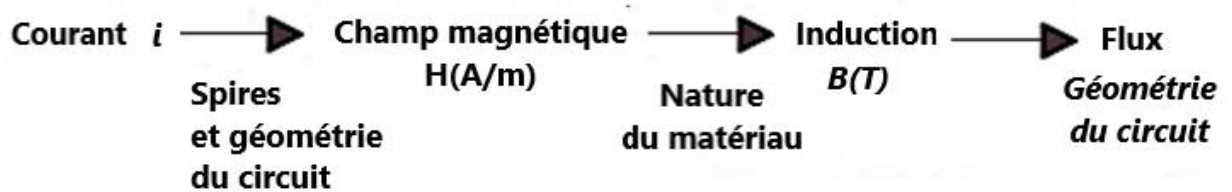
Chapitre IV

Les Circuits Magnétiques



IV. 1 Introduction

Les inductances, transformateurs, alternateurs, machines asynchrones, etc., sont basées sur l'utilisation de *circuits magnétiques*, c'est-à-dire de masses de matériaux dits «magnétiques» propres à canaliser une *induction magnétique*. Plus que de l'induction, on parle souvent du «flux» de cette induction. La *figure ci-dessous* présente un résumé des grandeurs mises en jeu dans les circuits magnétiques linéaires.



IV. 2 Notion sur les grandeurs magnétiques

IV.2.1 Lois fondamentales en électromagnétisme

L'ensemble des phénomènes qui interviennent en électrotechnique et dans les machines est basé sur deux lois simples, à savoir :

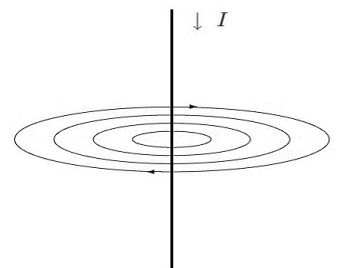
Loi de Biot et Savard ou le théorème d'Ampère (circuits magnétiques-transformateurs)

L'expression de la force de Laplace, ou Lorentz (machines électriques)

IV.2.2 Production d'un champ magnétique

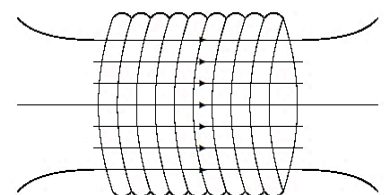
Si on considère un conducteur cylindrique droit dans lequel circule un courant I . **Ce courant crée un champ magnétique.** L'intensité de ce champ est donnée par la loi d'Ampère :

$$\oint H \, dl = I \quad \text{théorème d'Ampère}$$



Afin de créer un champ uniforme, on utilise une bobine pour concentrer les lignes de champs en un même endroit.

A l'intérieur de la bobine, les champs magnétiques **s'additionnent** pour créer un **champ plus intense** et plus uniforme.

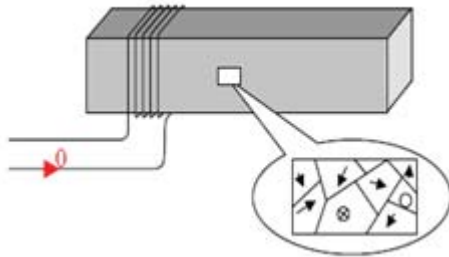


IV.2.3 L'origine du champ magnétique

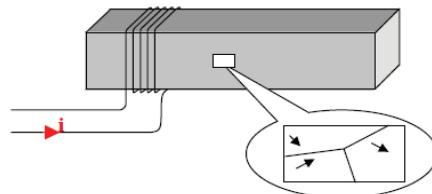
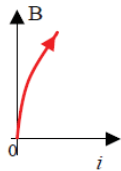
Dans le cas de l'existence d'un matériau sur le chemin du champ magnétique, les propriétés du matériau vont modifier la valeur du champ magnétique. Le champ sera canalisé et sera modifié. Dans ce cas on parle de l'induction magnétique (dans le matériau).

$$B = \mu H$$

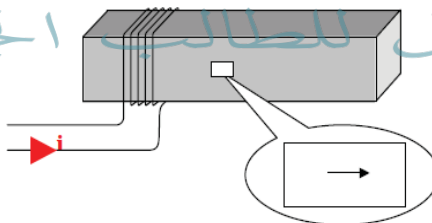
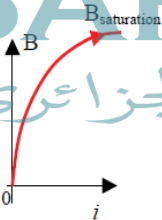
μ : la perméabilité magnétique



Lorsque le matériau n'est pas magnétisé ($H = 0$) les effets des petits domaines (Domaines de Weiss) s'annule entre eux. Il n'en résulte aucune induction $B_0 = 0$.



Si on augmente $H = H_1$ (on augmente le courant qui circule dans la bobine) on aura une induction $B_1 \neq 0$



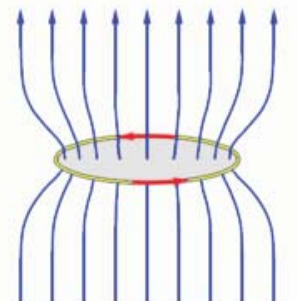
Si on augmente d'avantage $H = H_2$ (H_1 supérieur à H_2), on aura une induction B_2 supérieur à B_1 .

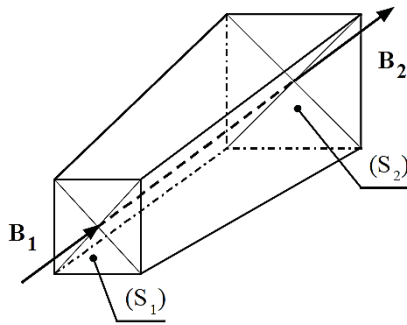
IV.2.4 Le flux magnétique

Le flux magnétique circulant dans une surface S est l'ensemble des lignes de force qui traversent la surface :

$$\Phi = \int_S B \cdot ds = B S$$

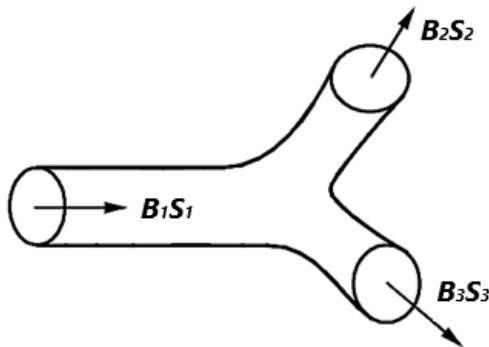
Le flux magnétique est conservé au sein d'un tube de champ.





Le même flux qui traverse la surface S_1 traverse la surface S_2

$$\phi = B_1 S_1 = B_2 S_2$$



Cas de bifurcation ou un nœud (où le flux rencontre deux chemins différents)

$$\phi_{Total} = \phi_1 + \phi_2$$

$$B_1 S_1 = B_2 S_2 + B_3 S_3$$

IV.2.5 Théorème d'Ampère

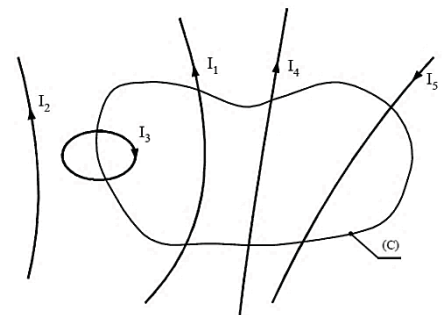
Le théorème d'Ampère permet de déterminer la *valeur du champ magnétique* grâce à la *donnée des courants électriques*. On prend l'exemple d'une bobine dans laquelle circule un courant I . La bobine crée alors une *force magnétomotrice* (fmm) qui *fait circuler un flux magnétique* dans le milieu.

C'est semblable au même phénomène que les circuits électriques : une force électromotrice déplace des électrons qui circulent dans le milieu.

La circulation du vecteur $\mathbf{H}$ le long d'une courbe fermée (C) quelconque est égale à la *somme algébrique des courants* traversant la surface s'appuyant sur le contour (C).

$$FMM = \oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum_k \mp I_k$$

- Le courant sera pris positivement s'il est dans le sens de la normale à la surface (règle du tire-bouchon par rapport au sens de parcours du contour C).
- Le courant sera pris négativement s'il est dans le sens contraire de la normale à la surface (règle du tire-bouchon par rapport au sens de parcours du contour C).

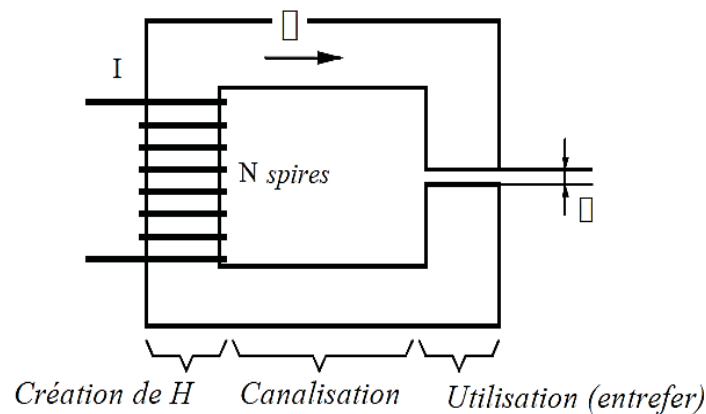


Le courant I_2 n'intervient pas dans le calcul. L'application du théorème d'Ampère donne :

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = I_1 - I_3 + I_4 - I_5$$

IV.3 Calcul du circuit magnétique

Ils sont basés sur l'utilisation de *matériaux ferromagnétiques* avec comme but d'obtenir un champ d'induction B dans une *zone précise (entrefer)*. Pour ce faire, on crée un champ d'excitation H à l'aide de bobinage puis on le *canalise vers la zone d'utilisation* (entrefer).



On retrouve trois éléments :

1. le *bobinage* qui *génère l'excitation* et donc le champ ;
2. la *culasse* qui *dirige le champ H* vers la zone utile. La culasse impose le parcours du champ magnétique de part sa *grande perméabilité* par rapport à l'air. Le matériau qui compose la « culasse » se comporte comme un tube de champ ;
3. l'*entrefer* où l'on souhaite utiliser le champ. L'entrefer est la zone d'interaction avec l'extérieur

La mise en équation se base sur les trois lois fondamentales

Conservation du Flux – Théorème d'Ampère – Loi des matériaux

IV.3.1 Cas d'un circuit série homogène

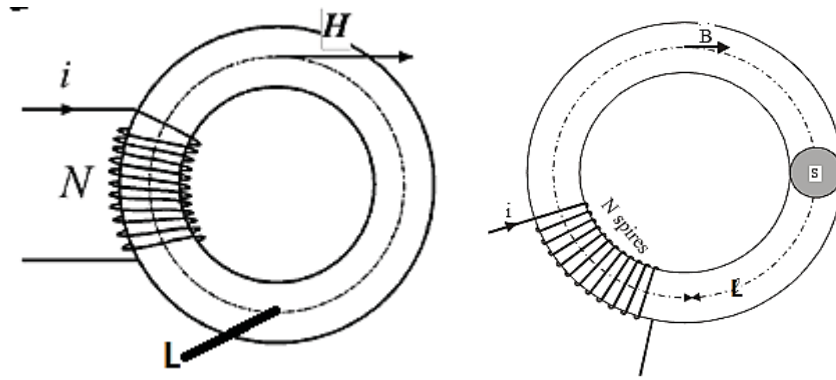
Le circuit est constitué par le *même matériau* en formant un circuit fermé. Dans ce cas le circuit magnétique se confond avec un tube de champ de *longueur L* .

Tout le flux est canalisé par le circuit. De plus, il a un comportement linéaire en tout point

$$B = \mu H \quad (\mu = \mu_0 \mu_r).$$

μ_0 est la perméabilité du vide. $\mu_0 = 4 \pi 10^{-7}$

μ_r est la perméabilité relative du matériau



D'après le théorème d'Ampère $\sum_i^n H_i L_i$ dans notre cas $H L = NI$

$$B = \frac{\mu_0 \mu_r NI}{L}$$

L : longueur moyenne des lignes de champ [m]

N : nombre de spires de la bobine

I : courant dans la bobine [A]

H : excitation magnétique [A/m]

IV.3.2 Cas d'un circuit série hétérogène (circuit magnétique avec entrefer)

Dans ce cas le circuit magnétique est constitué par le même circuit ci-dessus, sauf que dans ce cas nous avons créé un vide (entrefer). Alors nous avons deux matériaux : un ferromagnétique (μ) et l'air (μ_0)

$$H(L - \delta) + H_0 \delta = NI$$

L : longueur moyenne des lignes de champ [m]

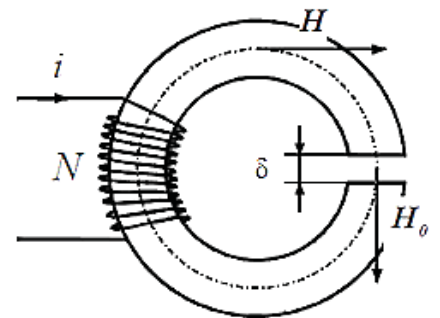
δ : longueur de l'entrefer [m]

N : nombre de spires de la bobine

I : courant dans la bobine [A]

H : excitation magnétique dans la matière [A/m]

H_0 : excitation magnétique dans l'entrefer [A/m]

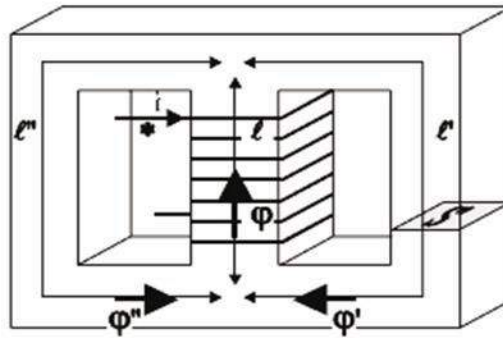


IV.3.3 Circuit parallèle (circuit magnétique avec des bifurcations)

Ce circuit magnétique est constitué de trois morceaux de longueur l, l' et l'' de section S, S' et S'' de perméabilité μ, μ' et μ'' et traversés par des flux Φ, Φ' et Φ'' .

Nous pouvons appliquer le théorème d'ampère sur trois circuits fermés différents en utilisant les fibres moyennes de longueur l et l' , ou l' et l'' ou encore l et l'' . On en déduit :

$$Ni = H l + H' l', \quad Ni = H l + H'' l'' \quad 0 = H' l' - H'' l''$$



En appliquant les relations $H = \frac{B}{\mu} = \frac{\phi}{\mu S}$ sur chacun des trois morceaux du circuit magnétique, les équations précédentes deviennent :

$$N i = \frac{\phi \cdot l}{\mu S} + \frac{\phi' \cdot l'}{\mu' S'}, \quad N i = \frac{\phi \cdot l}{\mu S} + \frac{\phi'' \cdot l''}{\mu'' S''}, \quad 0 = \frac{\phi' \cdot l'}{\mu' S'} - \frac{\phi'' \cdot l''}{\mu'' S''}$$

Ces trois équations sont dépendantes, c'est-à-dire qu'on peut déduire l'une des trois à partir des deux autres. Donc, si on souhaite faire un calcul sur ce circuit magnétique, seulement deux de ces trois équations pourront être retenues car la troisième n'apporte aucune information supplémentaire.

Le problème se ramène à la résolution d'un système de trois équations à trois inconnues :

$$N i = \frac{\phi \cdot l}{\mu S} + \frac{\phi' \cdot l'}{\mu' S'}, \quad N i = \frac{\phi \cdot l}{\mu S} + \frac{\phi'' \cdot l''}{\mu'' S''} \quad \text{et} \quad \phi = \phi' + \phi''$$

Si on appelle $\mathfrak{R}$ la réluctance $\frac{l}{\mu S}$, $\mathfrak{R}'$ la réluctance $\frac{l'}{\mu' S'}$ et $\mathfrak{R}''$ la réluctance $\frac{l''}{\mu'' S''}$, ces équations deviennent :

$$N i = \mathfrak{R} \phi + \mathfrak{R}' \phi', \quad N i = \mathfrak{R} \phi + \mathfrak{R}'' \phi'' \quad \text{et} \quad \phi = \phi' + \phi''$$

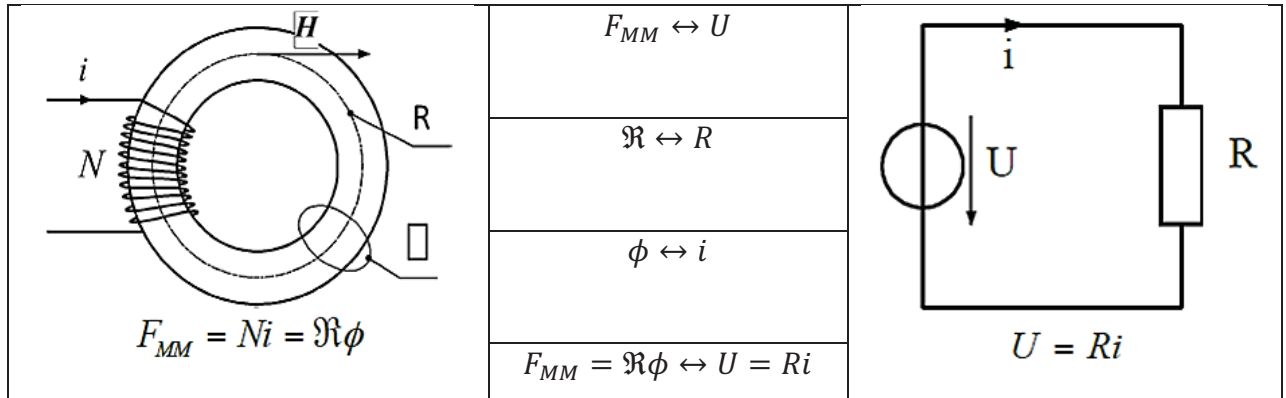
IV.4 Inductance d'une bobine

On considère une bobine de N tours dans laquelle circule un courant I. La bobine se trouve dans un milieu magnétiquement linéaire (comme l'air). Le flux magnétique produit par la bobine est ϕ . Le flux magnétique total couplé à la bobine est $\Lambda = N\phi$. L'inductance de la bobine est définie

$$\text{par : } L = \frac{\Lambda}{I} = \frac{N\phi}{I} = \frac{N^2}{\mathfrak{R}}$$

IV.5 Analogie magnétique – Electrique

A tout circuit magnétique, on peut affecter une représentation électrique permettant d'étudier le comportement du circuit à l'aide de relations électriques.



Grandeurs magnétiques		Grandeurs électriques	
Force magnétomotrice	$F_{MM} = NI$	Force électromotrice	$F_{EM} = U(V)$
Flux magnétique	$\phi(Wb)$	Courant électrique	$I(A)$
Réductance	$\mathfrak{R} = \frac{1}{\mu_0\mu_r} \frac{L}{S}$	Résistance	$R = \rho \frac{L}{S}$
ddp magnétique	$F_{MM} = \mathfrak{R} \phi$	ddp électrique	$U = R I$
Maille magnétique	$\sum_{Maille} F_{MM}$	Maille électrique	$\sum_{Maille} U$
Nœud magnétique	$\sum_{Noeud} \phi$	Nœud électrique	$\sum_{Noeud} I$

Exercices sur le quatrième chapitre

Exercice 01

Quel est le flux traversant une surface $S = 20 \text{ dm}^2$ placée dans un champ d'induction uniforme $B = 0.4$ Tesla.

1. Lorsque la surface est normale aux lignes d'induction.
2. Lorsque la normale à la surface fait un angle de 60° avec la direction de l'induction.

Rép. 01

$S = 20 \text{ dm}^2$, $B = 0.4$ Tesla.

- $\Phi = B S = 0.4 \cdot 20 \cdot 10^{-2} \quad \Phi = 8 \cdot 10^{-2} \text{ Wb.}$
- $\Phi = B S \cos\theta = 0.4 \cdot 20 \cdot 10^{-2} \cos 60 \quad \Phi = 4 \cdot 10^{-2} \text{ Wb}$

Exercice 02

Soit un tore magnétique (circuit fermé) de longueur $L = 1 \text{ m}$ et de diamètre $D = 5 \text{ cm}$. La bobine excitatrice est parcourue par un courant $I = 10 \text{ A}$. Si le noyau du tore est en bois le flux est : $\Phi_0 = 2.512 \cdot 10^{-6} \text{ Wb}$. Si le noyau est en fer au silicium le flux atteint : $\Phi_r = 2.74 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$.

- Déterminer le nombre des spires de la bobine.
- Quelle est la perméabilité absolue du fer au silicium.

Rép. 02

- Cas du bois $\Phi_0 = 2.512 \cdot 10^{-6} \text{ Wb}$, $N = ?$

$\Phi_0 = B_0 S \text{ alors } B_0 = \frac{\Phi_0}{S}$

$S = 1.96 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2, B_0 = 1.27 \cdot 10^{-3} \text{ T}, H_0 = 1.01 \cdot 10^3 \frac{\text{Atr}}{\text{m}}, N = 102 \text{ spires}$

- Cas du fer au silicium : $B_1 = 1.4 \text{ T}, \mu = 1.37 \cdot 10^{-3}$

Exercice 03

Soit un anneau en bois de longueur moyenne 1.25 m , pour obtenir $B_0 = 1.4 \text{ T}$; la bobine doit fournir une force magnétomotrice de quelle valeur.

- Quel est le nombre de spires N ; si le courant $I = 10 \text{ A}$.
- Si on remplace l'anneau par une autre en fer doux, pour le même courant ; calculer le nombre de spires pour obtenir la même induction.
- Calculer la perméabilité relative.

De la courbe $B(H)$ du fer au silicium on note pour $B = 1.4 \text{ T}$, $H = 1600 \text{ A.tr/m}$.

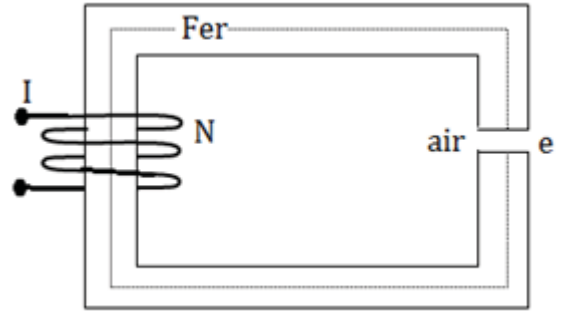
Rép. 03

- Cas d'un anneau en bois $N = 14 \cdot 10^{-14} \text{ spires}$
- Cas d'un anneau en fer au silicium $N = 200 \text{ spires}$
- La perméabilité du fer $\mu_r = 696.3$

Exercice 04

Le circuit magnétique représenté dans la figure est constitué du fer. On donne $S = 9 \text{ cm}^2$, $l = 30 \text{ cm}$, $e = 0.5 \text{ mm}$; $\mu_r = 7 \cdot 10^4$

1. Calculer la FMM pour que l'induction B soit de 1 Tesla.
2. Déterminer les ré reluctances du fer ainsi que l'inductance L lorsque $N = 400$ spires.

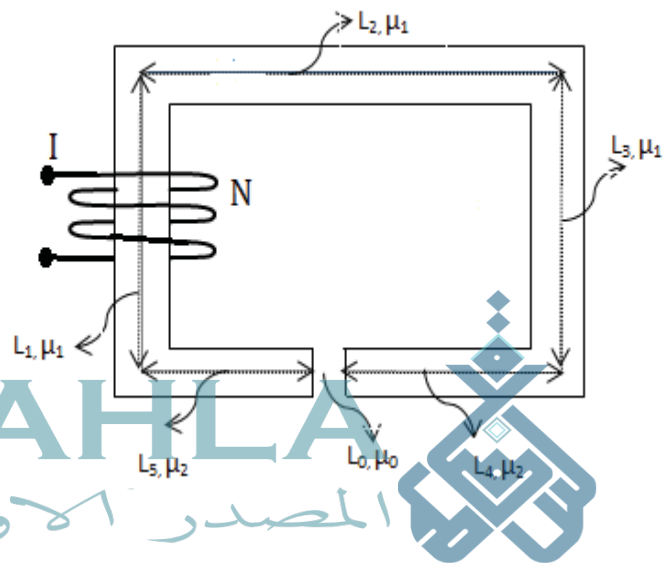
**Rép. 04**

La FMM = 401 Atrs, $R_{fer} = 3.8 \cdot 10^4 \text{ Atrs/Wb}$,
 $R_{air} = 4.4 \cdot 10^5 \text{ Atrs/Wb}$, $L = 0.33 \text{ H}$.

Exercice 05

Soit le circuit magnétique (représenté dans la figure) constitué de :

- Les tronçons 1, 2, 3 sont de même substance ferromagnétique F1, avec $L_1 = 0.15 \text{ m}$, $L_2 = 0.2 \text{ m}$, $L_3 = 0.15 \text{ m}$. $S_1 = S_2 = S_3 = 0.003 \text{ m}^2$.
- Les tronçons 4, 5 sont de même substance ferromagnétique F2, avec $L_4 = 0.12 \text{ m}$, $L_5 = 0.075 \text{ m}$, $S_4 = S_5 = 0.004 \text{ m}^2$.
- Entre fer avec $L_0 = 0.005 \text{ m}$, $S_0 = 0.004 \text{ m}^2$.



Calculer le courant I pour avoir un flux $\Phi = 36 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$. On donne le nombre de spires est $N = 200$. de la courbe de magnétisation $B=f(H)$, on donne ($B=1.2 \text{ T}$, $H=800 \text{ Atr/m}$), ($B=0.9 \text{ T}$, $H=500 \text{ Atr/m}$).

Rép. 05

$$B_1 = B_2 = B_3 = 1.2 \text{ T} , \quad H_1 = H_2 = H_3 = 800 \text{ Atr/m}$$

$$B_4 = B_5 = B_0 = 0.9 \text{ T} , H_4 = H_5 = 500 \frac{\text{Atr}}{\text{m}}, \quad H_0 = 7.2 \cdot 10^5 \text{ Atrs/m}$$

$$i = 20.5 \text{ A}$$

Exercice 06

Soit le circuit magnétique (représenté dans la figure) constitué de tôle en fer doux. Ce circuit représente une symétrie par rapport au noyau central. Calculer le nombre des spires pour avoir dans le noyau $B = 1 \text{ T}$, $I = 100 \text{ mA}$.

Les paramètres géométriques des différents tronçons sont comme suit ; $S_1 = S_2 = 2.812 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$, $S_3 = 5.625 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$, $S_4 = 3.041 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$. $L_1 = L_3 = 43.75 \text{ mm}$, $L_2 = 25 \text{ mm}$, $L_4 = 38.5 \text{ mm}$, $L_{01} = L_{02} = 0.15 \text{ mm}$.

On donne la courbe de magnétisation :

B (T)	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8
H (Atr/m)	30	65	110	155	220	390	520	3500	13800

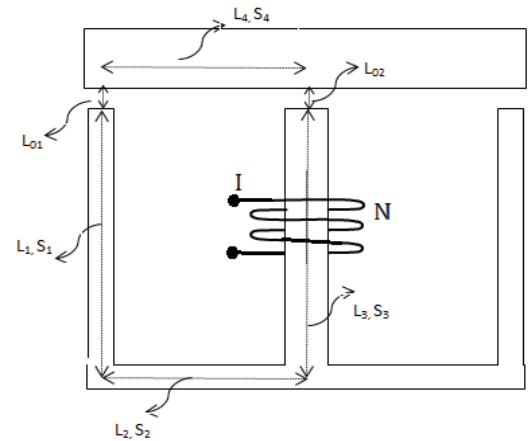
Rép. 06

$$\Phi_1 = \Phi_2 = 2.813 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}, \quad B_1 = B_2 = B_3 = 1 \text{ T}, \\ H_1 = H_2 = 220 \text{ Atrs/m}$$

$$B_3 = B_{02} = 1 \text{ T}, \quad H_3 = 220 \text{ Atrs/m}, \quad B_4 = 0.925 \text{ T}, \\ H_4 = 175 \text{ Atrs/m}$$

$$H_{0,1,0,2} = 795774.7 \text{ Atrs/m}$$

$$N = 1514 \text{ spires}$$



Chapitre V

Les transformateurs



SAHLA MAHLA

المصدر الأول للطالب الجزائري



V.1 Introduction

Le transformateur permet de *transférer de l'énergie* (sous forme alternative) *d'une source à une charge*, tout en *modifiant la valeur de la tension*. La tension peut être *soit augmentée ou abaissée* selon l'utilisation voulue. Le changement d'un niveau de tension à un autre se fait par *l'effet d'un champ magnétique*.

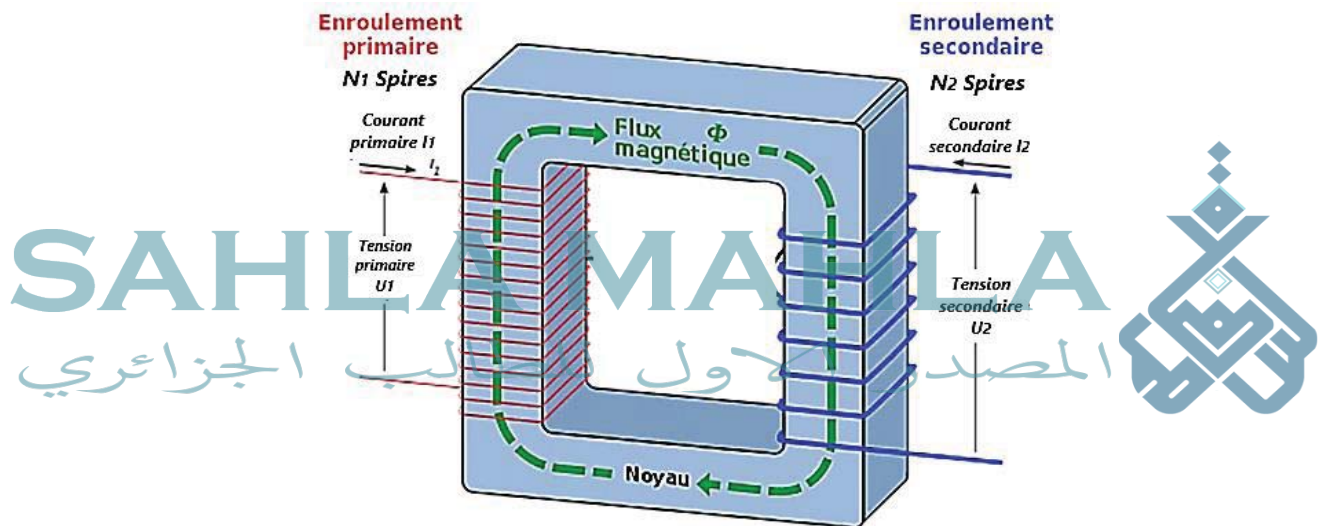
Parmi les applications des transformateurs, on note :

Electronique : alimentation à basse tension, adaptation d'impédances.

Electrotechnique : transformation de la tension pour le transport et la distribution d'électricité, alimentation à basse tension (par exemple, lampes halogènes).

V.2 Principe de fonctionnement

Le transformateur est constitué de *deux enroulements* (ou plus) couplés sur un *noyau magnétique* (un matériau ferromagnétique)



Le côté de la *source* est appelé *primaire*. Le côté de la *charge* est appelée *secondaire*. Le flux ϕ est le flux mutuel. Il faut remarquer *qu'il n'existe aucune connexion électrique* entre le primaire et le secondaire. Tout le *couplage* entre les deux enroulements est *magnétique*.

Lorsqu'on applique une *tension alternative* à la source, ceci *crée un flux alternatif* dans le noyau magnétique. Selon la loi de Faraday, ce flux crée des *forces électromotrices (fem)* dans les bobines. La *force électromotrice induite* est *proportionnelle au nombre de tours* dans la bobine et au *taux de variation du flux*.

Selon le *rapport du nombre de tours entre le primaire et le secondaire*, le secondaire alimente la charge avec une tension différente de celle de la source.

Si $U_1 < U_2$, le transformateur est dit *élévateur de tension* ;

Si $U_1 > U_2$, le transformateur est dit *abaisseur de tension* ;

Si $U_1 = U_2$, le transformateur est un *transformateur d'isolement* ;

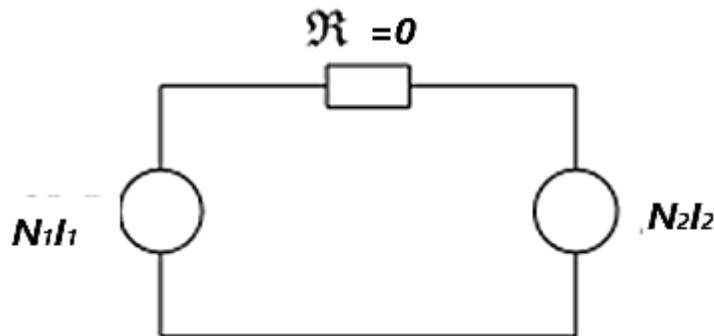
V.3 Transformateur idéal

On définit un transformateur idéal ayant les caractéristiques suivantes :

1. La résistance dans les fils (au primaire et secondaire) est *nulle*.
2. Le noyau magnétique est parfait ($\mu_r = \infty$).

Dans ce cas *la reluctance du noyau sera nulle*, et donc *il n'y a pas de fuite*. Le flux est donc totalement contenu à l'intérieur du noyau. Le couplage magnétique entre le primaire et le secondaire est parfait; *tout le flux du primaire se rend au secondaire*. Le rendement dans ce cas est égal à 100%.

Le circuit équivalent du transformateur idéal est donc



Circuit équivalent du transformateur idéal

Le rapport de transformation $K = \frac{N_2}{N_1} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{I_1}{I_2}$

V.4 Transformateur réel

Le transformateur réel ne possède pas des caractéristiques parfaites comme le transformateur idéal. On doit tenir compte de :

1. *Noyau magnétique*. Le noyau possède une caractéristique B(H) non-linéaire, avec *hystérésis*, et une perméabilité non-infinie ($\mu_r \neq \infty$).
2. *Bobinages*. Les bobinages sont en cuivre, ayant une *résistivité non-nulle* ($\rho \neq 0$).

Compte tenu de ces caractéristiques, on peut déduire *six sources de pertes* dans le transformateur :

1. Puisque la perméabilité du noyau est non-infinie, la réluctance du noyau ne sera pas nulle. Il y a par conséquent *des fuites de flux* : (a) au primaire (b) au secondaire
2. Pertes dans le *fer par Hystérésis* et *des fuites par courants de Foucault*.
3. La résistivité des fils de cuivre implique une résistance interne au primaire et au secondaire et se traduit par *pertes Joules*.

Les conséquences de ces phénomènes parasites sont :

- Le rendement du transformateur est *inférieur à 100%*.
- Le rapport de tension entre le primaire et le secondaire ne sera pas exactement égal au rapport du nombre de tours. $K = \frac{N_2}{N_1} \neq \frac{U_2}{U_1} \neq \frac{I_1}{I_2}$

V.4.1 Circuit équivalent du transformateur réel

Avec tous les *phénomènes parasites* vus dans la section précédente, on peut représenter ces pertes par des éléments de circuit équivalent.

- **Pertes dans le noyau**

Puisque la perméabilité du noyau est finie, la réluctance sera non-nulle. Par conséquent, *pour créer le flux ϕ dans le noyau*, il faut un courant I_m . Ceci peut être représenté par une *inductance L_m* , qu'on appelle une *inductance magnétisante*.

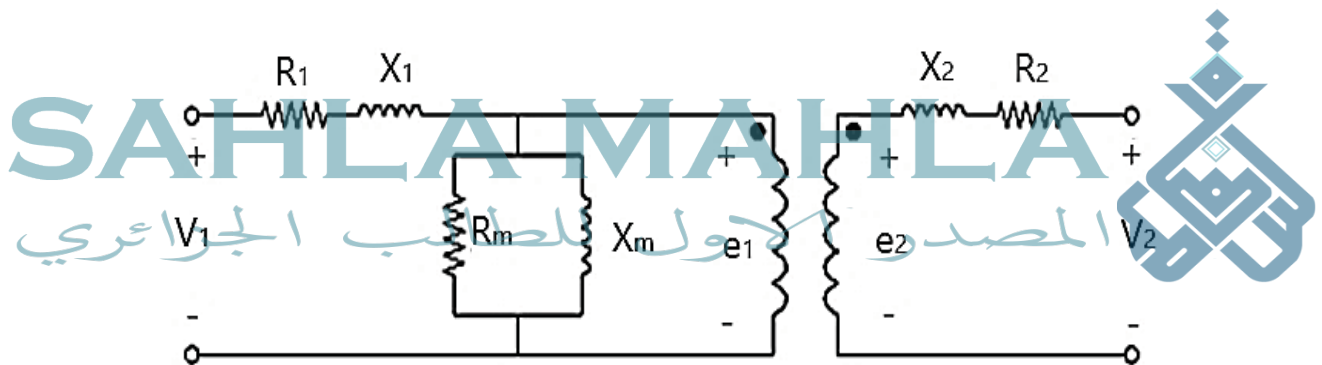
On représente les *pertes* dans le noyau par une *résistance R_m* en parallèle avec l'inductance magnétisante L_m .

- **Fuites au primaire et secondaire**

On représente ces pertes par des réactances inductives X_1 et X_2 , pour le primaire et le secondaire, respectivement.

- **Pertes par effet Joule**

On représente la résistance des fils de cuivre par des résistances R_1 et R_2 pour le primaire et le secondaire, respectivement.

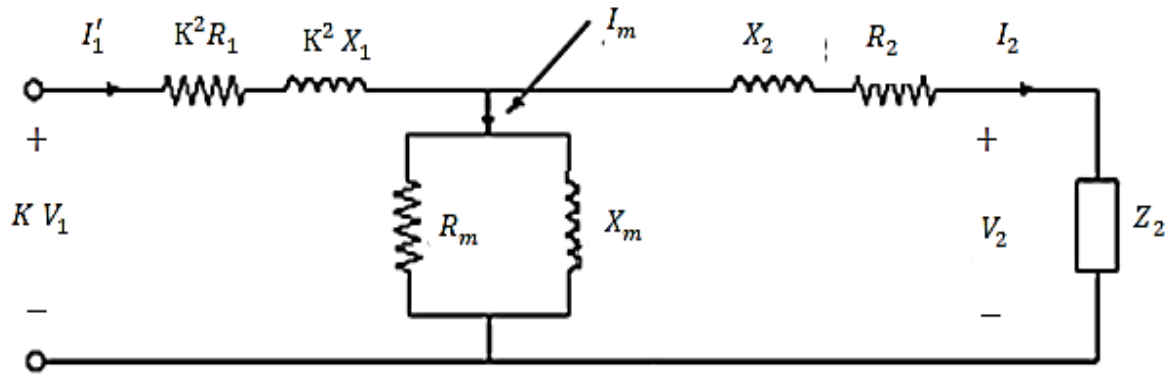


Pour faciliter l'analyse du circuit, on ramène les impédances du secondaire au primaire. Comme on peut ramener les paramètres primaires au secondaire. On obtient alors:

- **Paramètres primaires au secondaire**

$R_S = R_2 + k^2 R_1$ La résistance du transformateur ramenée au secondaire

$X_S = X_2 + k^2 X_1$ La réactance de fuites magnétiques ramenée au secondaire



De ce circuit, on définit :

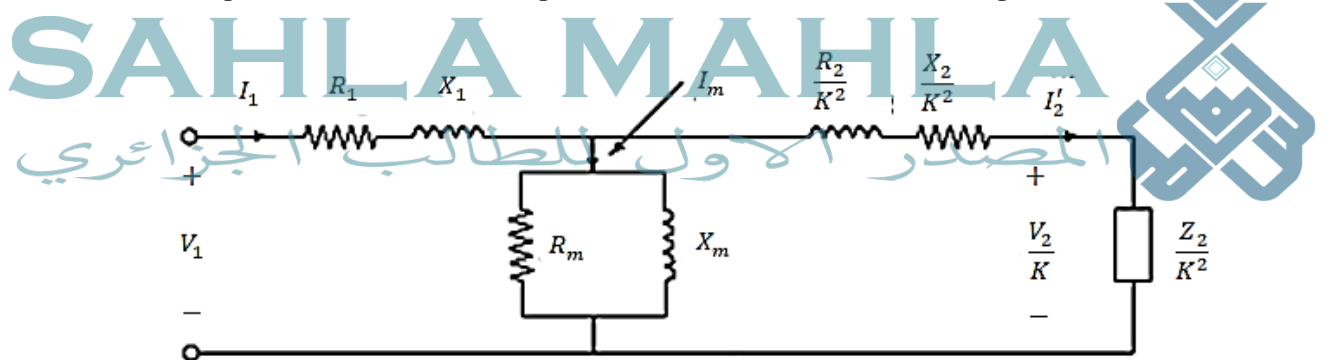
$$X'_1 = k^2 X_1 \quad R'_1 = k^2 R_1 \quad V'_1 = k V_1 \quad I'_1 = \frac{I_1}{k}$$

- Paramètres secondaire au primaire

$R_p = R_1 + \frac{R_2}{k^2}$ La résistance du transformateur ramenée au primaire

$X_p = X_1 + \frac{X_2}{k^2}$ La réactance de fuites magnétiques ramenée au primaire.

Le schéma équivalent dans le cas des paramètres secondaires ramenés au primaire :

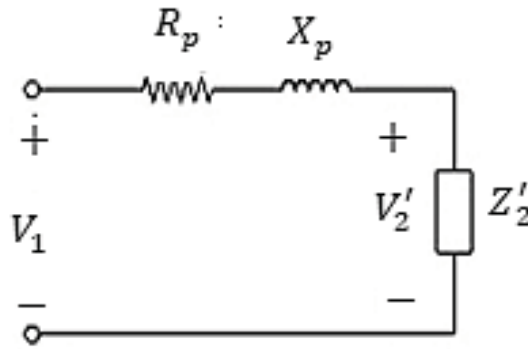


De ce circuit, on définit :

$$X'_2 = \frac{X_2}{k^2} \quad R'_2 = \frac{R_2}{k^2} \quad V'_2 = \frac{V_2}{k} \quad I'_2 = k I_2$$

Dans un transformateur typique, le courant I_0 est *seulement* 2 à 4% de la valeur du courant I_1 . Pour simplifier l'analyse, on peut donc négliger le courant I_0 . On va donc supposer que le noyau a des pertes fer négligeables et une perméabilité élevée.

On obtient alors le circuit suivant :



Circuit équivalent simplifié du transformateur.

$$X_p = X_1 + \frac{X_2}{k^2}, \quad R_p = R_1 + \frac{R_2}{k^2}, \quad Z'_2 = \frac{Z_2}{k^2}, \quad V'_2 = \frac{V_2}{k}$$

On obtient alors les relations suivantes :

$$V_1 = R_p I_1 + jX_p I_1 + V'_2$$

$$I'_2 = I_1$$

et ainsi un diagramme vectoriel simplifié.

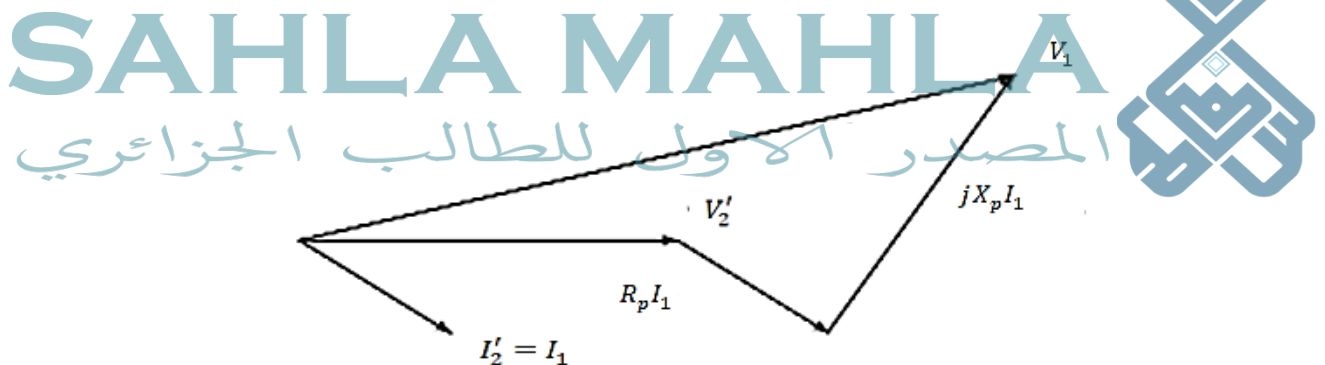


Diagramme vectoriel des tensions et courants du transformateur simplifié.

V.5 Autres Transformateurs

V.5.1 Transformateur d'isolement

Un transformateur crée une isolation galvanique entre son primaire et son secondaire, cette propriété est utilisée tout spécialement dans les transformateurs d'isolement. Ils servent à assurer la sécurité d'une installation en protégeant des électrocutions par exemple. La séparation galvanique permet aussi d'éliminer une partie du bruit électrique, ce qui est utile pour certains appareils électroniques sensibles. Ces transformateurs ont presque le même nombre de spires au primaire et au secondaire :

Ils sont, par exemple, largement utilisés dans les blocs opératoires : chaque salle du bloc est équipée de son propre transformateur d'isolement, pour éviter qu'un défaut dans un bloc n'affecte les autres.

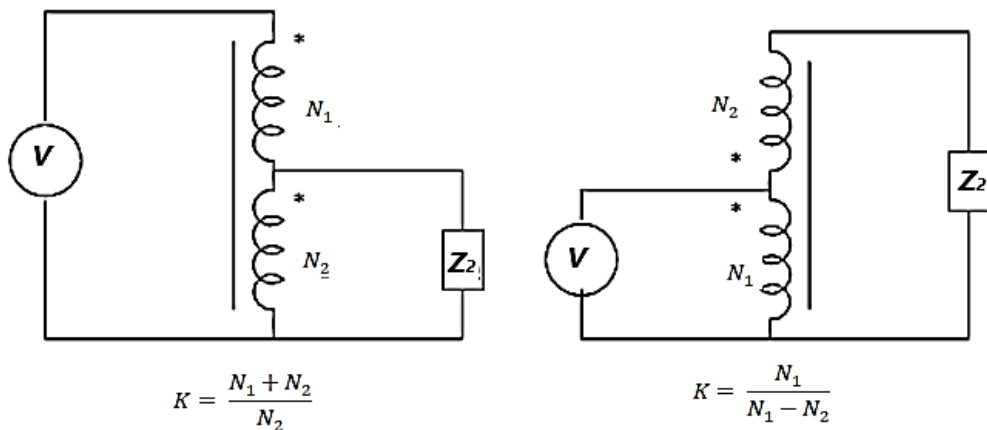
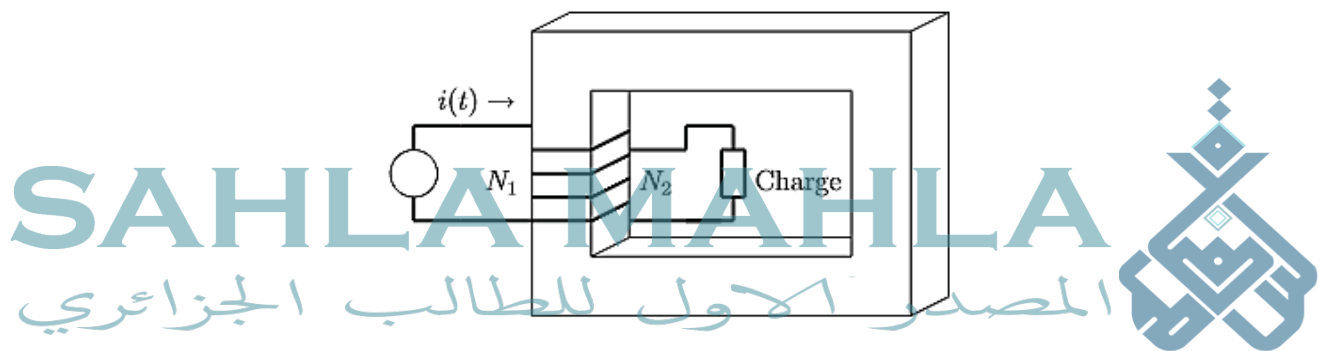
Un autre intérêt est de pouvoir changer de régime de neutre (cas d'utilisation de matériel informatique et/ou d'équipements électroniques sensibles dans une installation IT).

V.5.2 Transformateur à impulsion

Ce type de transformateur est utilisé pour la commande des thyristors, triacs et des transistors. Il présente, par rapport à l'opto-coupleur, les avantages suivants : fonctionnement possible à fréquence élevée, simplification du montage, possibilité de fournir un courant important, bonne tenue en tension.

V.5.3 Autotransformateur

L'autotransformateur est constitué d'un enroulement primaire et secondaire bobinés sur le même circuit magnétique. En d'autres termes, c'est un transformateur à un enroulement. Les deux enroulements ont une partie commune, et il n'y a pas d'isolation galvanique entre les deux enroulements.

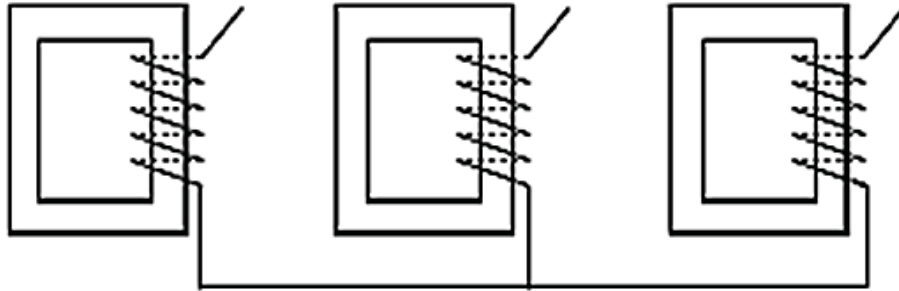


Un auto-transformateur est utilisé pour : $K = \frac{N_1 + N_2}{N_2}$ $K = \frac{N_1}{N_1 - N_2}$

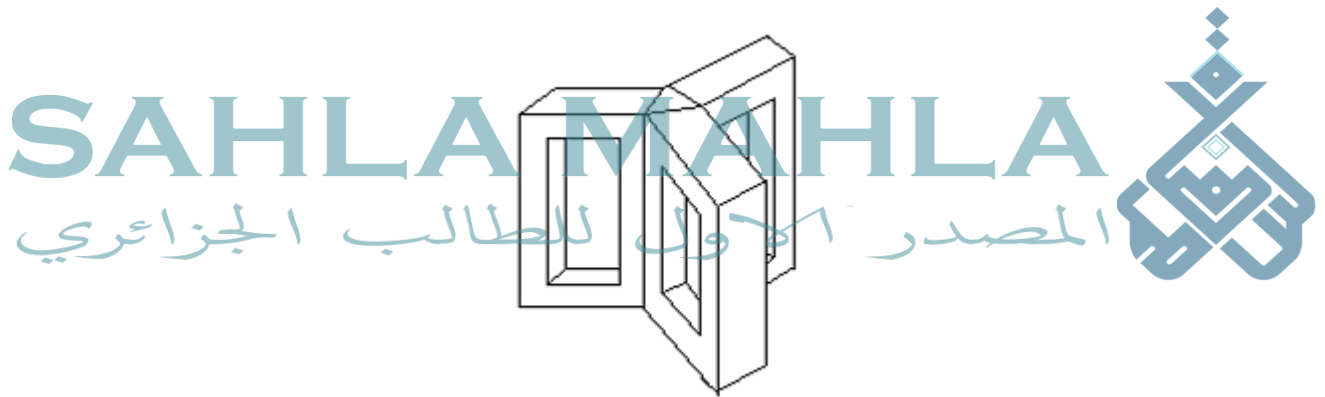
- Démarrer les moteurs à induction et les moteurs synchrones afin de fournir jusqu'à 50 à 60% de la tension totale au stator du moteur lors du démarrage.
- Donner un petit coup de pouce à la distribution d'un câble, en compensant les chutes de tension.
- Il est également utilisé comme régulateur de tension.

V.5.4 transformateurs triphasés

Un transformateur triphasé peut être constitué de trois transformateurs monophasés. La figure représente les enroulements primaires couplés en étoile. Cette solution entraîne un encombrement important et une sous-utilisation du fer mais elle est parfois utilisée.



- Il est possible de réaliser le circuit magnétique ci-contre (les enroulements primaire et secondaire sont placés sur les colonnes verticales périphériques) : Chaque enroulement primaire comporte n_1 spires, le secondaire n_2 spires. Le circuit magnétique de chaque enroulement se referme dans la colonne centrale, les flux sont indépendants.



$$V_1 = jn_1\omega\Phi_1, \quad V_2 = jn_2\omega\Phi_2, \quad V_3 = jn_3\omega\Phi_3$$

$$\text{D'où le flux dans la colonne centrale : } \Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = \frac{1}{jn_1\omega} (V_1 + V_2 + V_3)$$

Si $V_1 + V_2 + V_3 = 0$, il est possible de supprimer la colonne centrale. Ce type de transformateur se rencontre très rarement à cause de la complexité de la construction par rapport au bénéfice obtenu.

Pour simplifier la construction, on réalise des circuits magnétiques coplanaires (un seul enroulement par colonne est représenté sur le schéma ci-contre) : la somme des flux dans chacune des colonnes verticales est nulle ($\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = 0$) si les fuites de flux sont négligées. Le circuit magnétique est à flux liés : les différents flux ne peuvent pas s'établir indépendamment les uns des autres.

Exercices sur le cinquième chapitre**Exercice 01**

Un transformateur de commande et de signalisation monophasé a les caractéristiques suivantes :
230 V/ 24 V 50 Hz , 630 VA

- 1- Les pertes totales à charge nominale sont de 54,8 W. Calculer le rendement nominal du transformateur pour $\cos \varphi_2 = 1$ et $\cos \varphi_2 = 0.3$.
- 2- Calculer le courant nominal au secondaire I_{2N} .
- 3- Les pertes à vide (pertes fer) sont de 32,4 W. En déduire les pertes Joule à charge nominale. En déduire R_S , la résistance des enroulements ramenée au secondaire.

Rép. 01

$$\eta = 77.5 \%, I_{2N} = 26.25 \text{ A}, P_J = 32.4 \text{ W}, R_S = 32.5 \text{ m}\Omega$$

Exercice 02

Un transformateur monophasé porte les indications suivantes sur sa plaque signalétique :
 $S=2200\text{VA}$, $\eta = 0.95$, Primaire $V_{1n} = 220 \text{ V}$, Secondaire $V_{2n} = 127 \text{ V}$.

- 1) Calculer le courant primaire nominal I_{1n}
- 2) Calculer le courant secondaire nominal I_{2n}
- 3) Le rendement est précisé pour une charge absorbant le courant nominal sous tension secondaire nominale et présentant un facteur de puissance $\cos \varphi = 0.8$ AR. Calculer la valeur des pertes dans le transformateur dans ces conditions.

Rép. 02

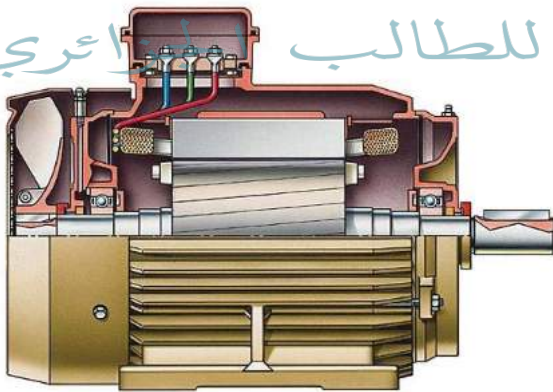
$$I_{1n} = 10 \text{ A}, I_{2n} = 17.32 \text{ A}, \sum \text{pertes} = 92.63 \text{ W}$$

Chapitre VI

*Introduction aux machines
électriques*

SAHLA MAHLA

المحاضر الاول للطالب الماھلا



VI.1 Généralités sur les machines à courant continu (M CC)

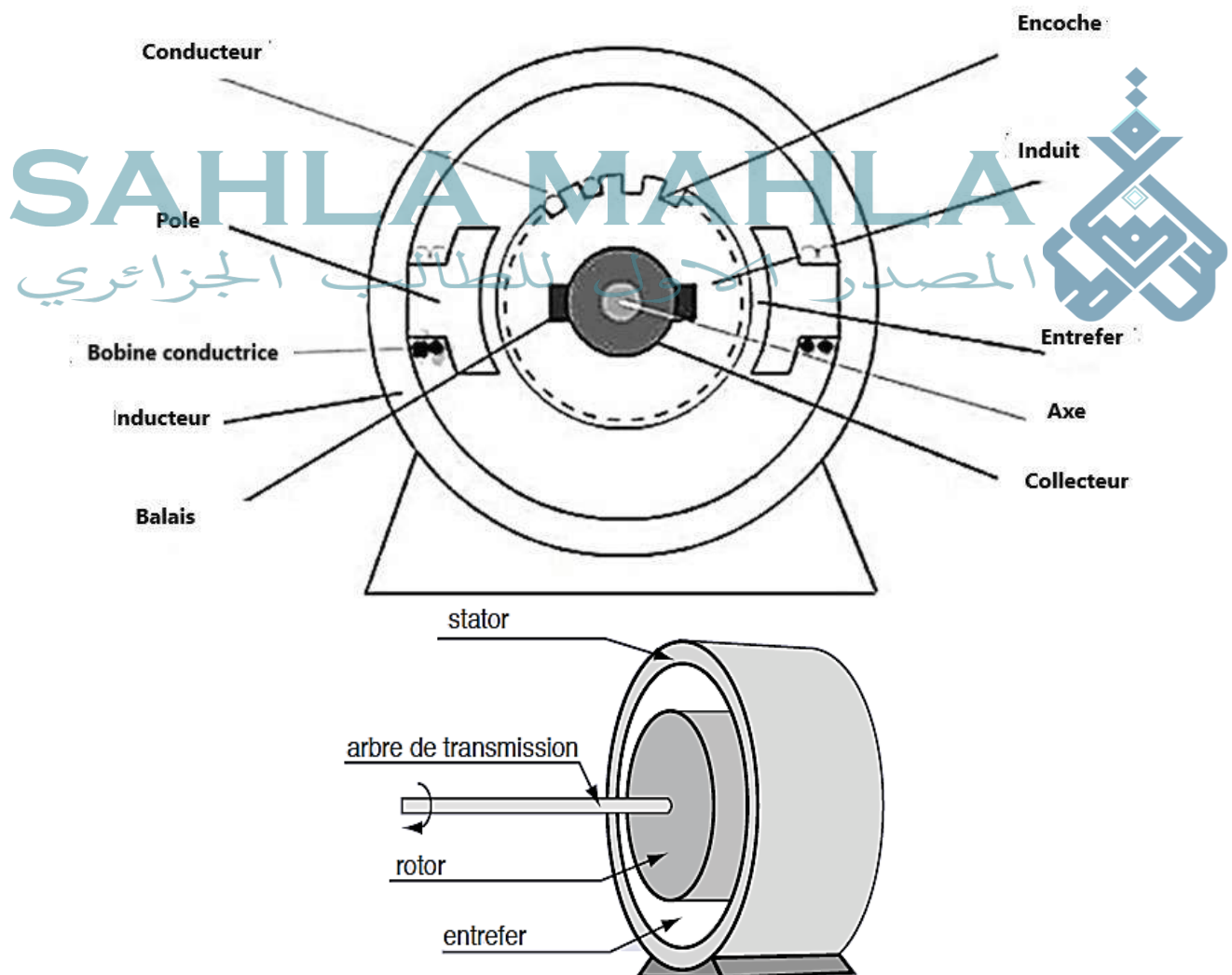
La machine à courant continu est un *convertisseur d'énergie*, totalement *réversible*, elle peut fonctionner soit en *moteur*, convertissant *de l'énergie électrique en énergie mécanique*, soit en *génératrice*, convertissant *de l'énergie mécanique en énergie électrique*. Dans les deux cas un champ magnétique est nécessaire aux différentes conversions. Cette machine est donc un *convertisseur électromécanique*.

VI.2 Constitution de la machine

La machine à courant continu est constituée de trois parties principales:

1. Stator : partie fixe, statique (*c'est un circuit magnétique*)
2. Rotor : élément entrant en rotation (*c'est un circuit magnétique*)
3. Système collecteurs et les balais

Le rotor est lié à l'arbre de transmission. Le Stator et rotor séparés par l'entrefer



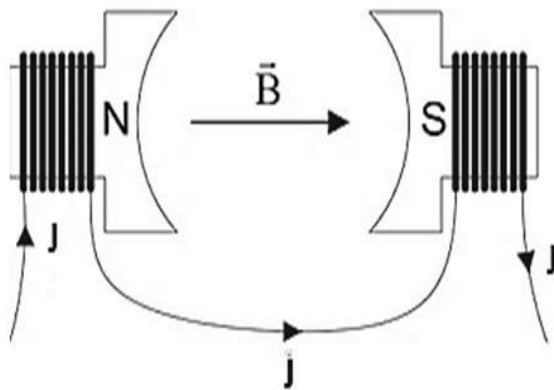
Le rôle du stator et du rotor dépend de la machine

Selon la machine :

- Stator = inducteur (contient le circuit d'excitation) ou induit (siège de la tension induite)
- Rotor = inducteur ou induit

VI.2.1 l'inducteur (ou circuit d'excitation)

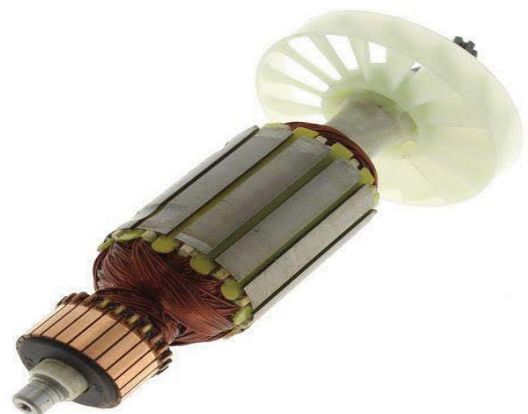
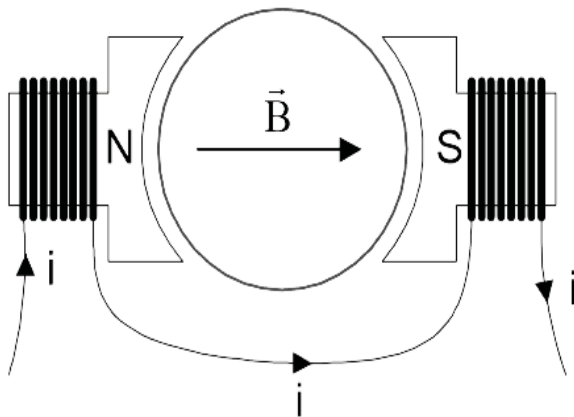
C'est un aimant ou un électroaimant (bobinage parcouru par un courant continu).



Dans une machine à courant continu, l'inducteur est situé sur la partie fixe de la machine (le stator). Il sert à créer un champ magnétique (champ "inducteur") dans le rotor.

VI.2.2 L'induit (circuit de puissance)

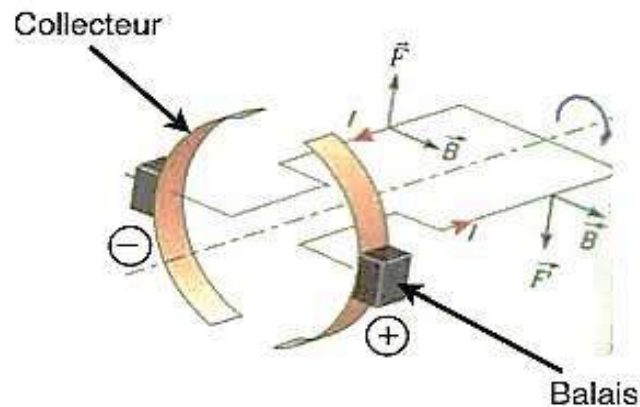
L'induit est situé au rotor (partie tournante de la machine), C'est un bobinage parcouru par un courant continu (courant d'induit).



L'induit est l'organe électromagnétique chargé de recevoir l'induction de l'inducteur et de la transformer en électricité (générateur) ou en force (moteur).

VI.2.3-Le collecteur et les balais

Le système collecteur-balais sont des organes permettant de créer une connexion électrique entre la partie fixe (stator) et, la partie tournante (rotor). Dans ce cas le câblage entre les deux parties est impossible.



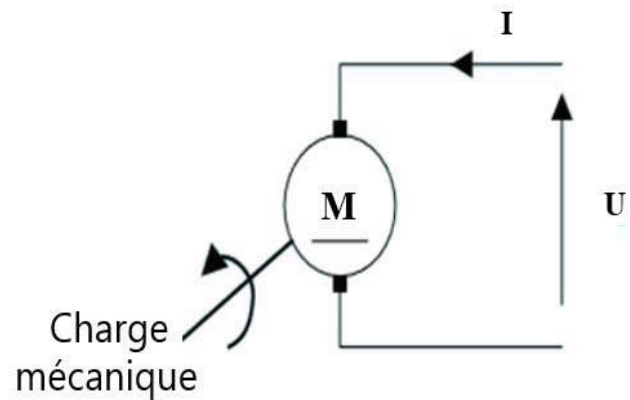
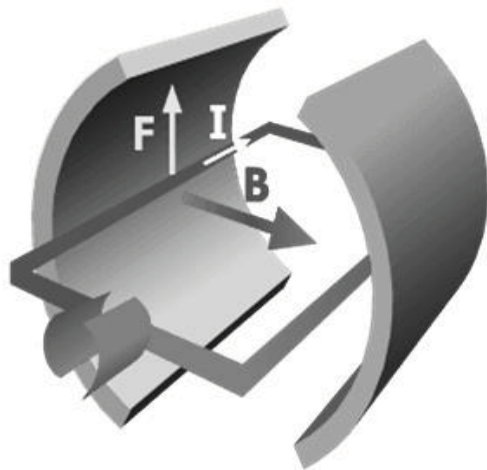
Le collecteur consiste en un anneau conducteur (généralement en cuivre), sectionné en un nombre pair de parties isolées entre elles, fixé avec une entretoise isolante sur l'axe de la machine. La connexion électrique est créée entre les parties conductrices et la partie fixée sur le stator (bornier), les balais réalisés à base de carbone. On alimente en électricité le bobinage du rotor par ces contacts (fonctionnement en moteur) ou au contraire on récupère l'électricité produite par le bobinage du rotor (fonctionnement en générateur).

VI.3 Principe de fonctionnement

Une machine à courant continu possède un nombre N de conducteurs actifs. Si on alimente le circuit inducteur (stator dans notre cas), ces conducteurs sont plongés dans un champ magnétique.

Si on considère le rotor (induit dans notre cas), deux possibilités peuvent avoir lieu :

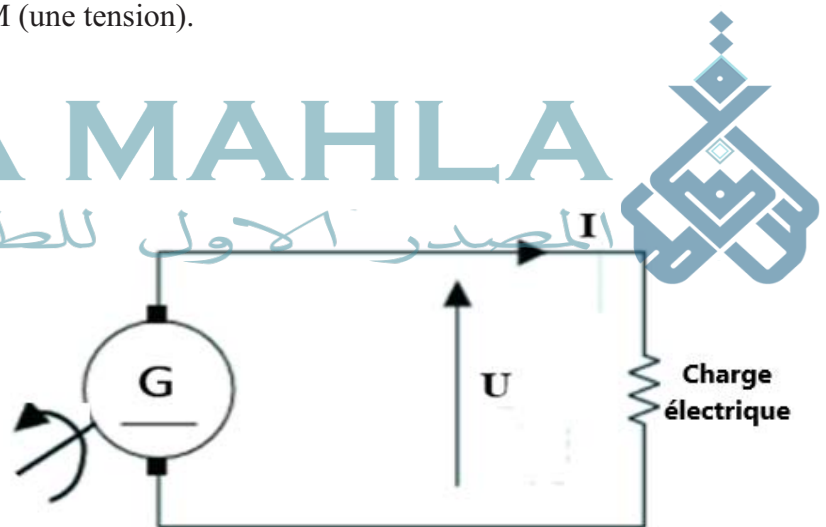
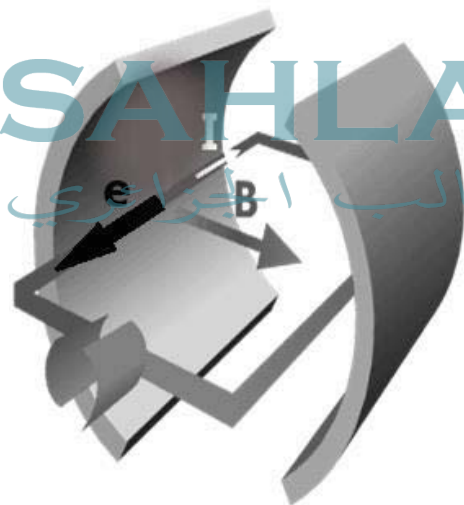
1. **Fonctionnement en moteur** : les conducteurs du rotor sont à la fois traversés par un courant électrique et plongés à l'intérieur d'un champ magnétique, ils sont alors soumis à une force électromagnétique F .



Champ magnétique inducteur B + courant d'induit donnent :

- Forces électromagnétiques (forces de Laplace)
- Couple électromagnétique
- Rotation du rotor

2. **Fonctionnement en génératrice (dynamo):** les conducteurs du rotor sont à la fois *en mouvement de rotation* et *plongé à l'intérieur d'un champ magnétique*, ils sont alors le siège d'une force électromotrice FEM (une tension).



Champ inducteur B + rotation de la spire donnent :

- variation du flux magnétique
- création d'une fem induite (e) alternative

VI.4 Schéma équivalent des machines à courant continu.

Les bobinages du stator et du rotor sont parcourus par un courant continu, alors le seul composant électrique qui entre en jeu dans le circuit électrique équivalent est la résistance électrique.

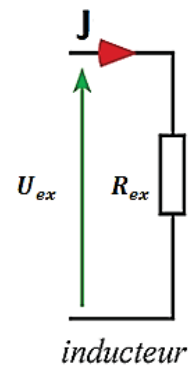
VI.4.1 Schéma équivalent de l'inducteur

La bobine de l'inducteur est alimentée par une tension dite *tension d'excitation* U_e (pour produire le flux magnétique). Alors elle est parcourue par un *courant d'excitation* J .

L'inducteur présente une résistance dite résistance de l'inducteur ou *résistance d'excitation* R_e .

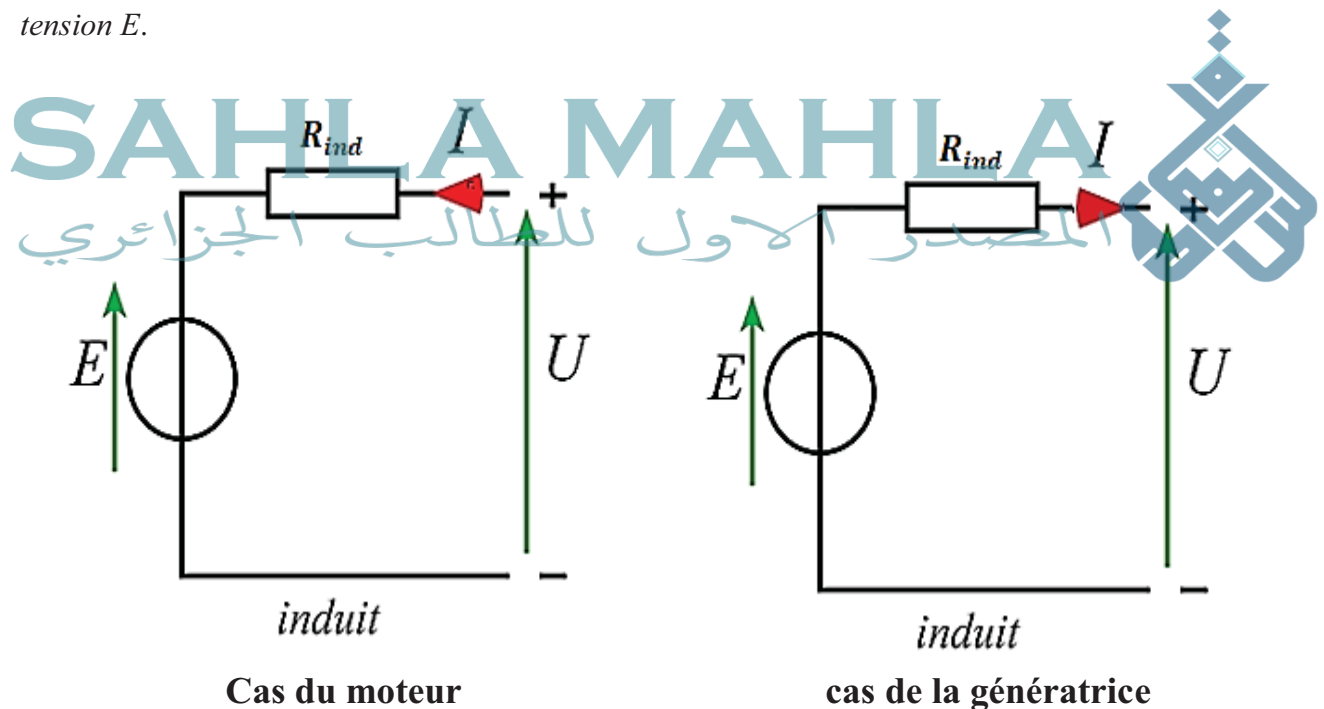
La tension aux bornes de l'inducteur est :

$$U_{ex} = R_{ex} J$$



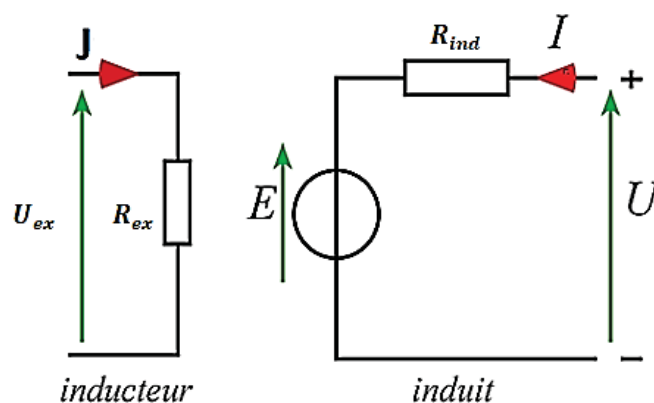
VI.4.2 Schéma équivalent de l'induit

Dans les deux cas, génératrice ou moteur, la bobine de l'induit se trouve parcouru par un courant électrique appelé *courant d'induit* I . Le sens de ce courant est entrant dans le cas du moteur et sortant dans le cas d'une génératrice. La tension aux bornes de l'induit est U . Aussi, dans les deux cas, le *rotor est en rotation dans un champ magnétique*. Alors l'induit est toujours siège d'une *tension* E .



Alors le schéma équivalent sera :

Cas du moteur



$$-U + R_{ind} I + E = 0$$

Alors

$$U_{ex} = R_{ex} J$$

$$U = E + R_{ind} I$$

Cas de la génératrice

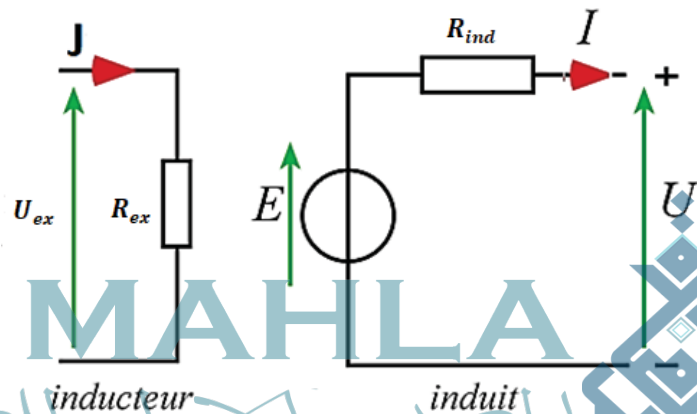
$$-U - R_{ind} I + E = 0$$

alors

$$U = E - R_{ind} I$$

$$U_{ex} = R_{ex} J$$

En pratique $R_{ex} \gg R_{ind}$ et $J \ll I$



VI.5 Force électromotrice et couple dans la machine C.C.

VI.5.1 Expression de la fem induite

La force électromotrice induite dans une machine est donnée par l'expression (loi de Faraday) :

$$E = k_e \Phi \Omega$$

E : fem induite (tension continue en Volts)

Φ : flux magnétique crée sous un pôle par l'inducteur.

Ω : vitesse de rotation (en rad/s) $\Omega = \frac{2\pi n}{60}$ où n la vitesse en tours/minutes

k_e : constante qui dépend de la machine considérée

VI.5.2 Expression du couple électromagnétique

Le couple électromagnétique dans une machine est donné par l'expression (Loi de Laplace) :

$$C_{em} = K_c \Phi I$$

C_{em} : Couple électromagnétique (en Nm)

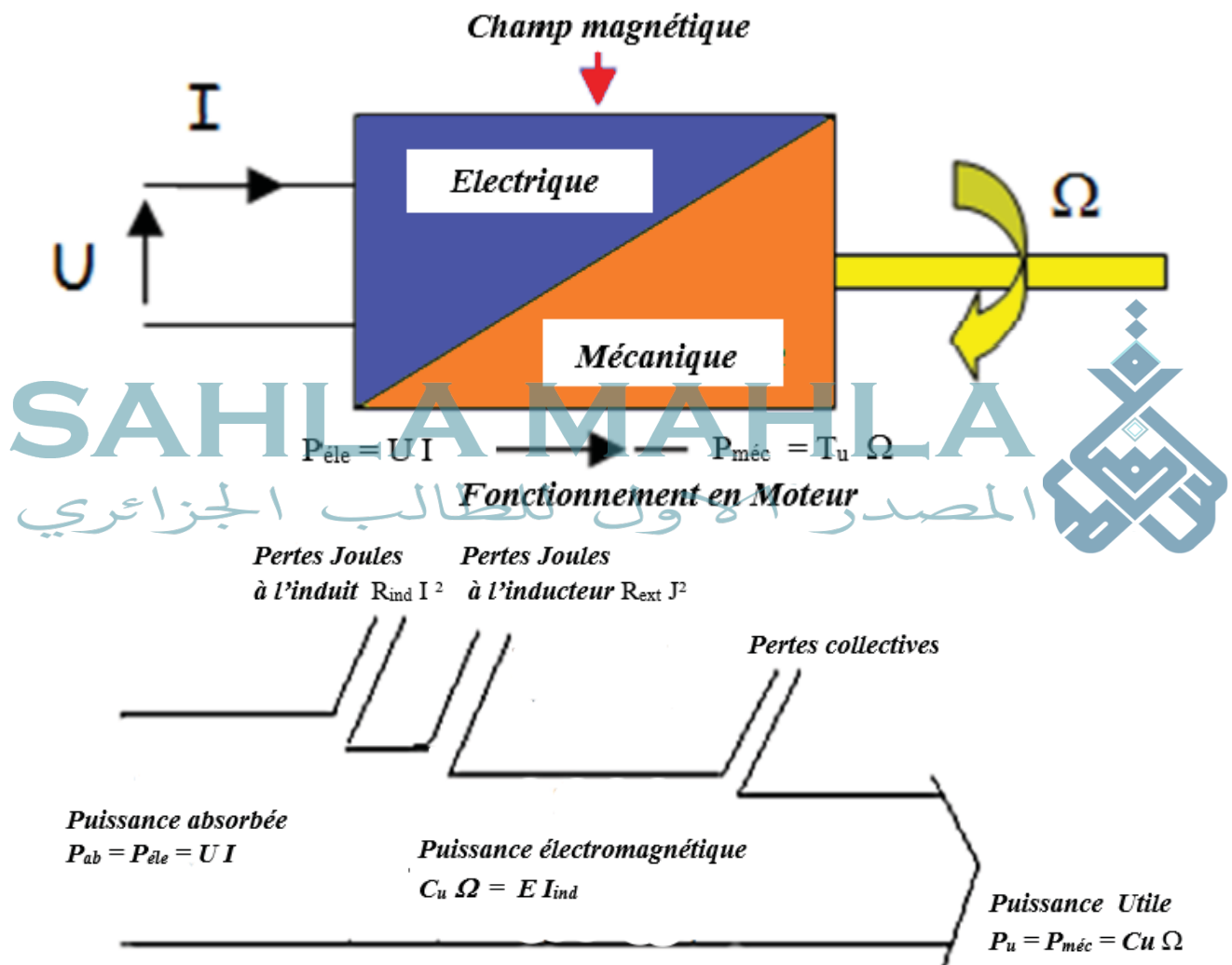
I : courant d'induit (en A)

K_c : Constante qui dépend de la machine

VI.6 Bilan de puissance et rendement.

VI.6.1 cas du moteur

Le moteur transforme l'énergie électrique absorbée en une autre énergie mécanique pour entrainer une charge mécanique (pompe, hélice,...). Une partie de l'énergie absorbée est perdue dans le moteur.



Les puissances :

1. Puissance absorbée = Puissance électrique : $P_{éle} = U I$
2. Puissance utile = Puissance mécanique : $P_{méc} = T \Omega$

Pertes Joules :

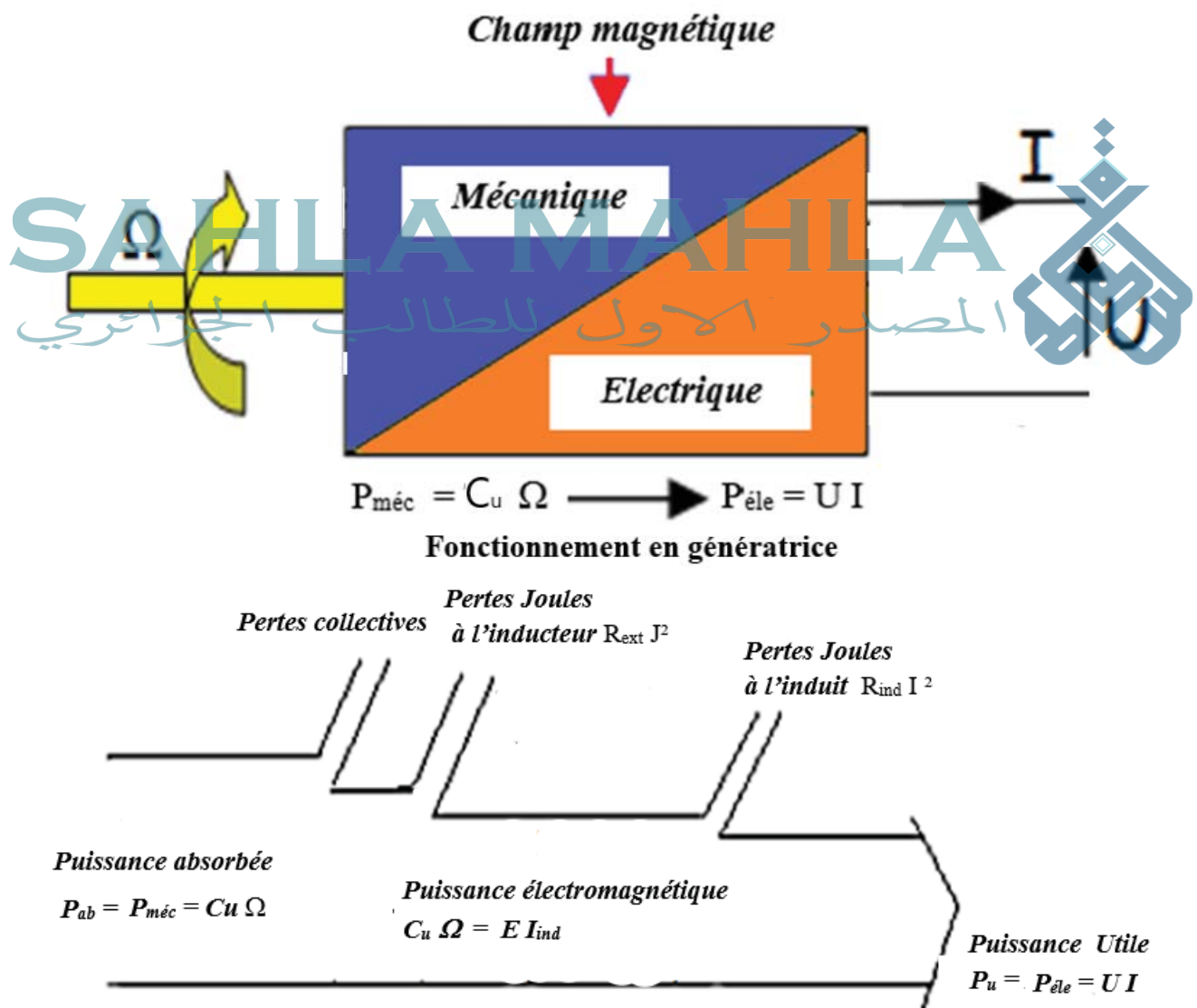
3. Induit : $P_{Jinduit} = R_{ind} I^2$
4. Inducteur : $P_{Jinducteu} = R_{ext} J^2 = U_{ext} J$

Pertes collectives (ou constantes) :

1. Pertes mécaniques (frottements, vibrations, ventilation)
2. Pertes fer (dans le matériau ferromagnétique)

Le rendement du moteur est :

$$\eta = \frac{P_{méc}}{P_{éle}} = \frac{P_u}{P_u + \sum \text{pertes}}$$

VI.6.2 cas de la génératrice

Les puissances :

1. Puissance absorbée = Puissance mécanique = $C \Omega$
2. Puissance utile = Puissance électrique = $U I$

Pertes Joules :

5. Induit : $P_{J\text{induit}} = R_{\text{ind}} I^2$
3. Inducteur : $P_{J\text{inducteu}} = R_{\text{ext}} J^2 = U_{\text{ext}} J$

Pertes collectives (ou constantes) :

1. Pertes mécaniques (frottements, vibrations, ventilation)
2. Pertes fer (dans le matériau ferromagnétique)

Le rendement du le génératrice est :

$$\eta = \frac{P_{\text{éle}}}{P_{\text{méc}}} = \frac{P_u}{P_u + \sum \text{pertes}}$$



Exercices sur le sixième chapitre**Exercice 01**

Une machine d'extraction est entraînée par un moteur à courant. L'inducteur est alimenté par une tension $U_{\text{ext}} = 600 \text{ V}$ et parcouru par un courant d'excitation d'intensité constante : $J = 30 \text{ A}$. L'induit de résistance $R_a = 0.012 \text{ Ohm}$ est alimenté par une source fournissant une tension U réglable de 0 V à sa valeur nominale : $U_n = 600 \text{ V}$. L'intensité I du courant dans l'induit a une valeur nominale : $I_n = 1.50 \text{ kA}$. La vitesse de rotation nominale est $n = 30 \text{ trs/min}$.

1. Ecrire la relation entre U , E et I .
2. Exprimer la puissance absorbée par l'induit du moteur et calculer sa valeur numérique.
3. Exprimer la puissance totale absorbée par le moteur et calculer sa valeur numérique.
4. Exprimer la puissance totale perdue par effet Joule et calculer sa valeur numérique.
5. Sachant que les autres pertes valent 27 kW , exprimer et calculer la puissance utile et le rendement du moteur.
6. Exprimer et calculer le moment du couple utile C_u et le moment du couple électromagnétique C_{em} .

On donne $\Omega = 2 \pi n$

Rép.01

$U = E + R_a I$, $P_{\text{ab}} = 900 \text{ kW}$, $P_t = 918 \text{ kW}$, $P_{\text{jtotale}} = 45 \text{ kW}$, $P_u = 846 \text{ kW}$, $\eta = 0.92$, $C_u = 69.3 \text{ kN.m}$, $C_{\text{em}} = 277.8 \text{ kN.m}$

Exercice 02

Un moteur à excitation indépendante fonctionne sous une tension $U = 160 \text{ V}$. le courant absorbé par le moteur est de $I = 8.2 \text{ A}$. la vitesse de rotation est de 1420 trs/min ; son couple utile sur l'arbre est $C_u = 7.1 \text{ Nm}$. Le courant dans l'inducteur est $J = 0.7 \text{ A}$. on donne la résistance de l'induit $R_{\text{ind}} = 0.45 \text{ Ohm}$ et la résistance de l'inducteur $R_{\text{ex}} = 220 \text{ Ohm}$. Calculer :

1. La force contre électromotrice E .
2. Le couple électromagnétique du moteur.
3. Le rendement du moteur.

Rép. 02

$E = 156.4 \text{ V}$; $C_{\text{élé}} = 8.42 \text{ Nm}$; $\eta = 0.8$