

UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE

HOUARI BOUMEIENE (USTHB)

FACULTÉ DE GÉNIE CIVIL

LA TOPOGRAPHIE : NOTIONS ET CONCEPTS

Polycopié pour Licence en Génie Civil

SAHLA MAHLA

المصدر الأول للطلاب الجزائري

Auteur EL KECHBOUR Boualem



Année 2015

Préambule

Ce polycopié s'adresse aux étudiants de licence génie civil. L'ouvrage est l'aboutissement logique de notre travail quotidien d'enseignant qui est de rassembler des informations provenant de diverses sources (livres, revues, articles, publications de l'IGN, publications des constructeurs de matériel, etc.), de recouper ces informations, de les assimiler dans leur globalité de manière à capitaliser la connaissance puis de la restituer à nos étudiants. Ce qui a été ajouté, c'est la sensibilisation et la vulgarisation de l'outil informatique et du dessin assisté par ordinateur.

La puissance et la convivialité des programmes et des machines actuelles permettent en effet d'obtenir rapidement des présentations irréprochables alliant schémas et formules ; elles permettent surtout de pouvoir faire évoluer facilement les documents créés L'ouvrage est conçu comme un polycopié allant du niveau débutant jusqu'à celui du professionnel de la topographie. L'enseignement proposé ne reste pas théorique mais s'appuie sur des exemples issus de cas réels et de nombreux exercices corrigés. On y trouve peu de photographies de matériel qui seront bien mieux reproduites (en couleurs) et documentées dans un catalogue de revendeur de matériel topographique. Aux photographies, nous avons toujours préféré le schéma, bien plus didactique. Ce livre devrait être aussi utile à un enseignant qu'à un élève ou un professionnel en situation d'apprentissage.

L'ouvrage couvre la plus grande partie des programmes d'enseignement des classes Licences de brevet en Génie civil. Nous espérons que la publication de ce cours rendra service aux étudiants car les ouvrages dans le domaine de la topographie et de la topométrie sont rares et les derniers, datent d'au moins une vingtaine d'années.

La profession a été, ces dernières années, largement bouleversée par les apports de l'informatique que par celui des nouvelles technologies de mesure et de communication. Nous espérons que l'Université mettra à la disposition des enseignants et des étudiants les moyens de dessin et de calcul informatisés tel que Autocad et Covadis.

Toutefois, il ne faut pas perdre de vue que l'informatique n'est qu'un outil et non une fin

en soi. Il faut aussi garder en permanence un esprit critique et ne jamais faire aveuglément confiance à un automate, si sophistiqué soit-il. Cette indépendance passe par une maîtrise de l'outil informatique et c'est le rôle de l'enseignant d'initier l'étudiant aux nouvelles techniques.

Topographie : Notions et Concepts

Les Concepts

La **géodésie** a pour objet initial l'étude et la mesure de la forme générale de la Terre, de sa rotation, de son champ de pesanteur et des différents systèmes de référence employables pour se repérer. Par extension de langage, le géodésien est celui qui fournit des points d'appui connus par leurs coordonnées pour les travaux topographiques dont l'objet est ainsi de densifier considérablement ce **canevas** de référence.

Basée sur des principes d'astronomie et de trigonométrie sphérique, l'astronomie géodésique permet, à partir d'observations relatives aux astres, de déterminer la position absolue de points et la direction absolue de lignes sur la surface de la terre. La position absolue est donnée par la latitude et la longitude par rapport à l'équateur et au méridien origine de Greenwich, et la direction absolue par l'angle que fait la ligne par rapport au méridien du lieu.

La topographie (du grec graphien = dessiner) est l'art de représenter graphiquement un lieu sous forme de plans ou de cartes. La confection proprement dite de ces cartes ou de ces plans relève de la cartographie. Une carte ou un plan est la représentation graphique, à une certaine échelle, de la projection orthogonale de détails de la surface de la terre, qu'ils soient naturels (rivières, montagnes, forêts, etc.), artificiels (bâtisse, routes, etc.) ou conventionnels (limites administratives).

La topographie a pour objet la description et la représentation locale des formes de la surface de la Terre. Le topographe procède donc à des **levés**, soit en mesurant directement sur le terrain (mesures d'angles, de distances, ou GPS ; § 2.2 et 2.3.1), soit en exploitant les propriétés métriques d'images aériennes stéréoscopiques du sol (photogrammétrie).

La **topométrie** représente l'ensemble des moyens géométriques employés pour effectuer des mesures de positions relatives de points. C'est donc la boîte à outils de base du topographe.

Le travail du **géomètre** recouvre une série d'activités complémentaires mais étendues, allant de la topographie sous toutes ses formes à la **cartographie** (art qui consiste à représenter au mieux la topographie sous forme de cartes), et à tous les aspects techniques et juridiques de la définition de la propriété foncière.

Important : en **Topographie**, **Topométrie** et **Géodésie**, les **angles** sont exprimés en **degrés** ou bien en **grades** et les pressions en **millimètres de mercure**. On rappelle les correspondances avec les unités légales :

$$1^{\circ} = \pi / 180 \text{ rad ;}$$

$$1 \text{ gr} = \pi / 200 \text{ rad ;}$$

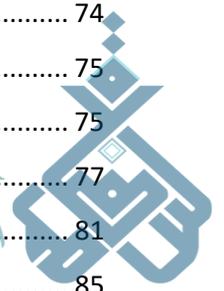
Table des matières

1	Représentation de la surface terrestre	5
1.1	Historique	5
1.2	Surfaces de référence.....	5
1.3	Systèmes de coordonnées.....	6
1.3.1	Coordonnées géographiques	6
1.3.2	Coordonnées rectangulaires planes.....	7
1.3.3	Déviations de la verticale	7
1.4	Représentations planes ou projections.....	7
1.4.1	Représentation ou projection Lambert.....	7
2	Méthodes de mesures géométriques	10
2.1	Propagation des ondes électromagnétiques dans l'atmosphère.....	10
2.2	Mesures terrestres	13
2.2.1	Mesures d'angles.....	13
2.2.2	Mesures électro-optiques de distances	16
2.2.3	Précision des mesures	21
2.3	Mesures de dénivelées, ou nivellement.....	25
2.3.1	Nivellement direct.....	26
2.3.2	Nivellement indirect.....	28
2.3.3	Autres méthodes de nivellement.....	28
2.4	Photogrammétrie	33
2.4.1	Principe général.....	33
2.4.2	Instruments employés.....	34
2.4.3	Exploitation d'images spatiales	34
2.5	Exemples de méthodes topographiques.....	35
2.5.1	Levés terrestres traditionnels (<i>levés directs</i>).....	35
3	Traitement et gestion des mesures.....	40
3.1	Acquisition et stockage des données	40
3.1.1	Logiciels de compensation	41
3.1.2	Systèmes d'information géographique (SIG)	43
3.1.3	Fonctionnement d'une station totale	45
3.2	Pratique	48
3.2.1	Lecture d'angle d'une direction	48

3.2.2	Lecture d'angle sur un polygone	48
4	Calculs topométriques.....	50
4.1	Gisement d'une direction.....	50
4.2	G0 et Rayonnement.....	51
5	Rappels de Trigonométrie	53
6	L'altimétrie.....	57
6.1	Le Levé altimétrique	58
6.2	Les Courbes de Niveaux.....	59
7	Les Implantations	61
8	Le profil en long.....	63
9	Cubature des Terrassements.....	65
10	Introduction à la Théorie des erreurs.....	72
10.1	Mesures topométriques : terminologie	72
10.2	Les erreurs en topométrie.....	73
10.2.1	Les fautes ou erreurs parasites	73
10.2.2	Les erreurs systématiques.....	74
10.2.3	Les erreurs accidentelles	74
10.3	Modèle mathématique.....	75
10.3.1	Expérimentation.....	75
10.3.2	Introduction de la courbe de Gauss	77
10.3.3	Distribution statistique normale.....	81
11	Instruments Topographique.....	85
12	SERIE D'EXERCICES DE TOPOGRAPHIE.....	98
	Bibliographie.....	114

SAHLA MAHLA

المصدر الأول للطالب الجزائري



1 Représentation de la surface terrestre

1.1 Historique

On peut retrouver des indices de travaux topographiques jusqu'à la plus haute antiquité (travaux hydrauliques, construction de grands édifices) et manifestement la définition de la propriété foncière était déjà source de conflits en Égypte

ancienne ou en Mésopotamie, mais le grand essor de toutes ces techniques date du XVII^e siècle en Europe et surtout en France : à la mesure de la forme de la Terre sont attachés les travaux de l'Académie des Sciences, et si l'abbé Picard, dès 1660, a su développer des instruments de visée extrêmement précis, ce sont des hommes comme Bouguer, La Condamine, Clairaut, Huyghens, etc., puis les quatre générations de Cassini qui ont fait faire en guère plus d'un siècle des progrès absolument décisifs à la géodésie et à la cartographie. Il faut en retenir qu'entre 1760 et 1950, la précision des méthodes topométriques n'a même pas gagné un facteur 10, les seuls progrès significatifs étant dans le domaine de la facilité de mise en oeuvre et dans l'ergonomie de ces techniques.

Aujourd'hui, en France, la notion de réseau géodésique national (sur lequel tous travaux topographiques doivent s'appuyer pour toujours rester compatibles entre eux, avec 500 000 repères d'altitude de précision et 100 000 repères géodésiques) s'efface avec un positionnement spatial mondial précis et d'accès facile comme le GPS (§ 2.3.1), et la notion de carte de base, document de base commun à tous types d'activités localisées et permettant la synergie entre travaux ultérieurs,

disparaît devant le besoin omniprésent de bases de données numériques nationales ou mondiales, réclamées pour les applications des systèmes d'informations géographiques, et dont les performances semblent devoir disqualifier pour longtemps tout autre moyen de représentation de la surface topographique.

En France donc, le Cadastre a commencé à numériser tous les plans cadastraux, alors que l'Institut Géographique National a engagé, depuis 1986, la majorité de ses moyens dans plusieurs bases de données nationales, dont la BDTopo d'une précision métrique et la BDCarto de précision décimétrique. C'est dire que dans ce secteur professionnel, tout change (de nouveau) avec une grande rapidité.

1.2 Surfaces de référence

La surface de la Terre ne s'écarte que de quelques dizaines de kilomètres de celle d'une sphère : cette surface est elle aussi parfois appelée topographie. Il s'agit à proprement parler de l'interface entre la partie solide de l'écorce terrestre et l'atmosphère ou les océans. Mais si l'on cherche à décrire cette surface, on est amené à s'intéresser au champ de pesanteur terrestre : en effet, la seule grandeur accessible en tout point est la direction de la verticale, qui est donc une référence obligée. Si l'on étudie le champ de pesanteur, champ en $1/r^2$ comme le champ électrique par exemple, on pourra définir des surfaces équipotentielles dont

l'espacement sera susceptible de varier d'un endroit à l'autre. Lorsque ces surfaces se rapprochent, et par analogie avec le champ électrique, le champ de pesanteur augmente, ce qui se traduit par des valeurs de g plus importantes que lorsque ces surfaces s'éloignent (une surface équipotentielle du champ de pesanteur n'a rien à voir avec une surface où g serait une constante). Une telle surface équipotentielle est partout perpendiculaire à la direction de la pesanteur, donc à la verticale locale, mais g n'y est pas uniforme. Si les océans n'étaient traversés d'aucun courant, s'ils étaient de densité constante, et s'ils étaient au repos, leurs surfaces décriraient des équipotentielles du champ de pesanteur. L'une de ces surfaces, proche en général du niveau moyen de la mer, a été prise pour origine des altitudes : on l'appelle géoïde. Le géoïde est assez voisin d'un ellipsoïde de révolution, par rapport auquel il présente des irrégularités plus ou moins corrélées avec la topographie, n'excédant pas 100 m. On recherche donc l'ellipsoïde qui est le plus proche du géoïde, et on privilégie cette nouvelle surface parce qu'elle se décrit mathématiquement par deux nombres seulement : le demi-grand axe a et le demi-petit axe b . On va donc repérer de manière fiable tout point par rapport à sa position sur l'ellipsoïde par trois nombres (par exemple une longitude, une latitude et une hauteur).

Mais, pour beaucoup d'opérations, il faut en arriver à une représentation cartographique plane, permettant de travailler sur papier, et l'ellipsoïde n'est bien évidemment pas une surface développable. On va donc définir une dernière surface de référence, souvent cylindre ou cône (donc développable), et on déterminera une transformation amenant le point de l'ellipsoïde sur cette surface. Cette transformation est appelée représentation plane, et il s'agit fréquemment d'une simple projection, à tel point que le terme de projection désigne parfois, de manière générique et par abus de langage, toute représentation cartographique.

De très nombreux ellipsoïdes nationaux, voire régionaux, ont été établis par le passé, chacun approximant au mieux le géoïde sur sa zone de travail, et parfaitement confondu avec lui au point fondamental (pour la France, l'ellipsoïde est dit de Clarke et date de 1880, le point fondamental étant au Panthéon à Paris). Aujourd'hui, on a souvent recours à un ellipsoïde général dit international, ce qui simplifie les conversions de coordonnées qui restent malgré tout, d'un pays à un autre et pour des travaux frontaliers par exemple, un véritable problème technique et une source considérable d'ennuis. Les demi-grand axe et demi-petit axe de l'ellipsoïde international (adopté en 1924) valent respectivement 6 378 388 et 6 356 912 m.

1.3 Systèmes de coordonnées

Pour décrire la position d'un point A à la surface de la Terre, différents systèmes de coordonnées sont utilisés.

1.3.1 Coordonnées géographiques

Longitude de A : angle dièdre entre deux plans contenant l'axe de rotation de la Terre, l'un contenant A et l'autre un point G de référence.

– **Latitude de A** : angle entre la verticale de A et le plan de l'équateur.

- **Altitude ellipsoïdique** : distance de A à l'ellipsoïde.
- **Altitude** : différents systèmes existent, tenant plus ou moins compte du champ de pesanteur, et assez proches d'une distance de A au géoïde. C'est surtout la surface servant de référence qui la différencie de la précédente.

1.3.2 Coordonnées rectangulaires planes

Elles sont fréquemment utilisées comme intermédiaire de calcul lorsqu'on emploie des méthodes de positionnement spatial. Les axes X et Y sont orthogonaux dans le plan de l'équateur, l'axe Z est confondu avec l'axe de rotation terrestre moyen.

1.3.3 Déviation de la verticale

Ce terme désigne l'écart angulaire existant à un endroit donné entre la verticale physique du lieu (direction de la pesanteur matérialisée par exemple par un fil à plomb) et la direction orthogonale à la surface de l'ellipsoïde passant par ce point. Lorsqu'elle est inconnue (cas fréquent), c'est une cause d'imprécisions dans les calculs de triangulation dans lesquels, par nécessité, on est amené à supposer que l'on travaille sur l'ellipsoïde et non sur le géoïde.

1.4 Représentations planes ou projections

La représentation cartographique du terrain sur un plan passe par l'intermédiaire de l'ellipsoïde. La représentation des points du terrain ramenés à l'ellipsoïde (par projection) sur la surface cartographique (qui est développable) peut prendre un grand nombre de variantes différentes, selon que l'on préfère que les angles entre deux visées soient conservés (représentations conformes), ou plutôt que les surfaces le soient (représentations équivalentes), ou que les surfaces ou les angles soient quelconques. On appelle **altération linéaire** la variation relative d'une longueur passant de l'ellipsoïde à la représentation cartographique, et **correction de réduction à la corde**, ou **correction de dV** (avec V visée), la correction angulaire qu'il convient d'apporter à une visée ramenée sur l'ellipsoïde lorsqu'elle est représentée sur le plan cartographique (figure 1). Nous présenterons ici les projections les plus courantes : **Lambert** (employée pour la carte de France), **UTM** (*Universal Transverse Mercator*, très employée dans le monde) et **stéréographique** (emploi fréquent pour des travaux scientifiques).

1.4.1 Représentation ou projection Lambert

La représentation Lambert utilisée pour la France consiste à projeter, avec pour pôle le centre de la Terre, les points de l'ellipsoïde de référence sur un cône ayant pour axe celui de la Terre, ce cône étant tangent à l'ellipsoïde le long d'un parallèle de latitude Φ_0 . Dans ces conditions, on constate qu'à la distance d de ce parallèle, une longueur projetée sur ce cône subit une

altération linéaire de valeur m , et R étant le rayon moyen de courbure de l'ellipsoïde en ce lieu : $m = 1 + \frac{d^2}{2R^2}$

Cette valeur de m est malencontreusement toujours supérieure à 1. On a donc jugé utile de multiplier *a priori* m par une valeur constante inférieure à l'unité, souvent notée e_0 , et qui vaut en France :

$$e_0 = 0,9998774$$

de sorte que l'altération linéaire varie à peu près entre -12 et $+16$ cm/km lorsqu'on passe de la proximité du parallèle de latitude Φ_0 à celle correspondant à $\Phi_0 + 1,5$ gr, ce qui aboutit à des valeurs dont la moyenne est centrée sur 0. Grâce à cet artifice, il y a deux parallèles le long desquels l'altération linéaire est nulle (à environ 1 gr de Φ_0), et la France est découpée en 4 zones, ayant pour largeur chacune une bande de 3 gr en latitude. La zone I est centrée sur $\Phi_0 = 55$ gr, la zone II sur 52 gr, la zone III sur 49 gr et la zone IV (pour la Corse) sur 46,85 gr. Les formules détaillées décrivant la projection Lambert peuvent être trouvées dans de nombreux ouvrages, par exemple [1].

Il faut préciser par ailleurs qu'en France, le méridien de référence (Paris) est à 2,596 921 3 gr à l'est de Greenwich. L'image de ce méridien est parallèle à l'axe des Y .

Les coordonnées Lambert pour la géodésie sont obtenues en attribuant à l'intersection du méridien de référence et du parallèle de latitude Φ_0 les coordonnées $X = 600$ km et $Y = 200$ km, sauf pour la zone IV (Corse) où $X = 234\,358$ m et $Y = 185\,861,669$ m. L'axe des Y est parallèle au Nord lorsqu'on est sur ce méridien. Les coordonnées Lambert pour la cartographie sont les mêmes, excepté la valeur de Y qui est augmentée de 1 000 km pour la zone I, 2 000 km pour la zone II, 3 000 km pour la zone III et 4 000 km pour la zone IV.

De plus, on emploie fréquemment le **système Lambert II étendu**, qui représente une extension du Lambert II (zone II) à toute la France, avec bien sûr des altérations linéaires beaucoup plus fortes.

Dans la projection Lambert, l'image des parallèles donne des arcs de cercle centrés sur S (figure 2) et celle des méridiens, des droites concourantes en S .

Projection UTM (Universal Transverse Mercator)

En français, on utilise le terme de Mercator Transverse Universelle. Cette projection conforme est très employée dans le monde, en particulier pour les cartes internationales. C'est une projection, ayant pour pôle le centre de la Terre, de l'ellipsoïde sur un cylindre qui est tangent à celui-ci tout le long d'un méridien de longitude λ , et ceci sur une zone s'étendant entre les longitudes $\lambda - 30$ et $\lambda + 30$, soit donc sur un secteur de l'ellipsoïde de 60 de longitude. Hors de cette zone, on utilise un nouveau cylindre dont l'axe, compris dans le plan de l'équateur, est tourné lui aussi de 60 par rapport au précédent. Pour couvrir l'ensemble de la Terre, on emploie donc 60 fuseaux. Comme le rapport d'échelle serait ainsi toujours au moins égal à 1, mais jamais inférieur, on applique en outre un facteur d'échelle

supplémentaire valant 0,999 6, ce qui fait que l'altération linéaire varie autour de l'unité, comme pour la projection Lambert.

Les images des parallèles et des méridiens forment des faisceaux de courbes assez difficiles à calculer. Pour plus de détails, se reporter en [Doc. C 5 010] à la référence [1].

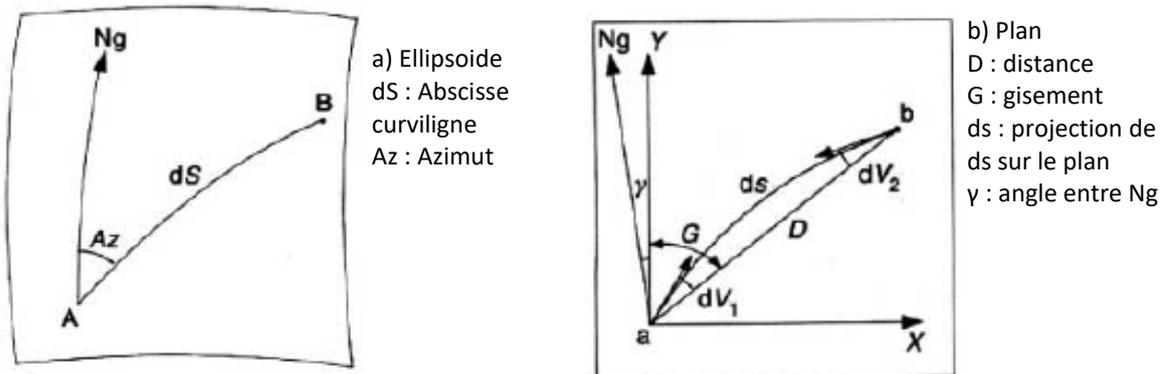


Fig 1. Réduction de la corde

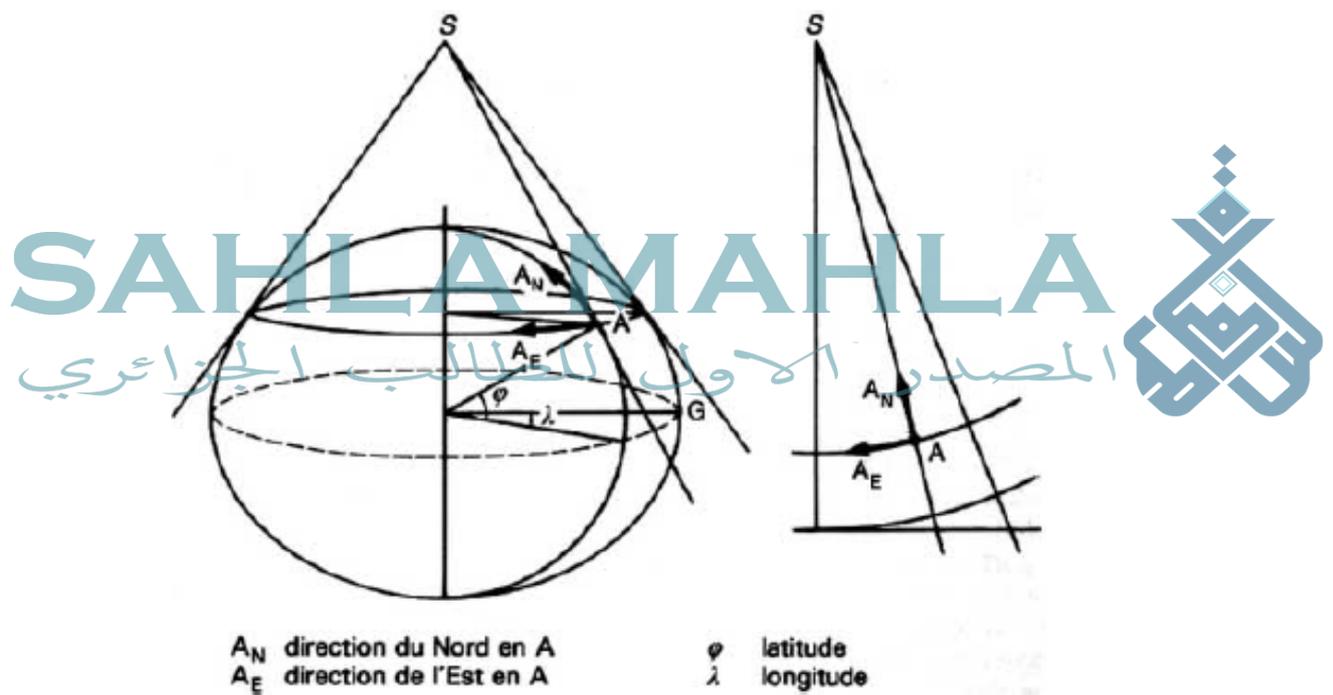


Fig 2. Projection Lambert

Projection stéréographique

Il s'agit d'une projection ayant pour pôle un point de la surface de la Terre, et l'ellipsoïde est alors projeté sur un plan tangent à celui-ci en un point diamétralement opposé au pôle de projection. Le cas le plus fréquent est celui de la projection stéréographique polaire, le pôle de projection étant l'un des pôles de l'ellipsoïde. Ce cas est employé en particulier pour compléter dans les zones polaires (latitudes supérieures à 80°) la projection UTM. Alors les

images des parallèles sont des cercles et celles des méridiens un faisceau de droites concourantes au pôle, seul point par ailleurs où l'altération linéaire vaut 1. L'équateur est représenté en particulier par un cercle de rayon double de celui de la Terre.

Cette projection est fréquemment employée pour des modèles simples représentant des phénomènes à la surface de la Terre, considérée alors comme une sphère : la projection stéréographique revient alors à une *inversion* (au sens géométrique) de la sphère.

Citons, par exemple, le cas de la sismologie : les mécanismes au foyer sont analysés en utilisant une projection stéréographique.

2 Méthodes de mesures géométriques

2.1 Propagation des ondes électromagnétiques dans l'atmosphère

Les phénomènes atmosphériques marquants et qui intéressent le topographe sont les phénomènes de **réfraction** (variations de l'indice de réfraction qui entraînent un changement de vitesse et de direction des ondes électromagnétiques) et de **diffusion** (interaction du rayonnement soit avec les molécules et les atomes constitutifs de l'air (**diffusion Rayleigh**), soit avec les aérosols et les petites poussières en suspension dans l'air (**diffusion de Mie**). La diffusion Rayleigh est liée intimement aux bandes d'absorption de l'ultraviolet ; elle est responsable de la couleur bleue du ciel et de la courbe enveloppe de la transmission atmosphérique totale vers le bleu et le vert (figure 3).

La diffusion totale due à ces deux aspects est cause :

- de l'atténuation d'un faisceau lumineux donné ;
- de l'apport de lumière solaire parasite dans le champ de réception, qui se superpose au signal utile et qui représente un véritable *bruit* optique.

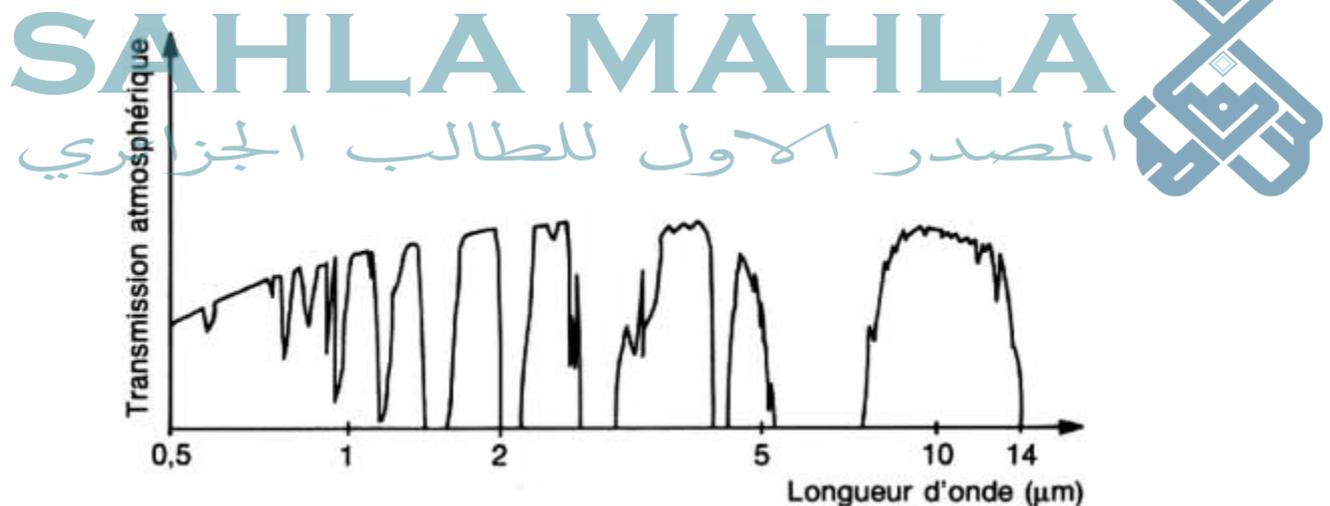


Fig 3. Transmission atmosphérique pour une visibilité de 11 km

1.1.1. Vitesse de la lumière dans l'atmosphère

dans le vide), dans un milieu matériel transparent, et ce ralentissement est sensiblement proportionnel à la densité de molécules rencontrées. On note n l'indice de l'air ($n = c_0 / c$).

On emploie la notation : $N = (n - 1) \cdot 10^6$ (**co-indice de réfraction**)

N est proportionnel à la densité des gaz traversés et dépend de la température T (K) ou t (oC), de la pression atmosphérique p_a (mmHg), de la pression partielle de vapeur d'eau p_v (mmHg), et enfin de la longueur d'onde λ pour le domaine optique (et ce n'est plus le cas pour le domaine radio).

1.1.1.1. Vitesse de propagation pour des ondes lumineuses

La fonction $N = N(\lambda)$ est établie par nécessité de manière empirique. Citons la **formule d'Edlen** (1966) donnant N_g **co-indice de groupe** :

$$N_g = N_{g15} 0,378 967 084 \frac{P_a}{T} [1 + 10^{-6} p_a (0,817 - 0,013 3 t)] - \left(16,775 - \frac{0,402}{\lambda^2} \right) \frac{P_v}{T}$$

avec N_{g15} co-indice de groupe à 15 oC.

Nota : les symboles sont définis au § 2.1.1.

Cette formule est extrêmement précise (on en déduit N à 0,01 unité près). Pour nos besoins courants, une telle précision est inutile, et on peut sans difficulté simplifier cette expression pour obtenir N à 0,1 unité près :

$$N = A(\lambda) \frac{P_a}{T} - B(\lambda) \frac{P_v}{T}$$

ou encore, à 10^{-6} près :

$$N = (n - 1) \cdot 10^6 = A(\lambda) \frac{P_a}{T} - 0,6$$

avec $A(\lambda)$ et $B(\lambda)$ fonctions de la longueur d'onde optique.

1.1.1.2. Vitesse de propagation des ondes radio

La formule empirique établie au NPL (National Physical Laboratory de Teddington, Grande-Bretagne) donne :

$$N_\varphi = N_g = 103,51 \frac{P_a - P_v}{T} + \frac{86,23}{T} \left(1 + \frac{5 748}{T} \right) P_v$$

Nota : les symboles sont définis au § 2.1.1.

1.1.1.3. Mesure des paramètres météorologiques

- **Mesure de la température** : elle ne pose aucun problème instrumental, mais la grandeur à mesurer est physiquement peu accessible : le jour, lorsque le ciel est dégagé, il est difficile de faire de bonnes mesures de température, en tout cas à mieux que 1 K près.
- **Mesure de la pression atmosphérique** : elle se fait avec un baromètre. La pression est un paramètre physique très bien défini : le gradient de pression est si rigoureusement vertical que l'on peut faire du nivellement barométrique, ce qui peut fournir une précision altimétrique de quelques mètres, même sur de très grands réseaux.

1.1.2. Réfraction atmosphérique et Trajectoire d'une onde électromagnétique dans l'atmosphère

En considérant que le gradient de l'indice n est vertical, on montre que, α étant l'angle zénithal de la visée et h l'altitude :

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{n} \frac{dn}{dh} \sin \alpha$$

Avec r rayon de courbure du rayon lumineux.

Comme α varie peu, même sur des grands trajets, cette formule montre que r est sensiblement constant dans l'atmosphère. On définit alors le coefficient de réfraction k :

$$k = \frac{R}{r} \quad \text{avec } R \text{ rayon de la Terre.}$$

Les valeurs les plus courantes pour le coefficient de réfraction sont de l'ordre de 0,12 pour des ondes lumineuses, et de l'ordre de 0,25 pour les ondes radio, encore que ce ne soient que des ordres de grandeurs valables loin du sol, et susceptibles de grandes variations.

À proximité du sol par contre, les gradients thermiques deviennent très importants et, en plein soleil, peuvent dépasser 10 K/m. Même s'ils n'atteignent que rarement de telles valeurs, il n'en reste pas moins que la réfraction est alors quasi exclusivement dominée par les phénomènes d'ordre thermique. Une première conséquence est que le gradient d'indice dans ce cas est perpendiculaire au sol, et non pas vertical.

En utilisant cette modélisation, nous pouvons calculer $h = h(s)$, l'altitude du point courant de la trajectoire d'un rayon lumineux en fonction de son abscisse curviligne s :

$$h(s) = h_1 - \frac{s}{D}(h_1 - h_2) - \frac{s}{2R}(D - s)(1 - k)$$

avec D longueur de visée,

et l'on peut aussi calculer l'indice moyen n_m de l'air le long d'une visée (n_1 et n_2 étant les indices aux deux points extrêmes, d'altitudes h_1 et h_2) :

$$n_m = \frac{n_1 + n_2}{2} + \frac{(k - k^2)D^2}{12R^2}$$

ce qui montre que l'indice moyen n est qu'approximativement la moyenne des indices aux deux extrémités.

On pourra d'ailleurs, pour déterminer k , employer la mesure d'angles zénithaux réciproques et simultanés : on mesure à cette fin au même instant les angles Z_1 et Z_2 depuis les deux extrémités de la visée (figure 4). La visée étant de longueur D , on trouve :

$$n_m = \frac{n_1 + n_2}{2} + \frac{(k - k^2)D^2}{12R^2}$$

ce qui montre que l'indice moyen n'est qu'approximativement la moyenne des indices aux deux extrémités.

On pourra d'ailleurs, pour déterminer k , employer la mesure d'angles zénithaux réciproques et simultanés : on mesure à cette fin au même instant les angles Z_1 et Z_2 depuis les deux extrémités de la visée (figure 4). La visée étant de longueur D , on trouve :

$$h = D \sin\left(\frac{Z_2 - Z_1}{2}\right) / \cos\frac{D_0}{2R} \approx D \sin\left(\frac{Z_2 - Z_1}{2}\right)$$

avec D_0 distance réduite projetée sur l'ellipsoïde.

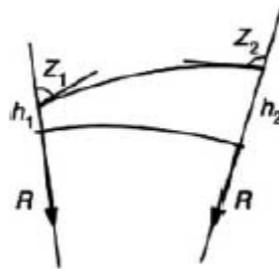


Fig 4 – Mesure d'angles zénithaux réciproques et simultanés

2.2 Mesures terrestres

C'est le procédé topométrique employé depuis le XVII^e siècle.

2.2.1 Mesures d'angles

2.2.1.1 Planimétrie et altimétrie

Jusqu'aux années 70, le chaînage direct de longueurs était pratiquement la base de tous les travaux de terrain : même les distances étaient mesurées indirectement au travers de mesures d'angles (mesures stadimétriques). La triangulation, employant les mesures d'angles dièdres autour de la verticale, permet en effet de créer des réseaux géodésiques pratiquement illimités avec un nombre très réduit de distances (qui ont été longtemps très difficiles à mesurer) : pensons que le réseau français de premier ordre reposait en 1960 sur 11 bases de 10 à 20 km seulement ! Mais cette méthodologie qui privilégie la verticale a eu des conséquences importantes sur les techniques de terrain, qui ont ainsi toujours séparé les déterminations planimétriques et altimétriques, essentiellement parce que la triangulation n'exige aucune altimétrie et n'en fournit aucune ; et heureusement car l'étude de la réfraction nous a montré qu'au-delà des premiers mètres au-dessus du sol (visées longues de sommet à sommet par exemple), le gradient d'indice étant vertical, toute visée reste généralement dans un plan vertical quelles que soient les conditions météorologiques, avec une courbure mal connue. Donc des visées angulaires planimétriques gardent un modèle d'erreur presque indépendant

de la distance, alors que des visées altimétriques sont fortement affectées par cette courbure mal connue : la séparation entre triangulation et nivellement vient aussi beaucoup de là. On peut y ajouter que le nivellement prend référence sur le géoïde (mal connu) et la triangulation sur l'ellipsoïde, et l'on voit la genèse de toute cette dichotomie entre $X - Y$ et Z qui ne s'estompe que depuis peu avec l'emploi du GPS (§ 2.3.1).

2.2.1.2 Appareil de mesures d'angles : théodolite

Héritier des anciens cercles de grande dimension construits et utilisés au XVIII^e siècle, cet appareil mesure donc des angles dièdres autour de la verticale, et des angles de site. Il n'a été rendu raisonnablement compact que vers 1930 par le constructeur suisse Wild (théodolite T 2). Puis, progressivement, on a vu apparaître une correction automatique du défaut de verticalité de l'axe principal sur les mesures de site, puis vers 1980, une lecture automatique des angles à 10^{-3} gr près, puis vers 1988 à 10^{-4} gr près, et enfin une correction automatique des deux angles en fonction d'un défaut de verticalité de l'appareil en cours de mesure. La gamme d'instruments actuels est à la fois très étendue en performances et en prix, et les meilleurs théodolites offrent une précision, une commodité et une sûreté d'emploi dont on n'a jamais disposé auparavant, permettant en particulier que la mesure acquise par l'appareil soit transmise sans aucun risque de faute vers l'ordinateur de l'utilisateur. Cette situation n'a pas toujours été exploitée à fond et bien des processus de terrain sont encore inutilement redondants (pour retrouver une faute de transcription ou de lecture), alors que de telles fautes sont devenues inexistantes. Cela dit, il existe encore un parc important d'appareils à lecture non automatique des angles dont la fabrication a été tellement soignée que même des appareils anciens, pratiquement inusables, rendent des services équivalents à ceux qu'ils rendaient étant neufs : ils sont moins commodes mais presque aussi précis que les appareils actuels.

Le marché du théodolite neuf comporte beaucoup d'appareils électroniques de précision 10^{-3} gr, qui incorporent souvent des appareils de mesure électronique de distances (on les appelle alors **tachéomètres**), mais aussi des théodolites très précis (Leica-Wild et Zeiss) à $1 - 1,5 \cdot 10^{-4}$ gr près.

- **Principe général**

L'appareil se compose de plusieurs sous-ensembles articulés entre eux (figure 5) :

- un **socle** équipé de vis calantes, destiné à permettre le **centrage** au-dessus d'un repère donné, en général à l'aide d'un trépied, et la mise en verticalité de l'axe de rotation (dit *axe principal*) autour duquel tourne la partie suivante ;
- un **équipage mobile tournant**, avec un jeu pratiquement inexistant, **autour de l'axe principal**, dans lequel est installé un système de lecture des angles de rotation autour de cet axe. Cette partie, à son tour, permet l'articulation autour d'un axe perpendiculaire à l'axe principal (donc horizontal, et appelé axe secondaire ou axe des tourillons) de l'organe de visée. Elle comprend aussi un système de mesure (visuel ou électronique) des angles de rotation du sous-ensemble de visée autour de l'axe secondaire, et parfois aussi un

inclinomètre pour mesurer les défauts de verticalité de l'axe principal en cours de mesure, ainsi qu'un affichage des mesures ;

- un **équipage mobile tournant autour de l'axe secondaire** et composé d'une lunette dont l'axe optique, matérialisé par le centre optique de l'objectif et la croisée des traits gravés dans le réticule, doit être orthogonal à l'axe des tourillons.

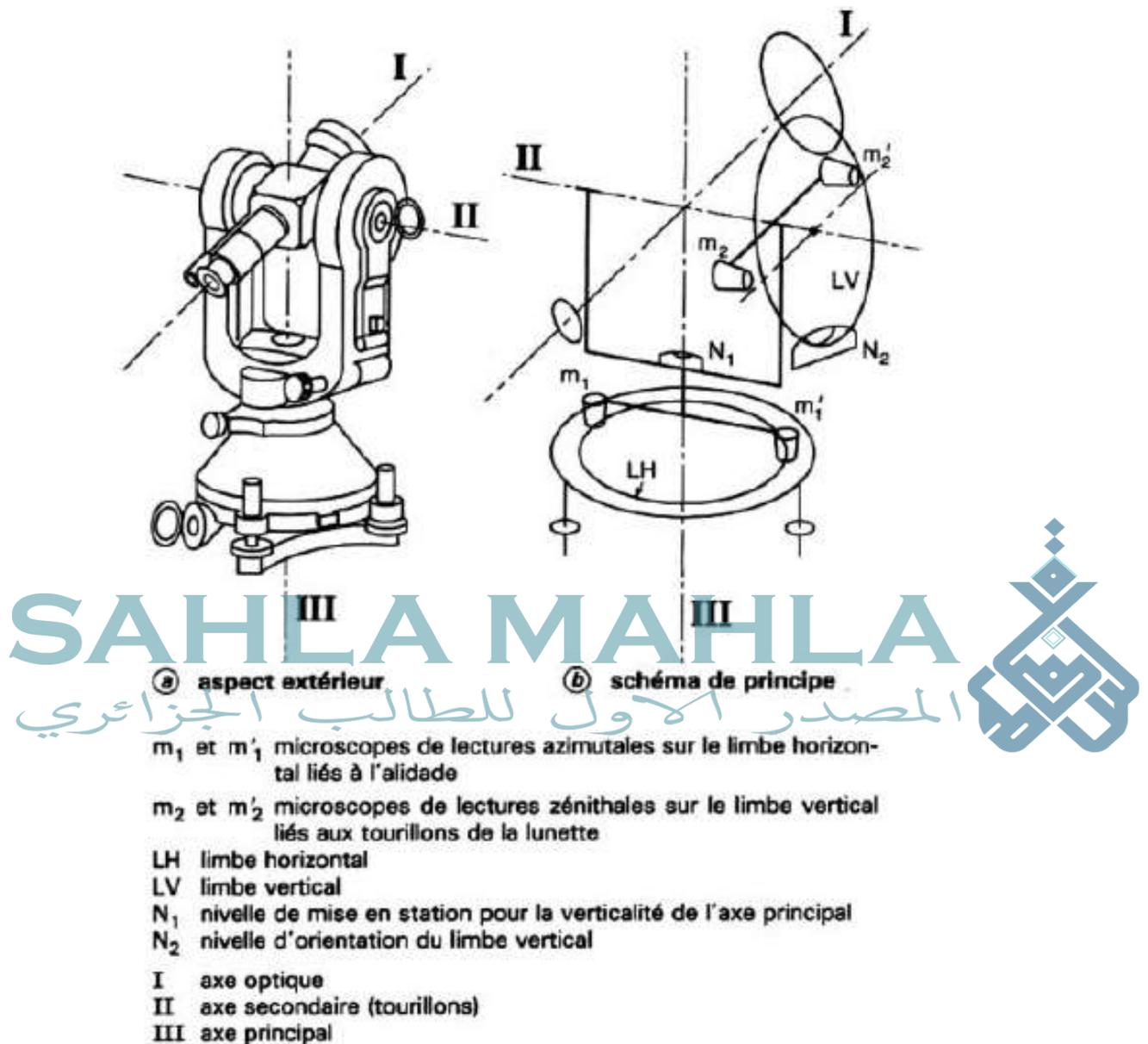


Fig 5. Théodolite Wild T2

- **Erreurs instrumentales**

L'axe principal doit être vertical, l'axe secondaire orthogonal à l'axe principal, l'axe optique orthogonal à l'axe secondaire, et les trois axes doivent se couper ; de plus l'axe de rotation des codeurs angulaires ou du dispositif de lecture des angles doit être confondu avec celui de l'axe autour duquel on mesure l'angle. Toutes ces conditions ne peuvent être remplies parfaitement,

quelles que soient les remarquables performances de ces assemblages mécaniques car, outre un minimum de jeu permettant le mouvement, il faut assurer un fonctionnement dans des conditions d'environnement sévères (poussière, température, humidité) et il subsiste donc d'inévitables défauts de construction. Sans entrer dans le détail de ces erreurs, analysées dans de nombreux ouvrages [1], nous noterons que la non-verticalité de l'axe principal est impossible à compenser par une méthode opératoire si elle est inconnue (oubli de buller le socle, et pas d'inclinomètre en service), et que tous les autres défauts instrumentaux sont éliminés sans être connus par la *méthode* dite *du double retournement* consistant à faire la moyenne des lectures pour deux visées sur le même point, la seconde après rotation de 180° autour de l'axe vertical et de 180° + deux fois le site de la visée, autour de l'axe secondaire. Il convient donc, sauf pour des mesures expédiées, d'effectuer les lectures angulaires (quoi qu'en disent parfois les constructeurs), même avec des appareils électroniques (puisque ces erreurs instrumentales sont d'origine mécanique), **par paires de séquences**, une séquence étant une suite de mesures correspondant à des pointés sur différentes cibles dans l'ordre où elles se présentent au cours de la rotation de l'appareil autour de son axe principal, depuis une cible de référence (*ouverture*) jusqu'à la même cible (*fermeture*). Toute séquence doit être doublée de la même séquence de lectures effectuée après double retournement, la moyenne des mesures étant la seule information à retenir pour chaque cible (sinon les erreurs instrumentales, qui varient souvent très rapidement avec la température, ne sont plus corrigées).

2.2.2 Mesures électro-optiques de distances

Les **stadimètres électroniques** n'ont guère qu'un quart de siècle, et ils ne se sont réellement répandus que dans les années 70 pour compléter la gamme des mesures topographiques et géodésiques qui, jusque-là, employaient presque uniquement des mesures d'angles.

Les premières mesures indirectes de longueurs utilisant la connaissance de la vitesse de la lumière datent de la Seconde Guerre mondiale, lorsque les radars firent leur apparition ; la distance est mesurée par l'intermédiaire du temps mis par l'onde pour faire l'aller-retour. Mais, pour des techniques de haute précision, une cible non coopérative est absolument prohibée, puisqu'il faut définir avec précision le point géométrique où se fait la réflexion de l'onde.

2.2.2.1 Mesures par différence de phase

L'appareil émet une onde qui se réfléchit et revient vers l'appareil. Le déphasage entre le signal émis et le signal reçu ne dépend que de la distance D , et obéit à :

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{2Df}{c}$$

Avec $\Delta\phi$ déphasage entre les signaux d'entrée-sortie de l'appareil,
 F fréquence du signal,

C vitesse de l'onde électromagnétique dans l'air traversé.

Et finalement :

$$2D = \frac{\Delta\phi}{2\pi} \frac{c}{f} + k \frac{c}{f}$$

Où k est un entier *a priori* inconnu. Il faut avoir alors recours à plusieurs fréquences $f_1, f_2 \dots$ permettant, grâce aux mesures $\Delta\phi_1, \Delta\phi_2 \dots$, de calculer ce k , et donc la valeur sans ambiguïté de D .

On combine les propriétés intéressantes de deux gammes de fréquences afin de réunir les qualités de propagation d'une très haute fréquence (peu de diffraction et de réflexions parasites) avec les qualités métriques d'une fréquence de 5 à 30 MHz permettant une électronique de conception facile.

Le principe général est donc le suivant : une source à très haute fréquence (radio ou lumineuse) fournit une onde porteuse que l'on module grâce à un oscillateur de référence. Le signal ainsi créé est émis vers un réflecteur ou un répondeur et, au cours de son trajet, il subit un certain déphasage $\Delta\phi$, son intensité s'affaiblissant avant de parvenir au détecteur. Le signal obtenu est mis en forme puis présenté au phasemètre en même temps que le signal issu de l'oscillateur de référence (figure 6).

L'oscillateur est chargé de fournir des fréquences invariables dans le temps ; c'est sur cet étalon que repose la métrique de l'appareil.

Comme le signal reçu peut être très fluctuant à cause des turbulences atmosphériques, particulièrement pour des visées qui sont presque toujours rasantes et donc proches du sol, il est nécessaire de le mettre en forme afin qu'il présente une intensité constante avant d'attaquer le phasemètre. Ce dernier fournit la mesure du déphasage au microprocesseur qui gère l'ensemble de l'appareil et, en particulier, qui affiche le résultat de la mesure.

Pour calculer k , on emploie des fréquences $f_1, f_2 \dots$ se déduisant l'une de l'autre par des divisions successives, en général par 1 000.

Si $c/f_1 = 20$ m (cas fréquent), nous obtenons par exemple $c/f_2 = 20$ km, donc si la portée de l'appareil est inférieure à 10 km, nous sommes certains que $k_2 = 0$, et nous avons ainsi une valeur approchée de $2D$.

Le phasemètre est basé sur l'emploi de compteurs électroniques numériques et peut ainsi être très compact et précis. Il a pour fonction de mesurer la différence de phase existant entre deux signaux sinusoïdaux de même fréquence. Les phasemètres travaillent à basse fréquence (1 000 à 5 000 Hz pour la plupart des appareils). Cette très basse fréquence est obtenue par mélange de la fréquence de l'oscillateur principal avec celle d'un oscillateur *local* de fréquence proche de celle de l'oscillateur principal, et la basse fréquence recueillie conserve le déphasage des signaux initiaux.

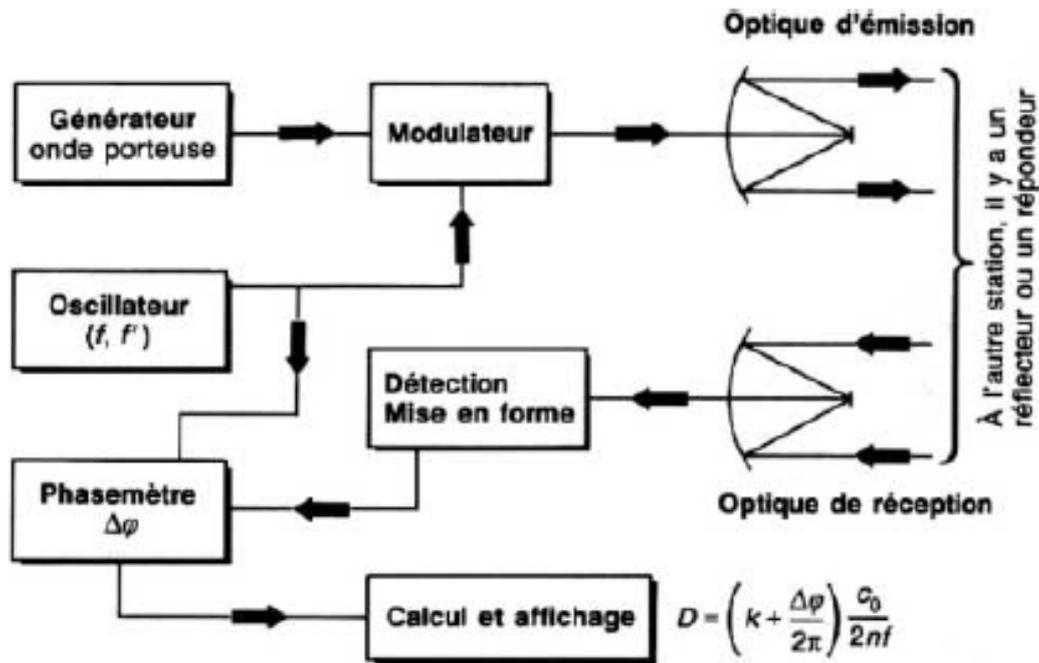


Figure 6 – Principe général d'un appareil électronique de mesure de distances

- *Appareils à courte portée (et généralement)*

Ce sont, et de loin, les appareils les plus répandus sur le marché (90 % du parc mondial en service). Ils utilisent comme source une diode électroluminescente (DEL) qui est capable d'émettre plusieurs milliwatts de rayonnement monochromatique dans l'infrarouge proche, où l'atmosphère est généralement bien transparente. L'intérêt des DEL réside dans leur simplicité de modulation et leur fiabilité avec un inconvénient toutefois : des déphasages entre les différents rayons émis par la diode. Il y a donc nécessité de pointer le réflecteur toujours de la même manière.

Ces appareils utilisent comme étalon de fréquence un quartz : il n'est point utile de soigner particulièrement la bonne tenue de cette fréquence dès lors que l'erreur (proportionnelle à la distance) ne s'applique que sur un ou deux kilomètres.

La détection se compose d'une photodiode à avalanche. L'optique de réception, comme celle d'émission d'ailleurs, comporte fréquemment une seule lentille à focale courte, ces deux optiques étant juxtaposées de la manière la plus compacte possible afin que les champs d'émission et de réception soient très proches.

- *Appareils à longue portée*

Ils utilisent, comme source lumineuse, un laser He-Ne facile à voir, formant un pinceau lumineux de divergence très petite, à la limite de ce que les lois de la diffraction autorisent. Sous un diamètre de 6 mm, la divergence peut être limitée à 10⁻⁴ rad.

Pour des appareils à longue portée, la qualité de l'oscillateur est très importante (généralement une précision meilleure que 10^{-7}). Cela a conduit à utiliser des oscillateurs à quartz thermostatés pour ces appareils maintenant anciens, rendus obsolètes par le GPS (§ 2.3.1).

2.2.2.2 *Stadimètres électroniques à diode laser pulsée*

Une nouvelle technologie est employée depuis le milieu des années 80, basée sur l'emploi de diodes laser fonctionnant en impulsions, suivant rigoureusement le principe du radar. La cadence de tir est de l'ordre de 10 kHz, et à la détection, on utilise une chronométrie dont la précision sur une seule impulsion est de l'ordre de 1 ns, ce qui, en aller-retour, correspond à 15 cm environ. L'écart type de la moyenne de toutes ces mesures varie sensiblement comme la racine carrée de leur nombre : ainsi, en une seconde, la précision s'améliore d'un facteur proche de 100, ce qui permet de descendre au niveau de quelques millimètres sur le résultat. Le seul cas d'application dans lequel cette technologie apporte une possibilité vraiment nouvelle est celui de la **mesure de distance sans réflecteur**. Dans un télémètre à onde entretenue, il est indispensable d'isoler complètement les optiques d'émission et de réception, sinon une faible proportion de la lumière émise étant diffusée directement vers le détecteur, une erreur cyclique appréciable en résulterait. De plus, ces optiques doivent avoir leurs axes parallèles. Les champs à l'émission et à la réception étant réduits, il en résulte que la lumière émise et interceptée par une surface proche est diffusée, en particulier vers la réception, sans être détectable à cause de la parallaxe entre ces deux optiques. Donc, si l'on tire sur une surface diffusante, l'affaiblissement géométrique fait que l'on ne peut espérer recevoir assez d'énergie pour mesurer si l'on est loin (plus de 100 m par exemple), et qu'à courte distance, de toute façon, on ne recevra rien à cause de cette parallaxe.

Par contre, dans un appareil à diode laser pulsée, on emploie la même optique à l'aller et au retour, ce qui simplifie encore l'instrument tout en interdisant de fait tout dérèglement du parallélisme entre les faisceaux aller et retour. Cela permet de mesurer des distances sur des surfaces dites *non coopératives*, c'est-à-dire diffusantes, sur plusieurs dizaines de mètres (mur nu par exemple).

Certains appareils permettent des portées de près de deux cents mètres, mais bien évidemment sur des surfaces claires. C'est la porte ouverte pour faire des levés de grandes zones de terrain avec un seul opérateur et, si un tel télémètre est monté sur un théodolite motorisé, pour le faire de manière entièrement automatique, sans opérateur du tout. Cela permet de réduire appréciablement les coûts de mesure pour certains levés (cubatures, terrain nu...).

2.2.2.3 *Dispositifs réflecteurs*

Les dispositifs réflecteurs ont pour objet de renvoyer le plus possible de l'énergie émise dans la direction d'où elle vient.

- **Panneaux réflectorisés**

Il est toujours possible d'utiliser une peinture réflectorisée déposée sur des panneaux plans en guise de réflecteurs. Le faisceau réfléchi a toutefois une divergence assez prononcée (3 à

10o). Par ailleurs, pour que l'on puisse effectuer une mesure correcte sur un panneau réfléchissant, il faut impérativement qu'il soit plan et orthogonal à la visée, sinon chaque pointé différent donnera nécessairement une distance différente, et cela est inacceptable sauf pour des travaux de médiocre précision. Ceci limite l'intérêt de cette solution dont l'avantage réside surtout dans le prix très réduit.

- **Réflecteurs *catadioptriques* en plastique moulé**

La différence principale avec le cas précédent est que ces dispositifs ont une bien meilleure efficacité, ce qui ne rend pas nécessaires de grosses surfaces rétro réfléchissantes et facilite les problèmes d'alignement. Ces réflecteurs, de quelques centimètres de rayon, sont fabriqués en plastique moulé en très grande série (équipement des automobiles et des deux roues) et ont un prix unitaire très réduit (quelques francs). Ils servent parfois à l'équipement d'ouvrages d'art qui devront être auscultés régulièrement afin de suivre leurs déformations. Ces réflecteurs sont suffisamment économiques pour être installés à poste fixe en grand nombre et permettent généralement des mesures d'un niveau de précision tout à fait acceptable (quelques millimètres pour des réflecteurs de petite taille avec lesquels on peut mesurer jusqu'à quelques centaines de mètres). Mais ils engendrent des erreurs significatives pour les stadimètres dont l'erreur de pointé est forte (§ 2.2.2.5.3).

- **Coin-de-cube**

C'est le dispositif le plus utilisé, malgré son prix élevé. Il est formé, dans la plupart des cas, d'une pyramide en verre plein à base triangulaire (figure 7), dont les trois faces latérales sont orthogonales deux à deux ; cette figure de base est ensuite diversement sciée et réduite afin de se loger facilement dans un boîtier compact plus commodément que cette pyramide dont les pointes seraient trop fragiles.

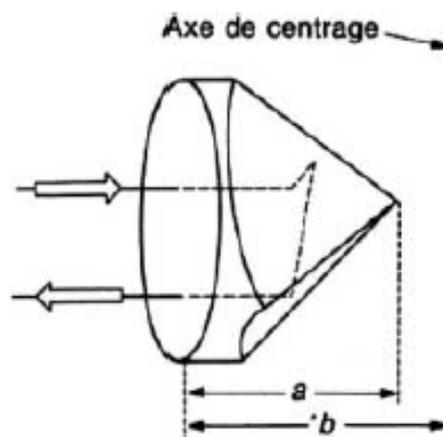


Fig 7 – Rétro réflecteur de type coin-de-cube employé pour les appareils électroniques de mesure de distances

Tous les rayons lumineux font exactement le même chemin optique s'ils sont parallèles lors de l'entrée dans le prisme. De ce fait, ils sont tous équivalents à celui qui se réfléchit précisément au sommet du coin-de-cube. L'indice de réfraction du verre étant voisin de 1,5, le chemin optique est équivalent à un trajet dans l'air plus long de l'ordre de 50 % que la distance parcourue depuis la face d'entrée jusqu'au sommet ; d'où un éventuel problème de Constante e définie par $(b-na)$ à ajouter à la mesure en fonction du centrage de ce prisme. Par ailleurs, le champ du prisme est très étendu, et il renvoie encore de la lumière même lorsqu'il est très désorienté. C'est évidemment une grande qualité pour la facilité de mise en oeuvre qui en résulte, mais cela entraîne quelques problèmes si ces prismes sont utilisés loin de l'incidence normale lorsque des mesures de grande précision sont requises, compte tenu de la distance parcourue par la lumière dans le verre : l'erreur qui en résulte est fonction de l'angle d'incidence et de $(a-nb)$.

La première remarque à faire, c'est qu'on ne peut à la fois avoir une valeur de la constante e dépendant peu de l'angle d'incidence (ce qui nécessiterait $(a = bn)$), et une valeur de e nulle et que l'on pourrait omettre lors des mesures (ce qui nécessiterait $an = b$), puisque n est voisin de 1,5.

On trouvera donc différentes classes de coins-de-cube, certains avec une constante $(b-na)$ nulle, qui présentent l'intérêt de ne pas nécessiter d'attention particulière si l'on mélange des mesures sur coin-de-cube et des mesures sur réflecteurs plastiques ou sur peinture réflectorisée, et d'autres ayant une constante de plusieurs centimètres et vérifiant la condition $a = bn$, ce qui les rend très peu sensibles à des erreurs dues à une mauvaise orientation, et qui sont préférables pour des travaux de haute précision.

2.2.2.4 *Stadiomètres électroniques à ondes centimétriques*

La conception générale de l'appareil reste la même (§ 2.2.2.3) ; toutefois un détail particulier vient compliquer la situation : il n'est pas possible de concevoir de réflecteurs pour les ondes centimétriques capables de renvoyer suffisamment d'énergie vers l'appareil. À l'émission, le lobe, toujours assez large, *éclaire* une zone considérable autour de la cible (la divergence est de l'ordre du degré). C'est donc une importante source de diffusion d'énergie qui, au retour, concurrencerait le signal issu du réflecteur ; de plus celui-ci renverrait vers le récepteur un faisceau trop divergent pour qu'une énergie raisonnable soit reçue ; d'où la nécessité d'utiliser deux appareils pratiquement identiques, l'un des deux servant de ré-émetteur synchrone en direction du poste principal, encore appelé *maître* (l'autre étant alors désigné comme *répondeur*).

Les deux appareils émettent des porteuses à des fréquences très élevées, de 10 à 30 GHz sur les appareils récents.

Ces appareils permettent de mesurer à travers le brouillard, d'où leur emploi partout où une opération tout temps est indispensable.

2.2.3 Précision des mesures

La relation donnant la distance à partir des autres éléments de mesure est :

$$D = \left(\frac{\Delta\phi}{2\pi} + m \right) \frac{c_0}{2nf} + A$$

Avec

$\Delta\phi$: déphasage entre les signaux d'entrée-sortie,

M : un entier,

C_0 : vitesse de la lumière dans le vide,

n : indice de réfraction,

A : constante d'appareil.

Généralement, l'appareil affiche :

$$D_0 = \left(\frac{\Delta\phi}{2\pi} + m \right) \frac{c_0}{2n_0f} + A$$

qui serait réellement D si l'on avait $n = n_0$.

Le but de cette opération est d'obtenir un affichage qui ressemble à une distance, alors même que l'information sur n n'est pas disponible dans le microprocesseur. Celui-ci utilise donc une valeur n_0 , choisie arbitrairement par le constructeur.

Donc, $D = D_0 \cdot n_0 / n$, ou encore $D = D_0 + 10^{-6} (N_0 - N) D_0$

[avec N, N_0 co-indices de groupe (§ 2.1.1)].

Ce dernier terme [$10^{-6} (N_0 - N) D_0$] est souvent appelé **correction météo** et se calcule à partir de N (issu des mesures météorologiques) et de N_0 qui est donné par le constructeur. L'écart entre ces deux valeurs est multiplié par la distance en kilomètres ; on obtient ainsi directement la correction en millimètres.

- **Erreurs liées à la connaissance de la vitesse de l'onde électromagnétique**

Il s'agit des erreurs concernant n . Nous avons :

$$\frac{dD}{D} = \frac{dn}{n} = 10^{-6} dN$$

et l'erreur sur N représente directement en ppm (parties par million) l'erreur proportionnelle sur la distance mesurée D . L'analyse de la sensibilité des différents paramètres météorologiques peut se faire ainsi :

$$dN = -1,1 dT + 0,37 dp_a - 0,05 dp_v$$

Donc une erreur de 1 ppm sera la conséquence d'une erreur de 1 K sur T ou de 3 mmHg (\approx 4 mbar) sur p_a .

Pour les distances courtes (quelques kilomètres), la précision globale de la plupart des appareils étant de l'ordre de 5 mm, cela rend inutile la mesure de p_v , peu importante la mesure de p_a (10 à 15 mmHg de précision suffiront fréquemment) et peu critique celle de t (à 2 ou 3°C près). Cela, bien sûr, dans la mesure où l'on cherche à atteindre les performances nominales de l'instrument.

Par contre, sur des distances longues où l'on recherche la meilleure précision possible, il faudra tout particulièrement soigner la mesure de la température. En se plaçant dans des conditions exceptionnelles, de nuit avec un vent soutenu par exemple, on peut atteindre des valeurs de précision de 0,5 mm/km, voire mieux, mais ce n'est pas la règle commune.

- **Imprécisions sur la vitesse des ondes radio**

Le même type de calcul appliqué à la formule donnant N en fonction de p_a , p_v et t montre que :

$$dN = -1,4dt + 0,4 dp_a + 6,2 dp_v$$

Les mesures de p_a et de t ont une importance sensiblement comparable avec celle trouvée pour l'emploi d'ondes lumineuses.

Le seuil de 1 mm/km est atteint pour $dt = 0,7^\circ\text{C}$ (au lieu de 1°C) ou pour $dp_a = 2,5$ mmHg (au lieu de 3 mmHg). Par contre, l'influence de p_v devient extrêmement forte, et p_v est extrêmement variable : une précision meilleure que 5 mm/km d'erreur relative est donc très difficile à atteindre.

- **Erreurs instrumentales**

- ✓ **Erreur proportionnelle à la distance**

Si l'oscillateur principal de l'appareil est censé donner une certaine fréquence f_0 , le vieillissement de l'appareil entraîne généralement un décalage de cette fréquence plus ou moins régulier dans le temps. L'ignorance de l'écart entre f et sa valeur f_0 théorique entraîne une erreur systématique et proportionnelle :

$$\frac{dD}{D} = \frac{f - f_0}{f_0}$$

Cette erreur ne peut être détectée que par mesure directe de la fréquence de l'oscillateur.

- ✓ **Erreur cyclique**

Malgré le soin apporté par le constructeur, les défauts d'isolation entre la zone d'émission et la zone de réception sont responsables d'erreurs de ce type. En effet, il suffit que le signal électrique envoyé vers le modulateur parasite le détecteur pour superposer ainsi, au signal de mesure ayant transité par l'extérieur, un autre signal de même fréquence et de déphasage indépendant de la distance. Cette erreur n'atteint que rarement une amplitude de plus d'un centimètre, mais elle est susceptible d'évoluer dans le temps. Sa **longueur d'onde** est celle de la fréquence fine de modulation, et sa phase à l'origine n'est pas toujours nulle. On peut la mettre en évidence par comparaison des lectures avec les mesures par une chaîne de précision, par exemple sur une distance totale de quelques dizaines de mètres s'échelonnant tous les mètres, ou tous les 0,5 m.

- ✓ **Erreur de phase sur la diode émettrice pour les appareils à courte portée ou erreur de pointé**

Elle a une amplitude qui peut atteindre plusieurs centimètres en bordure de champ ; on met l'erreur en évidence facilement en dépointant l'instrument de son réflecteur et en mesurant, aussi longtemps que la mesure est possible : on voit alors la mesure changer progressivement de valeur. C'est la raison pour laquelle il est difficile de mesurer dans une atmosphère turbulente [longues rasances (visées proches du sol) au soleil] ; le phasemètre voit se succéder

de façon aléatoire des valeurs exactes (centre du champ), puis erronées (bordure de champ), mais avec toujours le même signe, et donc la moyenne est faussée. Il faudra alors abandonner l'idée de faire la mesure si l'on cherche à obtenir un résultat précis. Cette erreur est aussi à l'origine d'imprécisions de mesure lors de l'emploi de réflecteurs plastiques.

✓ **Erreur constante**

Lorsque le phasemètre donne une mesure $\Delta\phi$, il s'agit du déphasage entre des signaux qui ont emprunté des chemins différents ; cependant, la différence n'est pas seulement due au trajet dans l'atmosphère, mais aussi à celui dans les différents étages optiques et électroniques, à l'émission comme à la réception. Le déphasage dû à ce trajet interne est de plus susceptible de changer rapidement en fonction de critères variés (température, intensité du signal retour, etc.). Donc, tous les stadimètres électroniques disposent d'une séquence de calibration interne, qui consiste à renvoyer le signal à l'émission dans la réception sans passer par l'extérieur.

On mesure ainsi un trajet interne, et cette mesure est soustraite de celle qui sera effectuée ensuite sur le réflecteur lointain. Il suffit alors de rajouter la distance géométrique entre l'axe de centrage mécanique de l'appareil et l'endroit où ce *court-circuit* entre émission et réception est effectué. Cette distance géométrique, susceptible de varier dans le temps, nécessite des étalonnages réguliers.

• **Étalonnage des stadimètres électroniques**

Il est nécessaire de contrôler plus ou moins souvent un appareil en fonction :

- de son âge et de sa technologie ;
- du niveau de précision requis lors des mesures.

Les contrôles lourds, consistant en un réglage général chez le fabricant, devraient être prévus au moins tous les deux ans.



1.1.2.1. Précision des différents appareils

On annonce la précision sur une mesure de D sous la forme :

$$\sigma_D^2 = a_1^2 + a_2^2 D^2$$

en général directement en millimètres pour D exprimé en kilomètres.

Par exemple, de mauvaises conditions de mesures :

- augmentent a_1 à cause de la turbulence et de la scintillation atmosphérique ;
- augmentent a_2 à cause de mesures des paramètres météorologiques médiocres, qui interviennent en erreur proportionnelle au même titre qu'une incertitude sur la fréquence.

Pour D petit, on a donc $\sigma_D \approx a_1$; pour D grand, $\sigma_D \approx a_2 D$.

1.1.2.2. Réduction des mesures de distances

On montre qu'une distance mesurée D entre deux points se traduit par une distance réduite D_0 sur l'ellipsoïde dont la valeur est donnée par :

$$D_0 = 2R \arcsin \sqrt{\frac{R^2 \sin \frac{kD}{2R} - \frac{k^2}{4} (h_1 - h_2)^2}{k^2 (R + h_1)(R + h_2)}}$$

qui est une formule rigoureuse, dans laquelle :

- R est le rayon de la sphère locale (sphère qui approxime au mieux la courbure de l'ellipsoïde) ;
- h1 et h2 sont des altitudes comptées depuis l'ellipsoïde ;
- k coefficient de réfraction.

Il convient de remarquer que si l'ellipsoïde est la meilleure approximation possible du géoïde par une surface relativement simple, il ne faut pas oublier qu'il peut y avoir dans certains pays un écart dépassant la dizaine de mètres entre ces deux surfaces (par exemple en France) et que, de plus, les altitudes sont toujours comptées depuis le géoïde et non l'ellipsoïde. Il y a lieu d'en tenir compte lorsque les distances en jeu deviennent longues.

Enfin, il convient de mentionner de nouveau la correction permettant de passer de la distance réduite à l'ellipsoïde jusqu'au plan de projection. En France, on utilise le système Lambert : les corrections Lambert dépassent parfois le décimètre par kilomètre, et leur oubli dans les calculs peut conduire à de graves erreurs.

2.3 Mesures de dénivelées, ou nivellement

Nous avons déjà expliqué (§ 2.2.1.1) pourquoi le nivellement avait été une opération toujours disjointe de toute détermination planimétrique. Il faut encore préciser un aspect essentiel : le nivellement est certainement l'opération topométrique la plus ancienne et la plus précise dont l'homme ait eu besoin. Quel est le besoin ? Essentiellement celui lié à l'écoulement par gravité de l'eau, besoin fondamental s'il en est. En effet, pour faire couler de l'eau dans un canal, il faut lui assurer une certaine pente. Trop forte, le canal ne pourra acheminer l'eau très loin. Trop faible, l'écoulement se fera mal. Et, de toute façon, derrière chaque nivellement, que de terrassements à faire ! Cela explique que l'on ait toujours recherché la meilleure précision possible sur ces opérations, et que le besoin soit toujours aussi fort, car si les adductions d'eau sont maintenant sous pression, ce sont les eaux usées qu'il s'agit d'évacuer en minimisant les travaux de creusement de tranchées, dont les coûts sont élevés. Il y a donc plus de 130 ans qu'il a été jugé utile que l'État assure en France le maintien d'un ensemble de repères homogène d'altitudes, afin de minimiser les innombrables opérations de nivellement locales et de les rendre compatibles entre elles, et il en a été de même ensuite dans pratiquement tous les pays du monde. Compte tenu de la précision cherchée, on a beaucoup employé le nivellement géométrique ou nivellement direct, et seulement depuis peu le nivellement trigonométrique, ou indirect, pour les réseaux nationaux.

Nous verrons aussi les procédés de moindre précision, qui ont aussi leur utilité pour des travaux rapides et peu soignés ou pour des reconnaissances en zones non équipées.

2.3.1 Nivellement direct

Il s'agit d'un procédé simple : sur chacun des deux points entre lesquels on cherche à mesurer la dénivelée, on dispose une *mire*, règle graduée tous les centimètres tenue verticalement. À mi-distance, on s'installe avec une lunette dont l'axe optique peut être rendu horizontal, le *niveau*. La visée successive sur chaque mire permet d'obtenir la hauteur de l'axe optique par rapport à chaque point stationné (qui est confondu avec l'origine de chaque mire), et par soustraction entre les lectures sur mire, on obtient la dénivelée entre ces points. Lorsque toutes les précautions sont prises, et en soignant particulièrement les mesures, la précision peut être meilleure que 0,1 mm pour une dénivelée entre deux points distants de 80 m. Cela dit, comme on ne peut viser à grande distance (au-delà de 90 m, on ne peut guère lire la mire correctement), le nivellement direct a pendant longtemps été une opération très fastidieuse à cause de la grande quantité de lectures à noter et à contrôler sur le terrain. Une nouvelle génération d'instruments (*NA 2000* et *3000* de Leica-Wild) a fait depuis peu disparaître ce type de sujétion.

2.3.1.1 Analyse des erreurs

Elle présente un intérêt considérable, à cause des précisions fantastiques que l'on peut atteindre, mais elle est fort délicate.

- **Verticalité des mires:** elle ne peut être réalisée qu'approximativement, grâce à une nivelle qu'il faut régler régulièrement, avec de préférence une seconde nivelle à titre de contrôle : aucun test a posteriori ne peut permettre de compenser l'erreur qui en résulte, et qui revient à mesurer avec une mire dont l'espacement des traits n'est plus exactement un centimètre, mais un peu moins. Les dénivelées sont donc entachées d'une erreur proportionnelle systématique.
- **Graduation des mires:** le zéro doit se trouver au niveau du talon de la mire, sinon, il faut partir d'un repère et arriver sur le suivant avec la même mire (nombre pair de nivelées). Pour les travaux de haute précision, la graduation est supportée par une lame en *Invar*: il faut s'assurer qu'elle ne soit pas victime de chocs. À part ce risque, il n'y a, depuis quelques années, pratiquement plus aucune erreur de graduation sur ces mires.
- **Horizontalité de la visée :** elle est réalisée grâce à un système pendulaire (niveaux automatiques), de sorte que la pente de la visée est indépendante de celle du boîtier dans une large fourchette. Cette pente ne pouvant être garantie absolument nulle, on doit donc installer le niveau à distance égale entre les deux mires afin que l'erreur qui en résulte soit éliminée.
- **Réfraction atmosphérique:** la visée étant proche du sol, l'effet du gradient thermique est prépondérant. L'égalité des portées avant et arrière limite considérablement l'erreur résultante sur un sol horizontal, mais pas dans des zones en faible pente (dissymétrie de la nivelée et visées longues). En cas de fortes pentes les visées restent courtes et l'effet est faible.

- **Stabilité** des supports provisoires de mire (crapauds) et du trépied du niveau : le moindre tassement de ces supports pendant la mesure dégrade celle-ci. Or le sol est soumis en permanence à une quantité de mouvements imperceptibles (effets plastiques par exemple dans l'asphalte, flexion du sol sous le poids de l'opérateur, effets thermiques, etc.). La très haute précision implique donc que ces supports soient irréprochables (grande surface de contact avec le sol, temps de mesure bref entre les visées avant et arrière).

Le modèle d'erreur résultant est une composition d'erreurs réputées aléatoires pour chaque nivelée. Il s'exprime sous la forme $a.D^{1/2}$, en millimètres pour une distance D en kilomètres, et a peut varier de 3 à 4 mm (nivellement courant) jusqu'à 0,1 mm (très haute précision pour la surveillance de mouvements du sol). Mais lorsqu'on observe de grands réseaux, on n'évite semble-t-il jamais que se glissent quelques erreurs à caractère systématique, et sur lesquelles on ne sait que peu de choses. Par exemple, entre deux séries d'observations sur le réseau de premier ordre français, avec Marseille comme origine, un écart croissant du Sud au Nord a été observé, culminant à près de 60 cm à Dunkerque, alors que l'écart probable n'aurait guère dépassé 10 cm en l'absence de systématismes. On a supposé, sans vraiment de preuves, que cet effet Nord-Sud était lié aux observations humaines et à l'éclairage des mires par le soleil.

2.3.1.2 Instruments employés

Les niveaux de haute précision anciens employaient une nivelle très sensible pour rendre l'axe de visée horizontal. Depuis 1980 environ, des niveaux automatiques ont pu atteindre une précision comparable, voire meilleure, avec une bien plus grande facilité d'emploi. Dans ces instruments, la sensibilité de pointé est obtenue grâce à une lame à faces parallèles, qui traduit verticalement la visée afin d'amener en coïncidence parfaite le trait de la mire avec le réticule de la lunette. La lecture est alors double : lecture du nombre de centimètres sur la mire, et de l'appoint (en 0,1 ou 0,01 mm) sur le mécanisme d'entraînement de la lame à faces parallèles.

Depuis 1990, l'appareil Leica-Wild NA 2000 a complètement changé la technique de mesure : la mire est formée d'une série pseudo-aléatoire de bandes noires et blanches (dérivant d'un code calculé pour que l'autocorrélation soit partout nulle sauf en 0). Dans l'appareil, une barrette CCD (Charge Coupled Device) analyse l'image de la mire et un processeur corrèle cette image unidimensionnelle avec le code de la mire. On en déduit à la fois la distance de la mire et la position de l'axe optique sur celle-ci. La lecture est donc entièrement automatique, aucune faute n'étant possible désormais dans la transmission électronique des données vers le calculateur du bureau.

2.3.2 Nivellement indirect

Si l'on mesure l'angle de site sous lequel, depuis une station, on observe un point (ou le complémentaire de cet angle, appelé **distance zénithale** Z), et que la distance D (suivant la pente de la visée) soit mesurée directement ou fournie par un autre procédé, on peut envisager de calculer la dénivelée pour autant que le rayon de courbure r du rayon lumineux (ou le coefficient de réfraction k , ce qui revient au même) soit connu ; et généralement, il ne l'est pas. La dénivelée D_n entre le théodolite et la cible est donnée par :

$$D_n = D \cos Z + D^2 / 2r$$

et la précision qui en résulte est médiocre : un ou deux centimètres à un kilomètre par exemple. Tout autre est le cas si l'on stationne les deux points simultanément avec deux théodolites, et si l'on mesure Z_1 et Z_2 (visées réciproques) au même instant. On obtient alors D_n par :

$$D_n = D \sin (Z_1 - Z_2) / 2$$

sans aucune hypothèse sur k , si ce n'est le fait qu'il est supposé constant tout le long de la visée.

L'emploi de mesures de distances zénithales réciproques et simultanées, rendu possible uniquement grâce aux appareils électroniques de mesures de distances, permet aujourd'hui des mesures de dénivelées qui ont une précision digne du nivellement direct, mais très variable en fonction de la distance maximale D autorisée (toutefois, le coût varie aussi, contrairement au nivellement direct). Pour $D < 250$ m, on obtient l'équivalent d'un nivellement de premier ordre ($a = 1$ à $1,5 \text{ mm.km}^{-1/2}$), alors qu'avec $D < 1,2$ km, on obtient a de l'ordre de 5 à $6 \text{ mm.km}^{-1/2}$, avec des conditions économiques très intéressantes, en particulier dans les zones montagneuses où la présence d'une pente éventuellement forte ne ralentit pas la progression du cheminement.

2.3.3 Autres méthodes de nivellement

2.3.3.1 Nivellement barométrique

Il consiste à mesurer simultanément la pression atmosphérique en deux points avec des baromètres de très grande précision. Les surfaces isobares étant remarquablement horizontales à un instant donné, on peut calculer la dénivelée à partir de ces mesures et de la densité de l'air. La précision peut atteindre 2 m, même sur de grandes distances (100 km et plus). Cette méthode est irremplaçable dans les zones très boisées ou mal accessibles, pour effectuer des reconnaissances rapides (forêt tropicale, montagne), et lorsque quelques mètres de précision suffisent. Une formule due à **Babinet** permet un calcul approximatif :

$$H' - H = 16\,022 \left(\frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2} \right) \left[1 + 2 \left(\frac{t_1 - t_2}{1\,000} \right) \right]$$

Où :

t_1 et t_2 sont les températures mesurées aux deux points,
 p_1 et p_2 sont les pressions mesurées au même instant.

2.3.3.2 Nivellement par GPS

Ce système de positionnement spatial peut fournir une altitude ellipsoïdique absolue à 20 m près environ, et relative à guère mieux que 10 cm sur quelques kilomètres, ce qui peut être intéressant pour des travaux de précision moyenne. Le problème essentiel est que l'altimétrie de précision doit être référencée sur le géoïde, qui reste assez mal connu (en France, à peine mieux que le demi-mètre). Il reste une solution de rechange qui rend de grands services sur une zone peu étendue (10 kmx10 km) et non montagneuse : on mesure le Z relatif fourni par GPS entre plusieurs repères de nivellement régulièrement disposés sur la zone, et on en déduit les corrections à apporter sur d'autres points de la région, par interpolation. On peut en attendre une qualité de nivellement de l'ordre de 2 cm, mais au prix d'un travail préliminaire important. Cette démarche peut être avantageuse pour un goémètre travaillant surtout dans la même région, pourvu que le géoïde ne soit pas trop mouvementé (les erreurs s'élèveront aisément à plus de 10 cm en zone montagneuse).

2.3.3.3 Méthodes de géodésie spatiale

Description du GPS (*Global Positioning System*)

Le GPS représente un moyen de positionnement dont la conception date des années 70, mais qui n'est réellement opérationnel (industrialisation des récepteurs, nombre de satellites en service...) que depuis la fin des années 80.

Le principe est le suivant :

- un **ensemble** d'une vingtaine de satellites (*Navstar* , lancés par l'armée américaine) orbite vers 20 000 km d'altitude. Ceux-ci émettent en permanence des signaux radioélectriques, à des fréquences de l'ordre de 1,2 et 1,5 GHz pour lesquels chaque bit d'information est émis à une date extrêmement bien connue. Ces bits par ailleurs décrivent la position du satellite concerné ;
- au **niveau** du sol, on emploie un récepteur, dont le travail consiste à observer avec précision la date de réception de ces mêmes bits, et à décoder ceux-ci.

Le fonctionnement général du système est le suivant : les satellites sont tous recalés sur la même échelle de temps, par contre le récepteur ne dispose pas au départ d'une heure précise. Il y a donc quatre paramètres inconnus au niveau du récepteur : ses coordonnées x , y et z , ainsi que son décalage temporel avec l'échelle de temps t des satellites. On observe donc simultanément au moins quatre satellites, ce qui permet de calculer sa position, connaissant celle des satellites. Ce type de fonctionnement, compte tenu des différentes limites physiques du système, peut donner en temps réel une précision de l'ordre de la dizaine de mètres en absolu, ce qui est sans doute primordial pour les applications militaires, mais peu utile en topographie.

C'est donc une application dérivée qui a été mise sur pied, en utilisant ce système en *mode différentiel* : si deux récepteurs (ou plus) reçoivent les mêmes satellites au même moment et s'ils sont capables de faire les mesures de manière continue (par un asservissement sur la *Phase* même du signal émis) pendant de longues durées (par exemple une heure), le vecteur joignant les deux antennes peut être calculé avec une précision qui peut être de l'ordre du centimètre. Les **sources d'erreurs résiduelles** sont les suivantes :

- **connaissance de la position des satellites:** cette position est nécessairement imprécise au niveau de quelques mètres, mais l'observation différentielle élimine la plus grosse partie de cette erreur. Lorsqu'on recherche la précision maximale, on est amené à stationner avec des récepteurs un jeu de points connus avec une bonne précision dans un référentiel mondial (eux-mêmes obtenus par d'autres méthodes spatiales : radioastronomiques ou mesures de distances Terre/satellites avec un télémètre laser très puissant). On recalcule alors, *a posteriori*, la position exacte des satellites.

Depuis 1992, un service international (**IGS**, pour *International GPS Service*) fournit de telles orbites à des fins scientifiques;

- **connaissance de l'indice de réfraction des derniers kilomètres de l'atmosphère:** cette erreur que nous savons analyser (la vapeur d'eau en est un facteur prépondérant) s'élimine en partie lorsque les deux récepteurs sont à la même altitude et dans des conditions climatiques proches, car l'observation différentielle soustrait l'un de l'autre deux facteurs mal connus mais presque égaux, ce qui n'est plus le cas si les altitudes des antennes sont très différentes (montagne). Toutefois on note que la détermination de la coordonnée Z (altitude ellipsoïdique) est toujours moins bonne que celle de X et de Y.
- **connaissance du contenu électronique de l'ionosphère:** pour les ondes radio, l'ionosphère est une couche très perturbatrice, le signal qui se propage y est ralenti en fonction de la teneur locale en charges libres (qui varie parfois très rapidement avec le flux de particules venant du Soleil et de l'espace) et de la fréquence du signal. Lorsqu'on recherche la précision maximale, en recevant les deux fréquences émises et en comparant les temps de propagation sur ces deux canaux, on sait éliminer l'essentiel de cet effet. Mais cela exige des récepteurs dits *bifréquence* et bien plus onéreux que les appareils *monofréquence* devenus très courants.

On remarque donc que le matériel employé, la nature des opérations de mesure ainsi que le type de calcul effectué sont essentiels pour la précision des résultats. Aujourd'hui on mesure des réseaux de quelques kilomètres à un centimètre près avec des appareils monofréquence et des logiciels fournis par les fabricants de matériel sans trop de difficultés, alors qu'en mettant en oeuvre les méthodes les plus raffinées (recalcul d'orbite, mesures bifréquence, observations longues, etc.), des chercheurs ont su mesurer plusieurs centaines de kilomètres, voire bien plus encore, avec une erreur centimétrique.

Le GPS est maintenant une méthodologie essentielle dans la profession de géomètre, mais doit être employé avec discernement et ne pourra pas remplacer toutes les méthodes terrestres classiques, bien plus précises lorsque le besoin se fait sentir et plus rapides dans beaucoup de cas, sauf pour certains types de travaux bien identifiés (établissement de réseaux géodésiques par exemple). Il n'exige pas l'intervisibilité entre stations, mais nécessite l'absence d'obstacles autour et au-dessus de la station (arbres, lignes électriques, immeubles...). Par contre, l'altimétrie qu'il fournit est assez peu précise et surtout, n'étant pas référencée sur le géoïde, elle est peu utile pour le nivellement de précision.

2.3.3.4 Radio-interférométrie non connectée (VLBI)

La VLBI (Very Long Baseline Interferometry) est une méthodologie qui exploite la détection du bruit radio (extrêmement faible) émis par des radiosources extra-galactiques, que l'on peut capter avec de très grandes antennes de radioastronomie (la plus grande, à Arecibo, est un paraboloïde de près de 300 m de diamètre, et beaucoup font plus de 50 m). Lorsqu'on corrèle les signaux captés dans deux antennes, le retard temporel à apporter à l'un des deux pour que la corrélation ne soit pas nulle est déterminé (par essais autour de la valeur attendue) et apporte une contrainte essentielle sur l'analyse de nombreux phénomènes : cartographie à très haute résolution de la radiosource ;

- **mesure** de la rotation terrestre ;
- **position** de chaque antenne.

Le géodésien peut donc en tirer un moyen de positionnement supplémentaire. Mais si les observatoires sont très distants les uns des autres (plusieurs milliers de kilomètres), ce qui est presque toujours le cas, il n'est pas question de les relier par un câble pour permettre cette corrélation. On procède alors à l'échantillonnage numérique de chaque signal et au stockage sur support magnétique, avec des horloges d'échantillonnages presque parfaitement synchrones (masers à hydrogène), dont les extraordinaires stabilités avoisinent une part pour 10^{16} , soit 0,1 cycle en 24 h à 10 GHz de fréquence, de sorte que tout se passe comme s'il s'agissait de la même horloge.

Pour le géodésien, le positionnement obtenu ainsi est ce que l'on peut trouver de plus précis : de l'ordre du centimètre en absolu. La VLBI permet d'obtenir le réseau mondial de référence, certes très onéreux, mais pour lequel les moyens nécessaires sont partagés avec de nombreux autres scientifiques. De plus, les directions de certaines radiosources ont été trouvées particulièrement stables : elles définissent le meilleur référentiel d'orientation absolue disponible (précision meilleure que $0,001''$).

2.3.3.5 Télémétrie laser sur satellites

entre une station terrestre donnée et un satellite (artificiel en général, mais la Lune fait aussi partie des cibles utilisées) équipé de rétroreflecteurs, ainsi que l'instant précis où cette distance est obtenue. Les satellites artificiels (Lageos I et II, Starlette, Stella, Ajisai, Etalon ...) sont des sphères très denses à la surface desquelles ont été fixés les réflecteurs, et ils sont entièrement passifs ; leur grande compacité fait que leur trajectoire est liée presque uniquement aux forces gravitationnelles (il y a toujours d'autres forces comme la pression de radiation ou la traînée atmosphérique liée aux rares molécules encore présentes sur ces orbites, mais elles ne sont sensibles que sur des satellites bien plus volumineux). Donc, même avec des mesures sur seulement certains arcs de trajectoire (il n'y a qu'une trentaine de stations laser dans le monde, réparties de manière très inhomogène), il est possible de calculer une orbite extrêmement précise. De ces orbites, on peut déduire des contraintes importantes pour le calcul du champ de pesanteur terrestre (toute irrégularité de trajectoire est un indice d'anomalie locale de la gravité), pour la mesure de la rotation terrestre, et enfin un excellent positionnement absolu des stations laser (2 cm près environ). Si la VLBI a été pratiquée sous

forme de stations mobiles, mais de manière peu courante à cause de la taille de l'antenne requise (9 m de diamètre pour celle de la NASA, mais peu de sources sont observables car généralement pas assez puissantes), la télémétrie laser s'est beaucoup pratiquée dans des stations relativement faciles à déplacer (2 camions). Toutefois cette technique, qui est très peu limitée par notre habituelle méconnaissance de l'indice de réfraction de l'atmosphère, souffre de la mauvaise répartition géographique des stations actuelles, qui sont surtout en Europe, en Amérique du Nord, en Australie et au Sud-Est de l'Asie.

La télémétrie laser sur la Lune est, quant à elle, une technique privilégiée pour améliorer notre connaissance sur la gravitation et pour tester au mieux des théories générales comme celle de la relativité.

2.3.3.6 Autres systèmes de géodésie spatiale

Les premières mesures de géodésie spatiale ont été dans le domaine optique : mesures de positions angulaires d'étoiles (astronomie de position), puis mesures angulaires de satellites artificiels sur fond d'étoiles, etc. Mais tandis que l'imprécision (quelques mètres) du positionnement absolu ainsi obtenu ne l'a jamais rendu très attractif, ces méthodes permettaient des avancées significatives dans la connaissance de la rotation terrestre. Par la suite (années 70), on a beaucoup employé les satellites Transit, émettant des fréquences très stables, dont on observait l'effet Doppler dans des récepteurs de terrain : la mesure de la variation de fréquence reçue à cause de la vitesse du satellite a permis des positionnements à environ un mètre près pendant une décennie complète.

Très récemment, la France a été à l'origine d'un nouveau système spatial original, baptisé DORIS (Détermination d'Orbites par Radiopositionnement Intégré au Satellite). Une cinquantaine de points répartis aussi uniformément que possible à la surface du globe ont été équipés de balises émettant sur deux fréquences extrêmement stables (400 MHz et 2 GHz).

Certaines stations sont communes avec

des stations de télémétrie laser satellites ou des stations VLBI et ont ainsi des coordonnées absolues très précises. À bord d'un satellite est embarqué un récepteur qui mesure, pour chaque balise émettrice, l'effet Doppler sous lequel le signal est reçu (les premiers satellites équipés ont été Spot II, puis Topex-Poséidon, et bientôt Spot III). Après les calculs effectués par le CNES (Centre National d'Études Spatiales), on en déduit l'orbite du satellite porteur avec une excellente précision (quelques centimètres), et en sous-produit, on peut améliorer considérablement notre connaissance du champ de pesanteur terrestre. Second sous-produit appréciable, un positionnement absolu des balises à mieux que 5 ou 6 cm avec cette spécificité que les mesures sont automatiquement centralisées et rediffusées depuis le CNES-Toulouse vers l'utilisateur qui reçoit ainsi directement à son bureau les coordonnées de sa balise qui est éventuellement de l'autre côté de la Terre. Nul doute que DORIS sera très employé pour suivre les mouvements de terrain, en particulier d'origine tectonique, dans les prochaines années !

2.4 Photogrammétrie

2.4.1 Principe général

Ce procédé de levé est essentiel depuis longtemps pour la cartographie, mais il a encore pris de l'importance depuis la multiplication des besoins des collectivités locales en Systèmes d'Informations Géographiques (SIG), qui exigent un approvisionnement énorme en données numériques à jour, que pratiquement seule la photogrammétrie peut fournir.

Le principe général est basé sur la perception humaine du relief par observation télescopique. Faisons voler un avion équipé d'une chambre de prise de vues au-dessus d'une région, et faisons en sorte qu'une partie du terrain figure sur deux clichés correspondant à deux positions différentes de l'avion. Si maintenant nous observons simultanément un cliché avec un œil et le second avec l'autre œil grâce à un outil optique approprié (stéréoscope à miroirs, appareil de restitution, etc.), nous allons voir en relief la zone de terrain imagée sur les deux clichés. La vision humaine permet en effet de voir ces images en relief dans une large gamme de dispositions relatives de ces deux clichés. Mais si nous disposons ces derniers dans une position relative exactement semblable à celle qu'ils avaient au moment de la prise de vue, alors l'image stéréoscopique observée est une exacte homothétie du terrain réel photographié, pour autant que la chambre de prise de vue soit parfaite, c'est-à-dire n'apporte aucune distorsion à l'image (on l'appelle alors chambre métrique). Pour exploiter ensuite cette scène stéréoscopique, l'appareil de restitution superpose à chaque image un petit point (le ballonnet), que la vision humaine comprendra comme un petit objet dont la position est déplaçable à volonté en hauteur au-dessus de l'image du terrain grâce à des commandes appropriées. L'opérateur aura donc pour travail de promener ce ballonnet dans l'image sur tous les objets à mesurer, pendant que l'appareil archivera toutes les informations numériques produites.

Pour que l'image observée soit une copie exacte du terrain, il faut contraindre un certain nombre de points dans l'image en les obligeant à être à des positions relatives similaires aux leurs sur le terrain. Pour un couple stéréoscopique donné, on montre qu'il faut 6 points connus pour que l'image soit fidèle. Ces points sont mesurés sur le terrain : cette opération est appelée stéréopréparation. Lorsque de nombreux couples stéréoscopiques sont enchaînés (bande de clichés aériens), on peut limiter le nombre de points terrain à mesurer en analysant toutes les contraintes géométriques qui se transmettent de cliché à cliché. Le processus de calcul, très complexe, s'appelle aérotriangulation. Par ailleurs, la manipulation des grandes quantités de données numériques extraites pose des problèmes spécifiques, résolus par des logiciels spécialisés qui ont pris beaucoup d'importance depuis quelques années puisqu'ils sont l'outil de mise en forme finale des données sorties de l'appareil, d'entrée de toutes les corrections en provenance des équipes qui complètent sur le terrain les levés de toutes les informations non visibles sur les clichés et corrigent les points douteux (complètement), et enfin de formatage des données selon les besoins du client.

2.4.2 Instruments employés

Les appareils de restitution ont longtemps été entièrement mécaniques, et donc très délicats et précis. Depuis les années 80, on emploie plutôt des appareils où presque toutes les fonctions mécaniques sont effectuées par un ordinateur qui commande le déplacement des clichés. Ces appareils sont appelés reconstituteurs analytiques et permettent une meilleure rapidité de mise en place et d'exploitation des clichés. Depuis 1992, une nouvelle variante d'appareil arrive sur le marché, utilisant exclusivement un ordinateur puissant. Les clichés sont tout d'abord numérisés par scannage, et présentés simultanément par exemple sur les côtés droit et gauche d'un écran graphique haute résolution où ils sont observés en stéréoscopie avec un système à miroirs simple (d'autres solutions existent pour permettre la stéréoscopie sur écran graphique). L'opérateur procède alors comme sur un appareil classique, mais en plus il dispose d'aides informatiques puissantes comme la corrélation automatique (qui remplace, sans intelligence bien entendu, la vision stéréoscopique humaine). Il s'agit très probablement d'une évolution irréversible de la photogrammétrie qui prendra de l'ampleur dans les prochaines années.

Les clichés que l'on emploie sont, comme nous l'avons vu, souvent pris en avion, avec des axes pratiquement verticaux. Les chambres métriques habituelles sont très lourdes (plus de 100 kg) car le format de cliché est de 24 . 24 cm, et l'optique doit collecter beaucoup de lumière parce que les temps de pose ne peuvent être longs (quelques millisecondes, sinon le mouvement de l'avion crée un filé sur l'image), et en plus n'avoir qu'une distorsion insignifiante (quelques micromètres au pire). Depuis peu, certaines chambres ont une compensation de filé : pendant le temps de pose, on déplace dans le plan focal le film à la même vitesse que l'image. Cela permet des temps de pose plus longs et donc des prises de vues dans des conditions d'éclairage ou de vitesse peu favorables (soleil voilé, vols à basse altitude pour clichés à grandes échelles, etc.).

Les images exploitées peuvent aussi être obtenues avec des appareils terrestres, de formats plus modestes (depuis 6 . 6 cm jusqu'à 12 . 15 cm), que l'on emploie beaucoup pour des levés architecturaux (plans de façades par exemple) ou pour la métrologie photogrammétrique de grands objets industriels. Mais dès que les axes des clichés ne sont plus approximativement parallèles, seuls les appareils de photogrammétrie analytique récents permettent l'exploitation (les appareils mécaniques anciens n'ont pas de débattement suffisant sur certains axes pour cela).

2.4.3 Exploitation d'images spatiales

Le système d'imagerie spatiale Spot fournit des images du sol qui peuvent être stéréoscopiques, avec un pixel de 10 ou 20 m (pixel = picture element) selon le type de programmation de l'instrument HRG (haute résolution géométrique) embarqué : la géométrie de l'image obtenue n'étant pas une perspective conique comme pour la photographie aérienne, ces images ne peuvent pas être exploitées facilement par des appareils mécaniques anciens, et sur les appareils analytiques récents, il faut s'équiper de logiciels spéciaux qui

tiennent compte de cette géométrie nouvelle liée à l'emploi d'une barrette CCD dans l'instrument HRG. C'est aujourd'hui la seule solution économique pour effectuer des cartes à petites échelles (à partir du 1/100 000) dans de vastes zones du globe non équipées de cartes par des procédés habituels.

2.5 Exemples de méthodes topographiques

2.5.1 Levés terrestres traditionnels (*levés directs*)

Les méthodes permettant de lever des objets sur le terrain ont considérablement évolué au cours des dernières années. Le but final étant l'exécution d'un plan parfois graphique mais presque toujours numérique, on sépare généralement l'opération de terrain en deux phases. Tout d'abord, un canevas de points est établi : ces points, souvent appuyés sur les points géodésiques du réseau national, représentent une première densification de celui-ci, organisée afin que tout détail à lever soit visible depuis au moins un de ces points. Ensuite, on procède au levé des détails, détermination des coordonnées de tous les points requis par le cahier des charges.

2.5.1.1 Établissement d'un canevas d'appui

Il peut se faire de différentes manières, soit traditionnelles (triangulation ou polygonation), soit par géodésie spatiale GPS (cas de plus en plus fréquent, un des récepteurs stationnant un point géodésique servant de référence).

- En triangulation, à l'origine, on mesurait les angles d'une série de triangles accolés joignant les points entre eux ; un des côtés étant connu ou mesuré permettait alors de calculer la position de tous les points. Aujourd'hui, certes, on utilise toujours des mesures au théodolite mais assez fréquemment aussi des mesures de distances pour créer un grand nombre de relations géométriques entre les points géodésiques d'appui (dont les coordonnées sont imposées dans le calcul d'ensemble) et les points nouveaux. Cela permet la détermination, avec une forte surabondance de mesures, des coordonnées des points nouveaux (calculs par moindres carrés, § 3.2). Il faut encore mentionner quelques dénominations d'usage lorsqu'on calcule les coordonnées d'un point depuis lequel on a visé au moins trois points connus et plutôt davantage (relèvement), ou lorsqu'on vise un point nouveau depuis plusieurs points connus que l'on stationne (intersection).
- La polygonation est une méthode moins fiable mais plus légère et bien plus courante pour obtenir des points de canevas. Le cheminement goniométrique exploite des mesures d'angles et de distance entre des points successifs (figure 8), en général plus ou moins alignés : chaque nouveau côté est orienté à partir de l'orientation du côté précédent ; ainsi, il faut connaître une orientation sur le point de départ mais aussi d'arrivée (c'est alors à titre de contrôle), ces deux points étant des points géodésiques connus. Il est possible d'obtenir une orientation indépendante des côtés, soit en se référant sur le Nord magnétique (à 0,1 gr près environ), soit sur des visées

astronomiques (précision de 0,01 gr sur le soleil jusqu'à 0,000 2 gr sur l'étoile polaire), soit sur l'axe de rotation de la Terre (Nord vrai) avec un chercheur de Nord gyroscopique (§ 2.5.2). Une telle réorientation de chaque côté conduit à un modèle d'erreur beaucoup plus favorable : elle est souvent nécessaire en travaux souterrains.

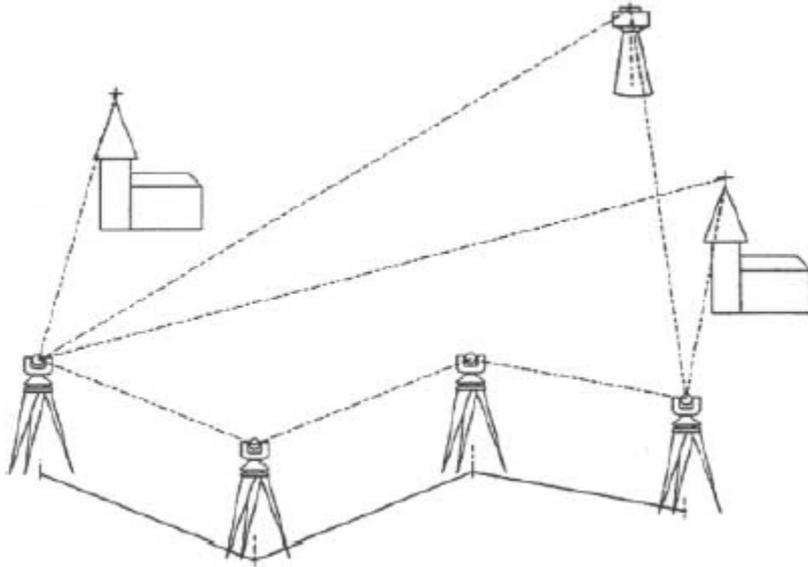


Fig 8. Principe général de mesure d'un canevas d'appui par polygonale entre deux stations appuyées sur des points géodésiques.

2.5.1.2 Levé des détails

Le topographe stationne maintenant chacun des points du canevas afin de mesurer la position des détails à lever. Différentes méthodes sont employées :

abscisses et ordonnées : en utilisant une équerre optique et undécamètre, les points sont levés en abaissant une perpendiculaire depuis chacun d'eux sur le côté de la polygonale le plus proche, et en mesurant l'abscisse sur ce côté et l'ordonnée abaissée sur celui-ci (figure 9) ;

- **quasi ordonnées et obliques latérales** : on construit pour chaque point à lever des triangles dont on mesure les trois côtés ; un des côtés est une fraction d'un côté de la polygonale, un autre est approximativement perpendiculaire (à vue) à celui-ci, et le défaut de perpendicularité a une incidence négligeable sur la position du point (figure 10). Cette méthode utilise en tout et pour tout un décimètre, et reste employée en levés urbains ;
- **alignements et prolongements** : cette méthode est utilisée surtout en zone rurale et consiste à déterminer sur la polygonale des points situés sur les lignements ou les prolongements de certaines directions à lever (figure 11) ;
- **mais** la méthode de loin la plus courante, depuis l'existence des *tachéomètres électroniques* (intégrant un appareil électronique de mesure de distances dans un théodolite électronique), est la **méthode dite par rayonnement**. On

stationne les points du canevas avec le tachéomètre, et on oriente l'appareil à l'aide d'au moins une visée sur un ou plusieurs autres points connus (en particulier d'autres points du même cheminement). À partir de là, pour chaque point stationné par l'opérateur géomètre équipé d'une canne munie d'un réflecteur, la mesure de deux angles (horizontal et vertical) et de la distance permet de localiser ce point. Le technicien qui met en œuvre le tachéomètre introduit alors dans son terminal informatique, *carnet électronique de terrain* (souvent étroitement associé au tachéomètre), un code décrivant le type de point mesuré (par exemple angle de bâtiment, chemin, poteau électrique...), qui restera associé à l'enregistrement des trois mesures proprement dites. Le géomètre aura donc une description par points de l'espace, avec une densité qui ne dépend que du cahier des charges de son levé. À la suite de son travail de terrain (le matériel actuel permet de lever jusqu'à plus de 800 points par jour si besoin est), le carnet électronique de terrain est vidé vers l'ordinateur (éventuellement par ligne téléphonique), et un logiciel approprié permet le traitement de ces données, leur correction interactive sur écran, puis le report automatique sur papier. La plupart des clients demandent en complément des tracés papier une archive numérique destinée à être engrangée dans leur propre système informatique : les différents formats de données sont alors une source considérable de problèmes de conversion.

2.5.1.3 Exemples

2.5.1.3.1 Assistance topographique au percement d'un tunnel

Cet exemple représente une classe de travaux entièrement différents, puisque sous terre aucun repère optique extérieur n'est évidemment utilisable. Un ensemble de méthodes spéciales (topométrie *souterraine*) est alors mis en œuvre. Outre les méthodes habituelles déjà décrites (mesures d'angles et de distances, nivellement de précision), on emploie également des **gyrothéodolites**, encore appelés gyroscopes ou chercheurs de Nord mentionnés précédemment.

Ces appareils utilisent une toupie, tournant à des vitesses élevées autour d'un axe horizontal, suspendue grâce à un ruban métallique qui lui permet de changer de direction dans son plan horizontal. Dans ces conditions, on montre que cet axe oscille (on dit qu'il précessionne) autour du Nord en l'absence du couple de rappel exercé par le ruban, et donc qu'en réalité, sa direction moyenne est un équilibre entre le couple de torsion dû à la suspension et le couple gyroscopique qui l'attire vers le Nord en oscillant lentement. Un gyrothéodolite permet de mesurer des angles en prenant comme référence le Nord géographique vrai (axe de rotation de la Terre), sans aucune référence optique externe, et donc d'établir de longues polygonales souterraines sans risque de désorientation.

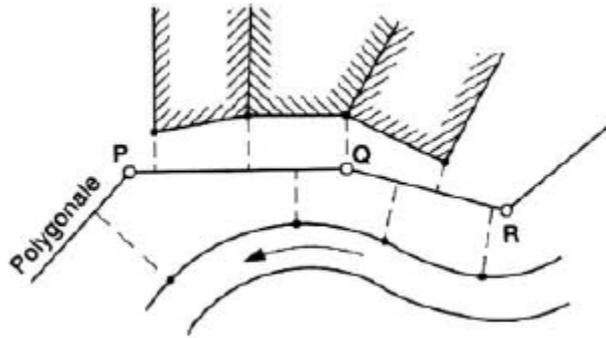


Figure 9 – Levé de détails : abscisses et ordonnées

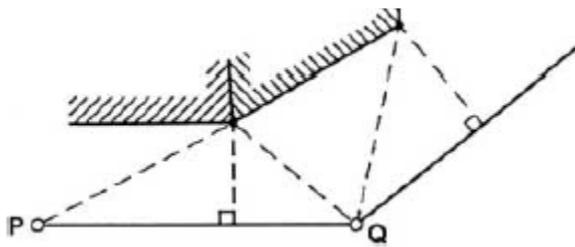


Figure 10 – Levé de détails : quasi ordonnées et obliques latérales

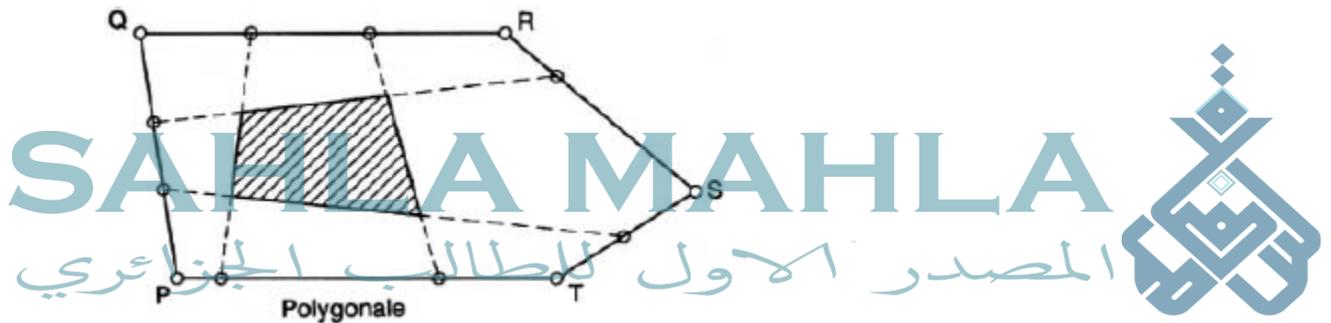


Figure 11 – Levé de détails : alignements

Pensons par exemple au creusement du tunnel sous la Manche, et voyons quelles ont été les opérations topographiques. Tout d'abord, en surface, un canevas géodésique a été mesuré par méthodes terrestres traditionnelles, enrichies de visées astronomiques, puis complétées par des mesures GPS effectuées avec beaucoup de soin : cela a permis d'améliorer le passage du système de coordonnées anglais au système français. Mais en l'absence d'un géoïde précis, cela n'apporte pas de contraintes sur le raccord altimétrique entre les deux systèmes d'altitudes de part et d'autre : ce raccord a été appuyé essentiellement sur une étude du niveau moyen de la mer de part et d'autre du détroit. Pour commencer, dans les deux puits d'entrée, les coordonnées de surface ont été transmises au niveau du forage 50 m plus bas par l'emploi

de mesures au théodolite, à la lunette nadirozénithale (capable de viser exactement à la verticale, vers le haut ou vers le bas) et au fil *Invar* (pour établir la distance verticale entre les points hauts et bas). En s'appuyant sur ces coordonnées de départ, deux polygones très précises, les points étant matérialisés par des consoles proches des parois et distantes de 190 m environ les unes des autres, fournissant un centrage d'excellente qualité, ont été menées des deux côtés du tunnel simultanément (pour symétriser les effets de la réfraction), réorientées périodiquement avec un gyrothéodolite de grande précision (écart-type d'un ou deux milligrades). Grâce à un luxe de précautions considérable, et malgré l'extrême longueur du tunnel foré (38 km, soit une double polygonale de 400 points chacune), lorsque les deux premières galeries se sont rencontrées, l'écart de fermeture était de 36 cm en planimétrie et de 6 cm en altimétrie. Bien entendu, ce genre d'exploit n'a pas besoin d'être reproduit très fréquemment, mais cela donne un ordre d'idée sur ce que l'on peut faire en travaux souterrains si besoin est, avec la technologie actuelle. En remontant en arrière d'une vingtaine d'années, on notera tout de même que des performances voisines avaient déjà été atteintes lors du percement du tunnel du Mont-Blanc (8 cm en planimétrie, 2 cm en altimétrie sur 10 km de distance).

Dans un chantier de ce type, il convient de rappeler l'aspect extrêmement difficile et ingrat du travail du topographe : le guidage du tunnelier repose exclusivement sur ses mesures ; il ne peut occuper qu'un espace très restreint le long des parois (au centre du tunnel circulent continuellement les wagons qui, en particulier, enlèvent les matériaux extraits par le tunnelier), endroit où de plus la réfraction latérale est très défavorable à la grande précision de mesure requise ; de plus, le gyrothéodolite sur lequel repose toute la qualité des résultats ne travaille pas dans de bonnes conditions puisqu'il devrait n'être soumis à aucune vibration, or le passage continu des wagons et la proximité du tunnelier (le chantier de topographie se déroule juste derrière celui-ci) en provoque sans arrêt. Dans de tels chantiers, le topographe est indispensable mais l'importance de son rôle est traditionnellement méconnue, considérée comme secondaire devant le génie civil puisque peu spectaculaire et réputée sans risque d'erreur : mais cette absence de fautes tient justement à toute une rigueur d'opérations qui privilégie les autocontrôles, et permet de garantir une qualité irréprochable des coordonnées fournies malgré la quantité gigantesque de mesures pourtant toutes nécessaires ; mais tout cela reste inconnu du grand public.

2.5.1.3.2 Auscultation de réfrigérants atmosphériques de centrales nucléaires

Ces réfrigérants atmosphériques sont des ouvrages d'art de très grandes dimensions (150 m de haut), voiles de béton approximativement en forme d'hyperboloïde de révolution, et il s'est avéré indispensable (malheureusement souvent bien longtemps après leur construction) de procéder au contrôle périodique de leurs déformations et de l'apparition éventuelle de fissures. De nombreuses cibles ont alors dû être fixées sur la surface externe, et trois types de mesures au moins ont été pratiquées :

- à partir de piliers faisant partie du canevas de référence de la centrale nucléaire, de coordonnées très homogènes, des visées au théodolite électronique de très haute précision (Wild T 2000) sont effectuées sur chaque cible (qui reçoit ainsi de 3 à 6 visées d'intersection) : l'erreur obtenue varie du bas en haut de l'ouvrage, mais reste millimétrique;
- en photogrammétrie terrestre, en exploitant des clichés stéréoscopiques pris avec une chambre métrique avec un très fort recouvrement (tout point est visible sur 6 clichés au moins), dans un appareil de restitution nécessairement analytique. L'aérotriangulation s'appuie sur quelques points mesurés au théodolite, et la précision obtenue est meilleure que le centimètre sur points matérialisés (cibles) ; en plus, il est possible de restituer tout détail inatten du (fissures, etc.). Comparativement à la méthode a), le travail de terrain est beaucoup plus rapide, et l'acquisition des mesures est ainsi presque instantanée, ce qui est loin d'être un luxe car l'ouvrage se déforme considérablement en fonction de la température, de l'ensoleillement, du vent, etc. De ce fait, et malgré une précision nominale théorique moindre, la photogrammétrie donne souvent de meilleurs résultats que la topométrie de haute précision classique ;
- suivi des fissures par localisation approximative et mesure de leurs dimensions : à cette fin, on emploie des images vidéo obtenues par une caméra avec un objectif à très longue focale montée sur une tourelle à deux axes permettant une mesure d'angle à 0,010 près.

Cette méthode se double d'un archivage systématique des images vidéo obtenues, ce qui permet par comparaison un excellent suivi des fissures du béton, sans qu'il s'agisse pour autant d'une opération topographique à proprement parler.

3 Traitement et gestion des mesures

Les procédés topométriques ont fait de tels progrès en rendement depuis quelques décennies que des aspects initialement mineurs comme la gestion des mesures et des données sont aujourd'hui des sources de problèmes capitaux. Nous passerons en revue ceux qui concernent le stockage de mesures sur le terrain, les calculs de compensation pour les réseaux, ainsi que la gestion des levés obtenus, sous forme numérique, sous forme de systèmes d'informations géographiques ou SIG.

3.1 Acquisition et stockage des données

La totalité des levés sont désormais réalisés sous forme numérique : en photogrammétrie (§ 2.4), lorsque la densité de points à lever est forte et pour de grandes surfaces ; en levé direct (§ 2.5.1), pour des surfaces plus réduites, et même depuis peu en nivellement de précision. Comment se présente la chaîne de transmission des données depuis le terrain jusqu'au

calculateur du client ? Couplé à l'appareil de terrain, le carnet électronique doit assurer les fonctions de prétraitement des données (codage, mise en oeuvre de diverses corrections, etc.), de validation (il y a parfois de nombreux tests de cohérence interne des mesures que l'on peut faire au fur et à mesure) et bien entendu de stockage. Ce qui fait l'originalité de cette informatique, c'est son adaptation aux conditions du terrain (température, humidité, chocs, pas de ressources en énergie) ; de surcroît la valeur de la donnée de terrain est souvent telle que l'on ne peut admettre qu'elle risque d'être perdue par faiblesse de l'appareil ou par simple mégarde de l'opérateur. L'extrême fiabilité de ces carnets électroniques explique que leur prix soit toujours élevé, bien au-delà de ce que le marché de l'informatique classique laisserait prévoir.

Le problème à résoudre des prochaines années est celui d'une saisie graphique interactive sur le terrain, permettant la mise au net du fichier avant de quitter le terrain et la vérification des codages des différents objets saisis sur le site. Pour le moment, ces opérations de vérifications se font au bureau, de sorte qu'un point à réviser exige un nouveau déplacement sur le terrain.

Le stockage des mesures codées sur le terrain utilise les moyens magnétiques habituels de l'informatique (disquettes, cassettes), mais il s'y ajoute chez certains constructeurs des mémoires à bulles magnétiques, pour lesquelles la fiabilité de stockage sur le terrain semble insurpassable. Au bureau, la grande durée d'archivage souhaité rend fréquents les recours au disque optique réinscriptible, dont la longévité semble appropriée et le coût raisonnable. Par contre, l'archive papier, qui traditionnellement était fondamentale, perd d'année en année de sa valeur. Désormais elle représente un simple document de contrôle des données numériques, pas même toujours demandée par le client.

3.1.1 Logiciels de compensation

Lorsqu'on établit un canevas de points de référence, il est de règle de s'entourer d'un grand nombre de sécurités pour pouvoir garantir une certaine précision, qui fait elle-même partie des résultats du calcul de ces points. Cette règle se traduit systématiquement par une certaine quantité de mesures surabondantes, a priori inutiles du strict point de vue géométrique, mais servant de contrôle et permettant d'évaluer la qualité des résultats. Entrent dans ce cadre, en triangulation la mesure de tous les angles possibles (2 angles par triangle suffiraient en théorie), en polygonaion la détermination du point d'arrivée et de l'orientation en ce point (qui sont connues par ailleurs), en GPS l'observation d'une grande quantité de mesures élémentaires (pendant plusieurs heures dans certains cas), ou encore en nivellement de précision le fait de mener en parallèle deux cheminements (chaque mire comporte deux graduations différentes qui sont lues successivement).

Jusque vers les années 60, on n'utilisait dans ces mesures supplémentaires que ce qui était utile à l'évaluation de la précision. Depuis que les calculs ont cessé d'être un problème pratique et que des micro-ordinateurs puissants sont d'un prix très accessible, on aborde le problème de l'exploitation de l'ensemble des mesures de façon plus globale. On vérifie tout d'abord que le problème à résoudre est effectivement surdéterminé et qu'aucune inconnue ne

reste non contrainte par des observations (par exemple, cas d'un point n'ayant reçu qu'une visée, en triangulation). Puis on écrit toutes les relations liant chacune des mesures à l'ensemble des inconnues (pose des relations d'observation), après linéarisation du problème géométrique (on calcule d'abord une solution approximative, avec une partie des mesures, puis on traduit l'effet de chaque mesure en considérant par exemple qu'un arc de cercle est approximé par sa tangente, d'où la terminologie linéarisation). On doit alors résoudre un système de n équations à p inconnues, avec $n > p$. En général, ce type de système n'admet pas de solution, sauf si les n équations ne sont pas indépendantes (en combinant certaines d'entre elles, on peut en obtenir quelques-unes parmi les autres), ce qui n'a pas de raison d'être si le problème géométrique est bien posé. Chaque solution que l'on voudrait essayer ne pourrait satisfaire simultanément toutes les équations, de sorte que chaque équation, composition linéaire de certaines inconnues et d'un terme constant, au lieu de valoir toujours zéro lorsque les inconnues sont remplacées par la solution essayée, s'en écarterait d'une petite grandeur appelée résidu, non nulle sauf en de rares cas. On recourt alors à la solution dite des moindres carrés, qui consiste à chercher la solution qui minimise la somme des carrés de ces résidus : cette solution est unique, et on peut montrer qu'il s'agit du meilleur estimateur sans biais possible du jeu d'inconnues pour autant qu'on puisse garantir que les erreurs de mesures sont indépendantes et suivent un modèle Gaussien (on est bien obligé de faire comme s'il en était ainsi, quoique ce ne soit que très rarement rigoureusement le cas). La solution des moindres carrés exploite au mieux la totalité des mesures effectuées et leur redondance, sans préjuger de ce qui est mesure et de ce qui est contrôle. Elle donne d'excellents résultats. Il faut noter en outre que l'on peut agir sur le poids que l'on entend donner à chaque mesure (une mesure précise doit compter plus qu'une mesure grossière), et le choix de la pondération est un point qui peut s'avérer délicat. Logiquement on doit fournir des poids inversement proportionnels aux précisions de mesure (la solution des moindres carrés n'est optimale que dans ce cas) ; mais les précisions sont souvent difficiles à évaluer. Comme pour les mesures de distances, on devrait toujours au minimum les analyser au travers d'un terme fixe et d'un autre proportionnel à la distance comme suit : $\sigma^2 = a_1^2 + (a_2 D)^2$; par exemple, pour des mesures au théodolite, a_1 est l'erreur de centrage et a_2 est l'erreur de détermination des angles. Mais ces valeurs a_1 et a_2 restent très subjectives et difficiles à établir de manière indiscutable. Il faut de toute manière se garder de modèles d'erreurs simplistes où a_1 serait nul, car les visées courtes seront surpondérées parfois de manière choquante (visées de rattachement par exemple).

Une autre difficulté dans l'emploi des moindres carrés tient à la détection de fautes de mesures. Celles-ci ont beaucoup diminué avec les mesures électroniques sur le terrain, mais existent encore (point mal codé : erreur d'identification du point visé par exemple). Si plusieurs grosses fautes figurent parmi les mesures, il peut devenir presque impossible de les identifier. Il faut toujours investir du temps dans une vérification des mesures entrées en machine, et analyser les résidus de calcul avec beaucoup de soin ; le plus gros résidu est

souvent proche de la faute, sans être forcément dessus. Toute une part des recherches effectuées depuis dix ans concerne la recherche d'estimateurs robustes, c'est-à-dire capables de mettre en lumière sans ambiguïté une mesure fautive. Par exemple la norme dite L1 consiste à minimiser la somme des valeurs absolues des résidus, elle est assez robuste mais elle est en pratique difficile d'emploi.

Un dernier aspect important des moindres carrés doit être précisé : il est de plus en plus nécessaire de fournir de manière visuelle avec le résultat du calcul de coordonnées, celui donnant la qualité de détermination des points. La solution traditionnelle consiste à représenter autour de chaque point la zone dans laquelle il est statistiquement probable (par exemple à 95 %, ou à un autre pourcentage près) que le point se trouve. Malencontreusement, si le sens statistique de ces ellipses d'erreur est bien précis, il n'en est pas de même de leur sens physique : celles-ci sont en effet strictement liées au choix que l'on peut faire d'un point de référence, dont les coordonnées sont imposées (ce point pouvant être fictif, par exemple barycentre d'un sous-ensemble de points) : il y a très peu de cas (voire aucun ?) dans lesquels l'exactitude absolue des coordonnées est recherchée ; généralement l'erreur que l'on a besoin de caractériser est l'erreur relative de positionnement entre les points du réseau. Ainsi pourrait-on dire que le réseau géodésique français, ensemble de 100 000 points environ, est caractérisé par une erreur de 1 cm combinée avec 1 cm/km. Et comme le point de référence est au Panthéon, il est de peu d'utilité aux usagers de la région de Lyon de savoir que leurs points ont des ellipses d'erreur ayant des demi-axes de l'ordre de 5 m. Ce qui les intéresse est par exemple que deux points à 5 km l'un de l'autre, entre lesquels un cheminement est créé, aient une position relative connue à 5 cm près ou mieux, ce qui influe directement sur la tolérance de fermeture de leur cheminement (car dans certains cas leur cheminement, effectué avec des appareils récents, sera nettement plus précis...).

3.1.2 Systèmes d'information géographique (SIG)

Il s'agit d'un concept récent (milieu des années 70), et qui recouvre un ensemble de techniques dont l'importance économique suit une croissance assez spectaculaire, à tel point qu'on peut sérieusement penser qu'il pourrait s'agir de l'avenir principal des professions de la géométrie. Un SIG est tout d'abord un ensemble de données localisées dont les origines peuvent être variées : scannage de cartes existantes, levés nouveaux ayant des précisions diverses (soit directs, soit photogrammétriques), voire bases de données existant sur le marché. Ensuite un SIG se compose d'outils informatiques (matériels et logiciels) permettant d'employer ces données, et souvent de les enrichir, de les mettre à jour, etc. L'objectif du SIG est de permettre, d'une part un accès aisé aux données, d'autre part de créer des documents cartographiques sur mesure à partir de celles-ci. Il est aussi de permettre une véritable gestion de ces données (c'est le point essentiel qui différencie un logiciel de SIG d'un logiciel de DAO, dessin assisté par ordinateur), et de servir d'aide à la décision grâce à cette possibilité de gestion a priori bien plus puissante que dans le cas de données papier. Les SIG sont donc le prolongement normal de la cartographie d'autrefois, à laquelle on ajoute l'extraordinaire

puissance de travail des ordinateurs actuels. Évidemment, on trouvera des SIG ayant de très grandes différences de performances, selon qu'ils utiliseront des PC (Personal Computer), ou des stations de travail, ou de gros ordinateurs. Pour une étude détaillée des SIG, se référer par exemple à [3].

Nous citerons pour terminer les grands problèmes posés par les SIG.

- La notion d'échelle disparaît, elle est remplacée par celle de précision du levé, et celle-ci n'étant plus indissociable des données, de sérieuses erreurs d'interprétation peuvent en résulter (agrandir une carte papier agrandissait aussi la taille des traits, l'erreur étant égale à la largeur du trait pour une carte *régulière* ne pouvait être oubliée). Les outils graphiques des SIG ne gèrent pas encore l'épaisseur des traits, ce qui constitue manifestement une faiblesse.
- Une grande importance doit être donnée à la compatibilité des données entre elles, si l'on veut pouvoir bénéficier d'une synergie dans leur emploi commun : une même limite peut servir à plusieurs thèmes, et en assurer l'intercompatibilité implique que ce soit le même fichier numérique qui soit employé dans tous les thèmes concernés. On entrevoit la difficulté que rencontrent alors tous ceux qui veulent travailler sur un mélange de cartes scannées (par exemple cadastre) et de levés directs, car leur superposabilité n'est garantie – en l'absence de toute intervention préliminaire – que dans la marge donnée par la tolérance de chaque document, ce qui est presque toujours inacceptable. On se trouve donc face à une nouvelle nécessité d'un référentiel unique pour tous les levés si l'on veut bénéficier de la possibilité de recouper leurs informations ultérieurement.
- Les données peuvent être structurées de façon plus ou moins poussée. Au minimum, on disposera de données *spaghetti*, sans aucune qualification de chaque trait et sans aucune relation avec des attributs, comme si, dans une carte, tout était représenté en une seule couleur. À l'opposé, les données peuvent être structurées avec beaucoup de luxe : on décrira alors leur *topologie* (relations existant entre elles) pour pouvoir s'en servir utilement. Ainsi une base de données routière devra différencier les routes par des codes selon leur taille, leur viabilité, etc., de sorte qu'un logiciel adapté à ce codage particulier permettra d'extraire à volonté par exemple *toutes les routes permettant de convoier un camion de 25 t* et ensuite de choisir la plus rapide pour joindre deux villes. Les données graphiques sont donc structurées en *couches* parfaitement superposables, plus ou moins nombreuses (dans notre exemple, une pour les routes, une pour les cours d'eau, une pour les voies ferrées, etc.), et sont mises en relation avec des données alphanumériques, ou attributs, qui les qualifient (comme la largeur des voies, les noms des villes, etc.).
- Le problème des formats est donc fondamental si l'on veut sauvegarder des possibilités d'échanges entre SIG et éviter d'être enchaîné à un fournisseur particulier de logiciels (qui impose donc son format). On a mis au point en France tout récemment une norme du CNIG (Conseil National de l'Information Géographique),

appelée EDIGEO, pour assurer un format d'échange standardisé entre SIG ; et il est probable qu'un format international verra le jour sous peu, au moins en Europe.

- Les SIG se répandent rapidement et sont extrêmement gourmands en données topographiques numériques. La photogrammétrie est le moyen d'approvisionnement privilégié pour le moment, mais il faut bien noter que tout SIG que l'on crée non seulement exige des données, mais aussi représente un besoin régulier et à long terme en données de mise à jour.

C'est une ouverture remarquable pour la profession de géomètre-topographe amené à jouer de plus en plus le rôle d'expert auprès des collectivités locales (principaux clients en matière de SIG pour la gestion des réseaux locaux, des voiries, etc.), mais aussi à fournir probablement bien plus de levés qu'autrefois.

3.1.3 Fonctionnement d'une station totale

Les stations totales sont des théodolites électroniques qui comprennent aussi un télémètre. Les mesures (gisements, distances zénithales et distances) sur le terrain sont donc beaucoup plus rapides. Les résultats obtenus avec de tels instruments sont souvent plus précis. La mise en station est comparable à celle des instruments conventionnels. Il faut donc s'assurer que l'instrument est bien centré au-dessus du point et qu'il est parfaitement nivelé.

Le principe de lecture des cercles horizontaux et verticaux est basé sur un système de codes à barres. Des lignes claires sont alternées avec des lignes foncées selon un patron spécifique. Lorsqu'un cercle tourne, un capteur lit les variations d'intensité lumineuse produites. Celles-ci sont converties en signaux électriques puis en valeur angulaire. Le résultat est alors affiché. Il peut aussi être transmis à une cassette d'enregistrement ou à un carnet de notes électronique. Un clavier permet à l'utilisateur de contrôler la station totale. Un ensemble de menus donne accès aux différentes fonctions de l'instrument. Habituellement on peut obtenir les informations suivantes: Distance en pente, distance horizontale, dénivelée, Coordonnées X, Y et Z, numéro du point, gisement, distance zénithale.

3.1.3.1 Corrections à appliquer aux lectures télémétriques

Les mesures observées par un télémètre doivent être corrigées afin de fournir des résultats adéquats. Les deux corrections à appliquer sont la constante d'addition et le facteur d'échelle. Afin d'obtenir les distances les plus précises il faut donc déterminer et entrer ces corrections avant de faire les observations.

3.1.3.2 Constante d'addition

La première valeur à déterminer est la constante d'addition. Pour vérifier ou déterminer la constante d'addition il suffit de mesurer une distance courte connue très précisément. Par exemple, en mesurant une distance de 35.000 m avec un ensemble prisme-télémètre (la réponse est exacte pour ce prisme et ce télémètre seulement) si la lecture est de 35.013 m il

faudra soustraire 0.013 m à toutes nos lectures. Pour éviter cette correction manuelle on fait l'indiquer à l'instrument.

3.1.3.3 Le facteur d'échelle

Le facteur échelle apporte des corrections proportionnelles à la distance. Il existe 3 corrections typiques: les corrections atmosphériques, les réductions au niveau de la mer et correction de la déformation due au système de projection. Comme cette dernière est directement liée au système de projection utilisé, nous utiliserons seulement les deux premières.

3.1.3.4 Les corrections atmosphériques

Les corrections atmosphériques sont dues à la vitesse de la propagation des ondes dans le milieu ambiant. Dépendamment de la température et de la pression atmosphérique, les ondes circulent plus ou moins vite dans l'air. Il faut donc entrer ces corrections pour obtenir une longueur exacte. Le tableau suivant est un exemple de correction atmosphérique en fonction de la température et de la pression atmosphérique en millibars (mb). Si on ne connaît pas la pression atmosphérique on peut utiliser l'élévation de la station au-dessus du niveau moyen des mers (en mètres) pour estimer la correction atmosphérique. La formule qui remplace ce tableau est: où: C1 = correction atmosphérique en ppm t = température en °C P = pression atmosphérique en mb.

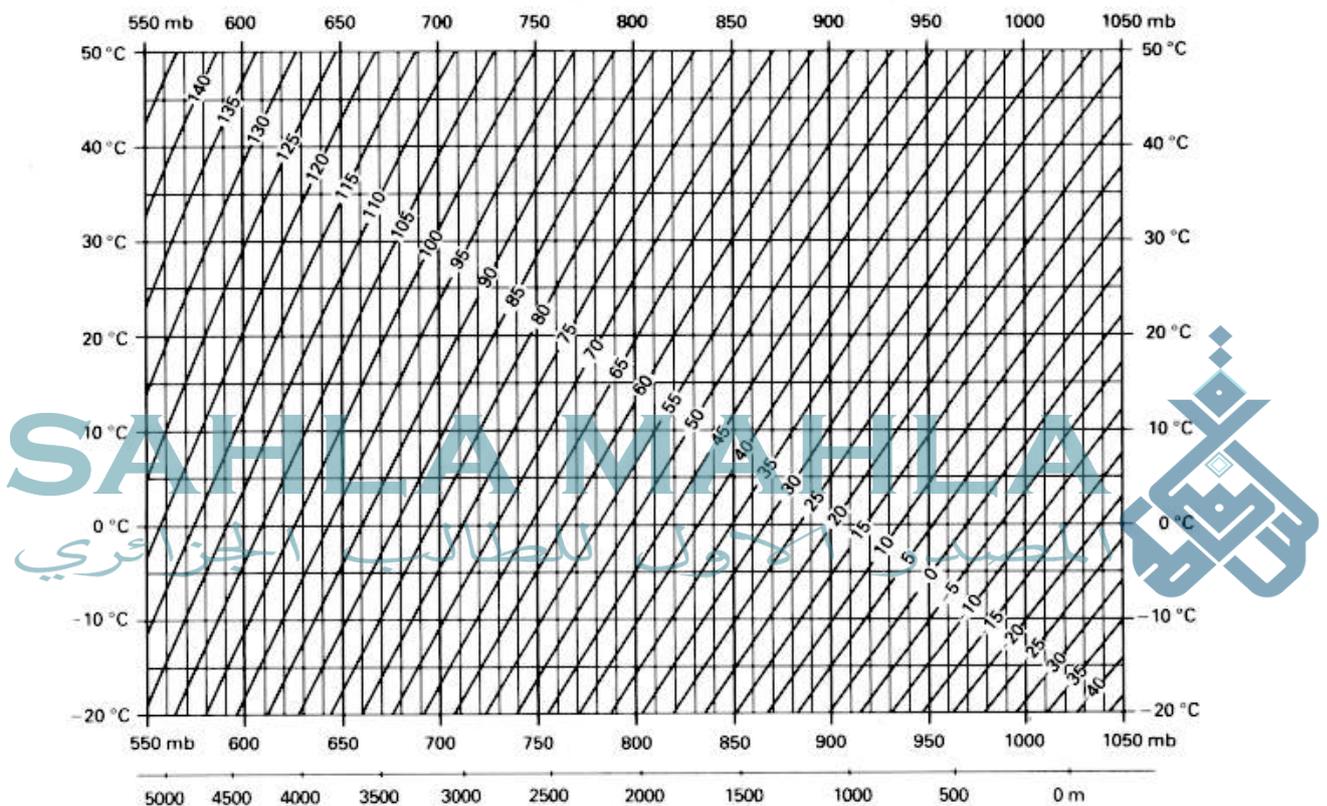
Comme il existe plusieurs systèmes de notation de pression atmosphérique, le tableau suivant permet d'avoir la relation entre les différentes unités utilisées. Pression atmosphérique

Tableau comparatif des unités de mesure

Millibars (mb)	Kilo Pascal (mb / 10)	mm de Hg (mb / 1.3332)	Po de Hg (mb / 33.86395)
960	96.0	720.1	28.35
963	96.3	722.3	28.44
966	96.6	724.6	28.53
969	96.9	726.8	28.61
972	97.2	729.1	28.70
975	97.5	731.3	28.79
978	97.8	733.6	28.88
981	98.1	735.8	28.97
984	98.4	738.1	29.06
987	98.7	740.3	29.15
990	99.0	742.6	29.23
993	99.3	744.8	29.32
996	99.6	747.1	29.41
999	99.9	749.3	29.50
1002	100.2	751.6	29.59
1005	100.5	753.8	29.68
1008	100.8	756.1	29.77
1011	101.1	758.3	29.85
1014	101.4	760.6	29.94

1017	101.7	762.8	30.03
1020	102.0	765.1	30.12
1023	102.3	767.3	30.21
1026	102.6	769.6	30.30
1029	102.9	771.8	30.39
1032	103.2	774.1	30.47
1035	103.5	776.3	30.56
1038	103.8	778.6	30.65
1041	104.1	780.8	30.74
1044	104.4	783.1	30.83
1047	104.7	785.3	30.92
1050	105.0	787.6	31.01

Diagramme 1: Correction atmosphérique de la distance en ppm (°C, mb, m)



$$C_1 = 281.8 - \frac{0.29065 P}{1 + 0.00366 t}$$

La formule qui remplace ce tableau est: où: C1 = correction atmosphérique en ppm t = température en °C P = pression atmosphérique en mb.

Comme il existe plusieurs systèmes de notation de pression atmosphérique, le tableau suivant permet d'avoir la relation entre les différentes unités utilisées.

3.1.3.5 La réduction au niveau de la mer

Si on considère que le rayon de la terre est de 6378000 m, la réduction au niveau de la mer sera calculée de la façon suivante:

$$C_2 = - \frac{H}{6378000}$$

où H = altitude de la station au-dessus du niveau moyen des mers (m) C2 = réduction au niveau de la mer en ppm.

3.1.3.6 Le facteur d'échelle total

Afin d'obtenir le facteur d'échelle total il suffit d'ajouter la correction atmosphérique à la réduction au niveau de la mer. Ainsi:

$$C = C_1 + C_2$$

où C = le facteur d'échelle total en ppm C1 = la correction atmosphérique en ppm C2 = la réduction au niveau de la mer en ppm.

3.2 Pratique

Pour se familiariser avec une station totale, on recommande de faire ces exercices suivants :

3.2.1 Lecture d'angle d'une direction

Pour cet exercice vous devez stationner une station totale sur un point situé sur le plancher du laboratoire. Les notes devront être inscrites dans un carnet de notes conventionnel. En lunette directe, placez la valeur du gisement initial à 0°00'00" sur une cible au mur (A), notez l'observation dans le carnet de notes. Mesurez et notez le gisement d'une autre cible (B). Renversez la lunette et notez le gisement de la cible B. Finalement, observez la cible A et notez la valeur angulaire. Calculez l'angle en direct et l'angle en renversé. La moyenne des résultats sera considérée comme la valeur la plus probable de l'angle.

3.2.2 Lecture d'angle sur un polygone

Refaites votre polygone avec une station totale. Assurez-vous de lire les distances horizontales à toutes les fois que vous lisez un gisement. Station 1: Placez un gisement de 0 degré dans la direction de la cible 2 et faites une lecture (L1) sur la cible 4. Station 2: Placez un gisement de 180 degrés dans la direction de la cible 1 et faites une lecture (L2) sur la cible 3. Station 3: Placez un gisement de L2+180 degrés sur la cible 2 et faites une lecture (L3) sur la cible 4. Station 4: Placez un gisement de L3+180 degrés sur la cible 3 et faites une lecture (L4) sur la cible 1. Normalement, la lecture L4+180 = L1. L'écart entre ces valeurs vous donne votre erreur de fermeture angulaire. Calculez l'erreur de fermeture linéaire absolu et l'erreur de fermeture linéaire relatif. Comparez vos coordonnées avec celles déterminées avec le T1 et le chaînage.

N.B.: Toutes ces observations sont faites en lunette directe.

Pression atmosphérique
Tableau comparatif des unités de mesure

Millibars (mb)	Kilo Pascal (mb / 10)	mm de Hg (mb / 1.3332)	Po de Hg (mb / 33.86395)
960	96.0	720.1	28.35
963	96.3	722.3	28.44
966	96.6	724.6	28.53
969	96.9	726.8	28.61
972	97.2	729.1	28.70
975	97.5	731.3	28.79
978	97.8	733.6	28.88
981	98.1	735.8	28.97
984	98.4	738.1	29.06
987	98.7	740.3	29.15
990	99.0	742.6	29.23
993	99.3	744.8	29.32
996	99.6	747.1	29.41
999	99.9	749.3	29.50
1002	100.2	751.6	29.59
1005	100.5	753.8	29.68
1008	100.8	756.1	29.77
1011	101.1	758.3	29.85
1014	101.4	760.6	29.94
1017	101.7	762.8	30.03
1020	102.0	765.1	30.12
1023	102.3	767.3	30.21
1026	102.6	769.6	30.30
1029	102.9	771.8	30.39
1032	103.2	774.1	30.47
1035	103.5	776.3	30.56
1038	103.8	778.6	30.65
1041	104.1	780.8	30.74
1044	104.4	783.1	30.83
1047	104.7	785.3	30.92
1050	105.0	787.6	31.01

SAHIA MAHLA

المصدر الأول للطالب الجزائري

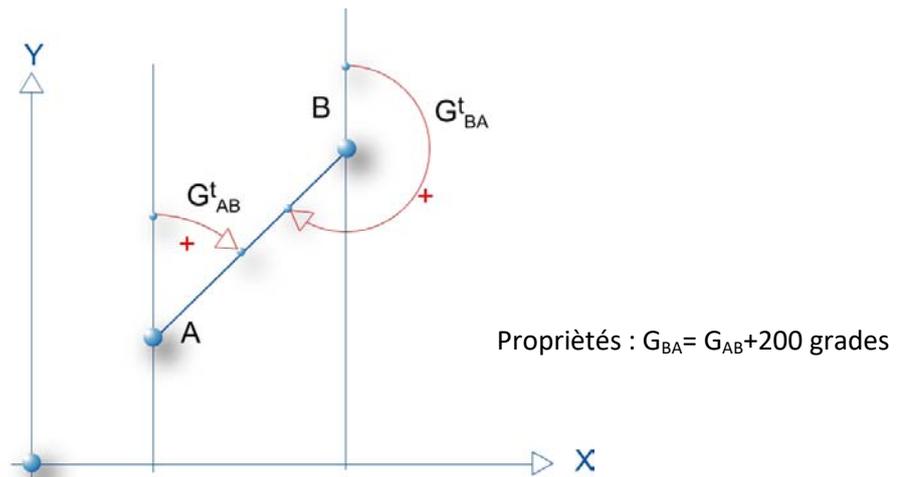


4 Calculs topométriques

4.1 Gisement d'une direction

Définition

Le gisement est l'angle formé par la direction orientée AB avec l'axe parallèle à l'axe des ordonnées (axe Y) de la représentation. Les gisements sont comptés positivement de 0 à 400 grades dans le sens des aiguilles d'une montre.



Calcul gisement et distance entre 2 points

Conversion des coordonnées polaire en coordonnées rectangulaires.

Problème direct $(X_A, Y_A, G_{AM}, D_{AM}) \rightarrow (X_M, Y_M)$
 Calcul des coordonnées d'un point M inconnu par la donnée des coordonnées d'un point A connu et de la mesure du gisement et de la distance AM.

$$X_M = X_A + D_{AM} \cdot \sin G_{AM}$$

$$Y_M = Y_A + D_{AM} \cdot \cos G_{AM}$$

Conversion rectangulaire en coordonnées Polaires.

Problème inverse $(X_A, Y_A, X_B, Y_B) \rightarrow (G_{AB}, D_{AB})$

Calcul du gisement et de la distance AB à partir des coordonnées des points A et B connus.

$$D_{AB} = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2}$$

$$G_{AB} = \arctan \left(\frac{X_B - X_A}{Y_B - Y_A} \right)$$

$$G_{AB} = 2 \cdot \arctan \frac{(X_B - X_A)}{\sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2} + (Y_B - Y_A)}$$

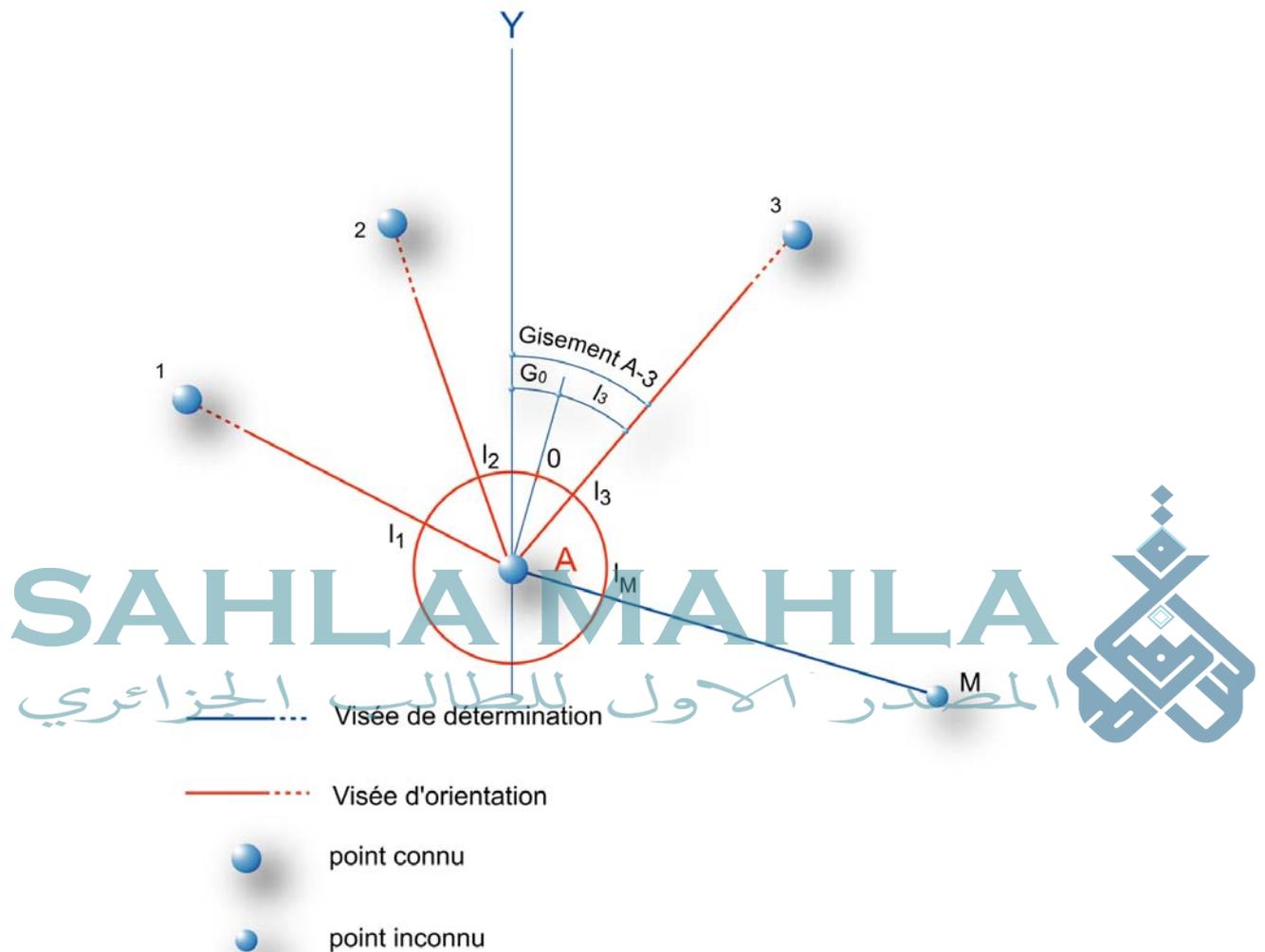
Remarque :

la formule (2) permet de lever l'ambiguïté de 200 grades sur le calcul de arctan.

4.2 G0 et Rayonnement

Orientation du limbe

Un théodolite permet d'effectuer des lectures d'angles horizontaux. Ces lectures sont comptées positivement dans le sens des aiguilles d'une montre par rapport à une direction origine correspondant à la lecture « zéro ».



Le gisement d'une direction peut se déduire du gisement de l'origine des lectures d'angles horizontaux mesurées lors du tour d'horizon. Celui-ci appelé G_0 d'orientation peut se calculer à partir de l'observation de points connus en coordonnées.

$$G_0 \text{ individuel en station A sur le point visé connu } i : G_{0i} = G_{Ai} - l_i$$

Définition

La moyenne de ces valeurs individuelles donne l'orientation moyenne du zéro du limbe au moment du tour d'horizon.

$$G_{0(moyen)} = \frac{1}{n} \cdot \sum_1^n G_{0i}$$

n : n est le nombre de points visés connus en coordonnées depuis la station.

L'analyse des écarts entre les G0 individuels et ce gisement moyen d'orientation permet de déceler les éventuelles erreurs de calculs et d'observations mais aussi de montrer un éventuel déplacement des points connus en coordonnées (borne déplacée, mauvaise identification de points visés...).

Le gisement d'une direction à déterminer se calcule simplement ensuite :

$$G_{AM} = G_{0moyen} + L_M$$

Exercice d'application : Calcul de V0 et rayonnement

Un géomètre procède à la détermination de 2 points nouveaux 80 et 81 à partir de points géodésiques les plus proches 50, 51, 52, 53 et 54 de coordonnées planes suivantes.

Points	E (m)	N (m)
50	982591,010	3155242,710
51	983111,450	3157891,810
52	986130,980	3154407,730
53	979758,400	3154999,820
54	982679,857	3154794,980

Il stationne le point 50 et mesure les angles horizontaux suivants :

Point Visé	Moyenne des lectures réduites (grades)
80	0,0000
52	52,7859
81	156,6256
53	232,5948
51	350,3884
54	125,5665

Il mesure également les distances horizontales réduites à la projection depuis la station 50 :

Point Visé (m)	Distances horizontales (m)
80	300,460
81	216,612

Application : Calculer :

- Pour chaque point connu le G0 individuel et le G0 moyen de la station 50.
- les coordonnées planes des points 80 et 81.

Correction :

Station	Pt Visé	Gisement	Distance	Lecture	V0i	Poids	pV0i	ei	Tolérance	Distance
		grades	m		grades			grades	grades	m
50	51	12,3497	2699,739	350,3884	61,9613	1,00	61,9613	-0,0003	0,0009	-0,012
50	52	114,7465	3637,111	52,7859	61,9606	1,00	61,9606	0,0004	0,0008	0,022
50	53	294,5544	2843,005	232,5948	61,9596	1,00	61,9596	0,0014	0,0009	0,061
50	54	187,5290	456,460	125,5665	61,9625	1,00	61,9625	-0,0015	0,0049	-0,011

Gisement moyen 61,9610 grades et écart moyen d'orientation 0,0012 grades.

CALCUL DES POINTS RAYONNÉS

Station	Point Visé (m)	Lectures (grades)	Distances (m)	DX (m)	DY(m)	X(m)	Y(m)
50	80	0,000	300,460	248,401	169,036	982839,411	3155411,746
50	81	156,6256	216,612	-62,347	-207,445	982528,663	3155035,265

5 Rappels de Trigonométrie

Cette annexe n'est pas un cours de trigonométrie. Seules les applications topographiques sont décrites. Le but est, soit de rappeler certaines formules à ceux qui ont des notions de trigonométrie, soit de permettre à ceux qui ne l'ont jamais étudiée de résoudre facilement les problèmes simples qui se posent en topographie.

La plupart des appareils de mesures d'angles horizontaux sont gradués dans le sens des aiguilles d'une montre. Les gisements (définition donnée au § 1.6.b) sont également comptés dans ce sens. Pour cette raison, nous ne parlerons pas d'arcs orientés trigonométriques dont le sens positif est inverse. Certaines « solutions pratiques » permettent de mener à bien les calculs.

Définitions : Extension des notions d'arc et d'angle

- En trigonométrie, on utilise souvent comme unité d'arc : *le radian*.
- *Arc généralisé* : C'est un arc dont la mesure peut dépasser 400 grades.
- *Cercle orienté* : C'est un cercle sur lequel on a choisi un sens de parcours comme sens positif (en topographie, sens des aiguilles d'une montre).

Un angle au centre a même mesure que l'arc intercepté en unités correspondantes.

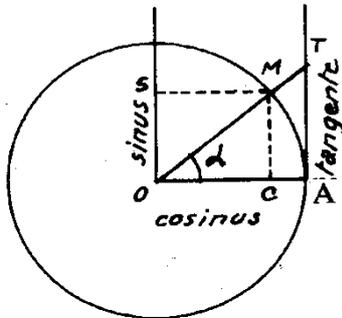
Fonctions circulaires

- Soit un cercle de rayon « UNITE ».

On appelle :

sinus de l'arc \widehat{AM} ou de l'angle MOA OS = CM = (sin)
cosinus de l'arc \widehat{AM} ou de l'angle MOA OC = SM = (cos)

tangente de l'arc \widehat{AM} ou de l'angle MOA $AT = \frac{\sin \text{MOA}}{\cos \text{MOA}} = (\text{tg})$



$$\text{cotangente} = \frac{1}{\text{tangente}} = \frac{\text{cosinus}}{\text{sinus}} = (\text{cotg})$$

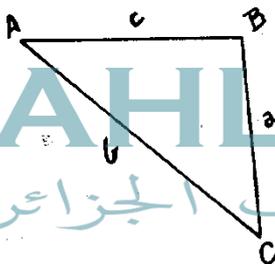
$$\text{OS} = \text{CM} = \sin \alpha \text{ donc } \text{OC}^2 + \text{CM}^2 = \text{OM}^2$$

mais $\text{OM} = 1$ d'où

$$\sin^2 + \cos^2 = 1$$

Formules dans le triangle quelconque

La plupart des problèmes topographiques font appel à la formule dite « relation des sinus ».



Désignons AB par c
BC par a
AC par b

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a = \frac{b \sin A}{\sin B} = \frac{c \sin A}{\sin C}$$

$$b = \frac{a \sin B}{\sin A} = \frac{c \sin B}{\sin C}$$

$$c = \frac{a \sin C}{\sin A} = \frac{b \sin C}{\sin B}$$

Ces formules restent valables pour le triangle rectangle. Un des angles étant égal à 90 degrés, le sinus est égal à 1.

Autre formule utilisée (plus rarement)

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

et les deux relations analogues :

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Surface d'un triangle (S)

$$S = 1/2 bc \sin A$$

$$S = 1/2 ca \sin B$$

$$S = 1/2 ab \sin C$$

Angles et arcs complémentaires

$$\sin \left(\frac{\pi}{2} - A \right) = \cos A$$

$$\cos \left(\frac{\pi}{2} - A \right) = \sin A$$

$$\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - A \right) = \operatorname{cotg} A$$

$$\operatorname{cotg} \left(\frac{\pi}{2} - A \right) = \operatorname{tg} A$$

$$2 \pi = 400 \text{ gr}$$

$$\pi = 200 \text{ gr}$$

$$\frac{\pi}{2} = 100 \text{ gr}$$

$$\sin 30 \text{ gr} = \cos 70 \text{ gr}$$

$$\operatorname{tg} 79 \text{ gr} = \operatorname{cotg} 21 \text{ gr}$$

Règle mnémotiques pour les utilisateurs de tables de valeurs naturelles

— Lorsque le chiffre des *centaines* de grades est *pair* la ligne trigonométrique *ne change pas*.

— Lorsque le chiffre des *centaines* de grades est *impair* la ligne trigonométrique *change*.

$$\sin 120 \text{ gr} = \cos 20 \text{ gr}$$

$$\sin 220 \text{ gr} = \sin 20 \text{ gr}$$

La somme des angles d'un triangle est égale à 200 grades

$$A + B + C = 200 \text{ gr}$$

Applications numériques

1) Triangle rectangle

a) On connaît les deux côtés de l'angle droit

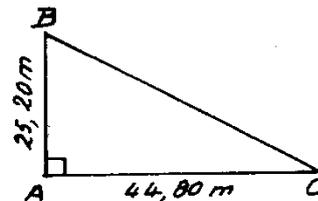
$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ (théorème de Pythagore)}$$

$$= (25,20)^2 + (44,80)^2 = 2\,642,08 \quad BC = \sqrt{2\,642,08} = 51,40 \text{ m}$$

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \quad A = 100 \text{ grades} \quad \sin A = 1$$

$$\sin C = \frac{AB}{BC} = \frac{25,20}{51,40} = 0,49027 \quad C = 32,62 \text{ gr}$$

$$\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{44,80}{51,40} = 0,87160 \quad B = 67,38 \text{ gr}$$



Vérification : $A + B + C = 200 \text{ gr}$

On aurait pu également appliquer la formule en tangente
 B est le complément de C $\sin B = \cos C$

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \text{ donc } \frac{AB}{AC} = \frac{\sin C}{\sin B} = \frac{\sin C}{\cos C} = \text{tg } C$$

$$\frac{25,20}{44,80} = 0,5625 = \text{tg } C \quad C = 32,62 \text{ gr}$$

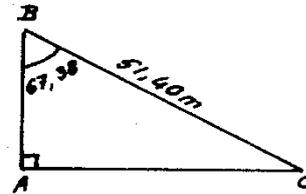
b) On connaît l'hypothénuse et un angle

On peut déduire l'angle C $B = 67,38 \text{ gr}$
 $C = 100 - 67,38 = 32,62 \text{ gr}$

$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} = BC$$

$$AC = BC \sin B \quad 51,40 \times \sin 67,38 = 44,80 \text{ m}$$

$$AB = BC \sin C \quad 51,40 \times \sin 32,62 = 25,20 \text{ m}$$



2) Triangle quelconque

a) On connaît un angle et 2 côtés non adjacents

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} \quad \sin C = \frac{AB \sin A}{BC} = \frac{22,30 \times \sin 132,10}{51,80} = 0,3769$$

$$B = 200 \text{ gr} - (132,10 + 24,60) = 43,30 \text{ gr} = B \quad \hat{C} = 24,60 \text{ gr}$$

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \quad AC = \frac{22,30 \times \sin 43,30}{\sin 24,60} \quad AC = 37,21 \text{ m}$$



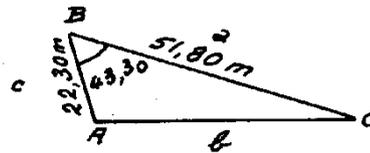
b) On connaît un angle et les deux côtés adjacents

Cas particulier où l'on ne peut pas appliquer la relation des sinus. On utilise la formule $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$.

$$b^2 = (51,80)^2 + (22,30)^2 - 2(22,30 \times 51,80 \times \cos 43,30)$$

$$b^2 = 3\,180,53 - 2(898,093) = 1\,384,344$$

$$b = \sqrt{1\,384,344} = \boxed{37,21 \text{ m} = AC}$$



On est ramené au cas précédent pour calculer les angles A et C.

3) Autres formules

Les formules relatives sont celles qui sont les plus utilisées dans les calculs topométriques. Il est toutefois utile de connaître quelques autres relations.

a) Formules d'addition

$$\begin{aligned} \sin(a + b) &= \sin a \cos b + \sin b \cos a \\ \cos(a + b) &= \cos a \cos b - \sin a \sin b \\ \operatorname{tg}(a + b) &= \frac{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b}{1 - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b} \end{aligned}$$

b) Formules en $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ (utilisées pour les calculs d'implantation de courbes)

On pose $t = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{2t}{1 + t^2} \\ \cos \alpha &= \frac{1 - t^2}{1 + t^2} \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{2t}{1 - t^2} \end{aligned}$$

c) Lignes trigonométriques des petits angles

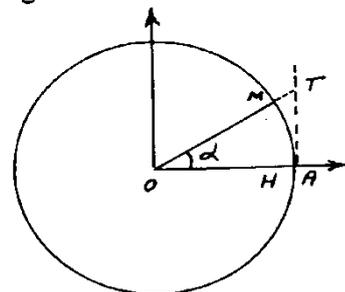
Si α est très petit (en topométrie ≤ 4 grades).

On admet que les sinus MH, la tangente AT et l'arc AM ont sensiblement la même valeur.

Par conséquent, la mesure d'un très petit angle exprimé en radians est très voisine de la valeur numérique de son sinus ou de sa tangente.

Exemple :

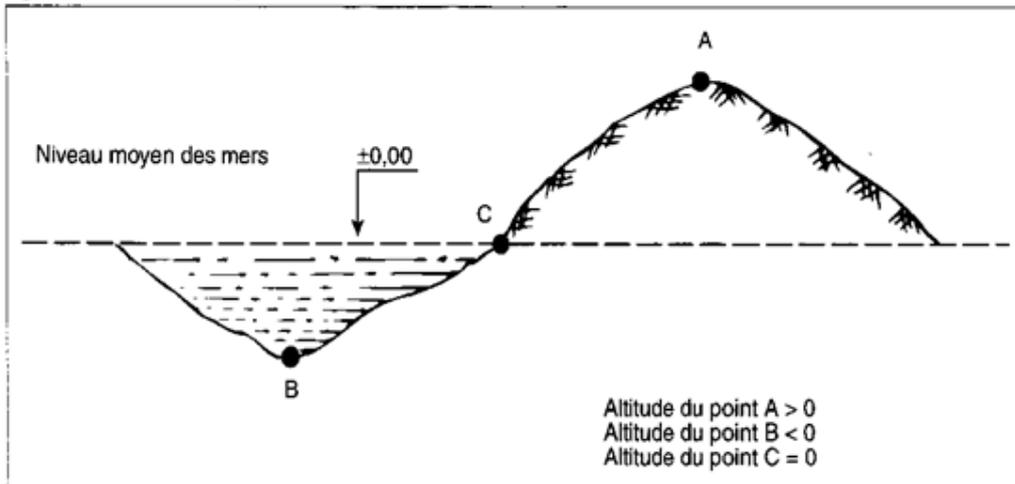
$$\begin{aligned} \alpha &= 3,738 \text{ gr} = 3,738 \times 0,015708 = 0,05872 \text{ rd} \\ \sin 3,738 &= 0,05868 \\ \operatorname{tg} 3,738 &= 0,05878 \end{aligned}$$



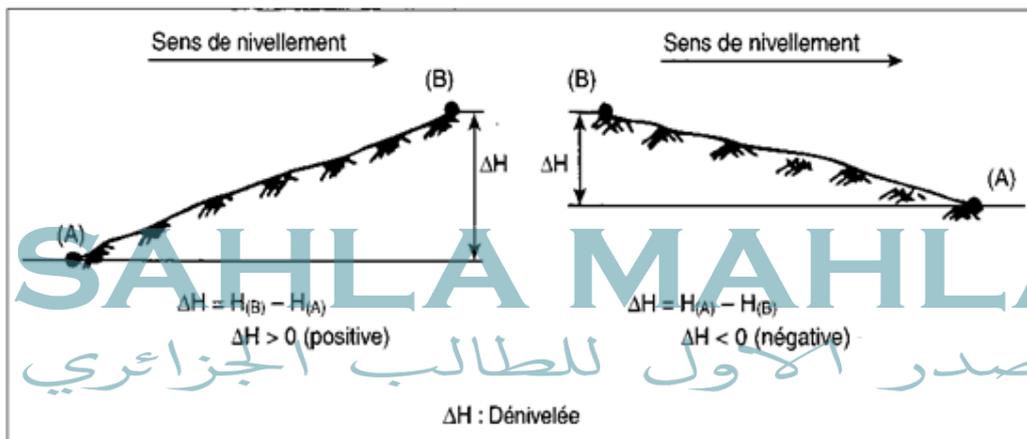
Soit une erreur inférieure à 1 cm pour 100 m.

6 L'altimétrie

6.1 Le Levé altimétrique

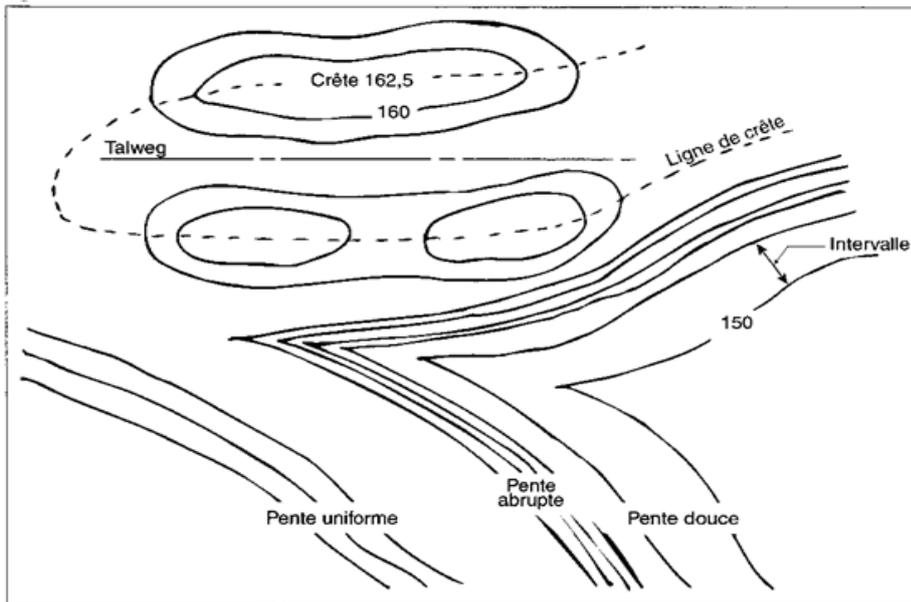


Les résultats des levés (planimétrique et altimétrique) sont employés pour la représentation graphique du relief d'un terrain. Une **courbe de niveau** est une ligne imaginaire joignant tous les points qui ont la même altitude. Un ensemble de courbes de niveau donne une représentation du relief (figure 3.9).



SAHLA MAHLA
 المصدر الأول للطلاب الجزائري

6.2 Les Courbes de Niveaux



- **Intervalle** : Distance horizontale mesurée sur la carte entre deux courbes de niveau.
- **Ligne de crête** : Endroit où se fait le partage des eaux.
- **Talweg** : Axe du fond d'une vallée.
- **Pente douce** : Endroit où les courbes de niveau sont distancées.
- **Pente abrupte** : Endroit où les courbes de niveau sont rapprochées.
- **Pente uniforme** : Endroit où les courbes de niveau sont distancées également.

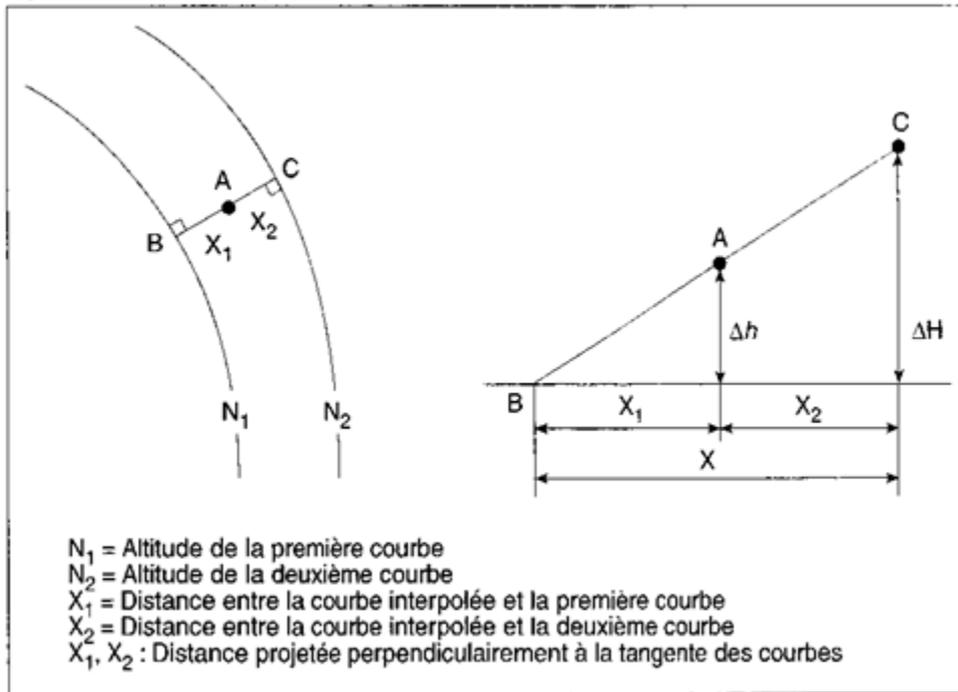
CARACTÉRISTIQUES

Les courbes de niveau possèdent les caractéristiques communes suivantes :

- Tous les points d'une même courbe ont la même altitude.
- Les courbes de niveau sont des lignes fermées, à moins qu'elles ne soient interrompues par les limites de la carte.
- L'intervalle entre les courbes indique la **nature de la pente**.
- Une courbe de niveau **ne peut pas en croiser** une autre d'altitude différente.

Interpolation des courbes :

Pour déterminer l'altitude z d'un point situé entre courbe, on considère que la pente est constante et on fait une interpolation proportionnelle à la distance.



L'interpolation des courbes de niveau a pour but de déterminer l'altitude d'un point situé entre deux courbes de niveau. Ce travail peut s'effectuer à l'aide de deux méthodes :

- la méthode analytique, plus précise;
- la méthode graphique, plus rapide.

Méthode analytique

La méthode analytique est basée sur la théorie des triangles semblables (figure 3.10).

المصدر الأول للطالب الجزائري



L'altitude du point A est égale à $N_1 + \Delta h$.

Soit :

$$\Delta H = N_2 - N_1$$

$$X = X_1 + X_2$$

D'après la théorie des triangles semblables, on a :

$$\frac{\Delta H}{X} = \frac{\Delta h}{X_1}$$

$$\text{d'où } \Delta h = \frac{\Delta H}{X} \times X_1$$

7 Les Implantations

Le plan d'un ouvrage donne une grande satisfaction à l'architecte qui l'a réalisé, mais sa réalisation sur site lui apportera certainement plus. Avant de construire un ouvrage, il faut l'implanter, c'est-à-dire **tracer la forme de l'ouvrage sur le terrain** en consultant les **plans** fournis par l'architecte. En somme, l'implantation représente **l'inverse du levé**.

Dans ce chapitre, divisé en deux sections, vous apprendrez à implanter un point à l'aide de deux méthodes : par abscisses et ordonnées ainsi que par coordonnées polaires (rayonnement). Vous apprendrez également à implanter une courbe circulaire à l'aide des mêmes méthodes.

L'implantation consiste à **matérialiser** sur un terrain la position exacte d'un ouvrage d'art, d'une construction, de l'axe d'une route, etc. à partir de leur représentation sur le plan fourni.

On utilise surtout deux méthodes pour implanter un point :

- l'implantation par abscisses et ordonnées;
- l'implantation par coordonnées polaires.

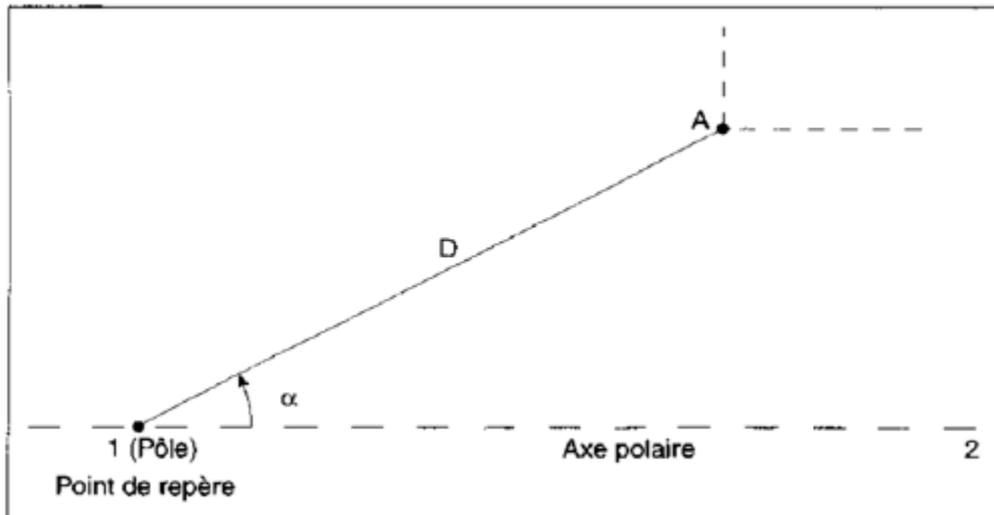
Le choix de l'une ou l'autre des méthodes dépend de l'appareillage dont on dispose et de la configuration du terrain. Ainsi, on aura recours à la méthode par abscisses et ordonnées si l'on dispose d'une équerre optique et que le terrain est sensiblement plat. En outre, les points d'appui qui constituent la ligne d'opération devront être matérialisés sur le terrain.

En revanche, si l'on utilise un théodolite ou un tachéomètre et que le terrain est accidenté, on utilisera la méthode par coordonnées polaires. Dans ce manuel, on se limitera à l'étude de la méthode d'implantation par rayonnement (coordonnées polaires).

L'implantation est une opération délicate et importante dont les erreurs peuvent engendrer de graves conséquences (alignements non respectés, chevauchement sur propriétés voisines, etc.). On doit donc réaliser cette tâche avec soin et précision.

المصدر الأول للطالب الجزائري
IMPLANTATION PAR RAYONNEMENT

L'implantation par rayonnement prend le point 1 comme **pôle** et la ligne 1-2 comme **axe**



La position du point A peut alors être implantée à partir du point de repère 1 à l'aide :

- de la distance (D);
- de l'angle (α).

Ces deux valeurs (D et α) constituent les coordonnées polaires du point A sur le terrain.

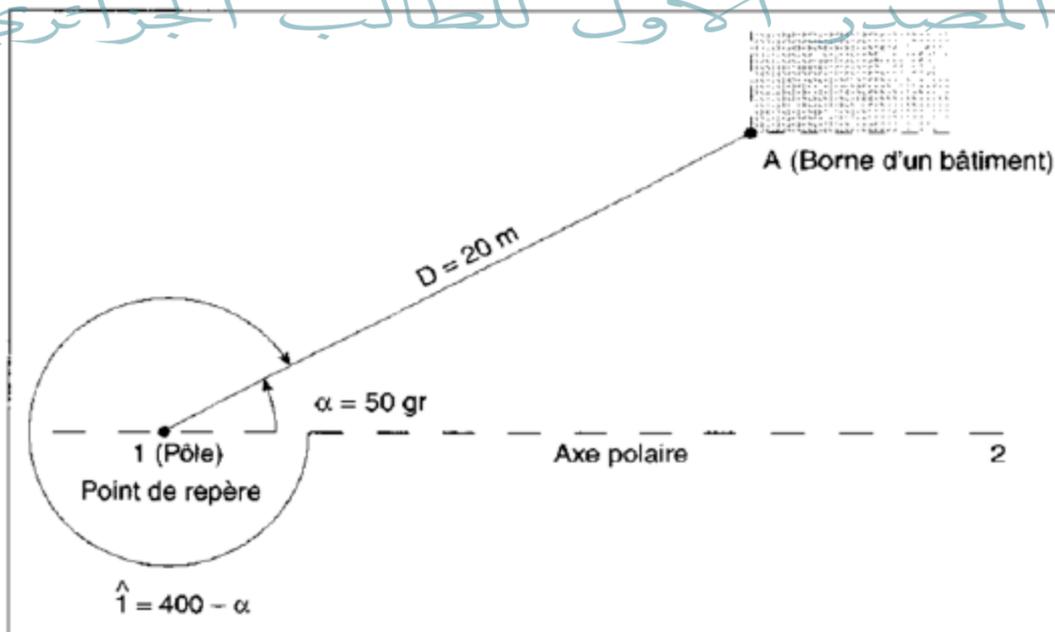
Exemple :

On veut implanter un bâtiment (figure 4.2). On dispose d'un tachéomètre pour les mesurages et d'un ruban d'acier pour mesurer les distances. L'une des bornes du bâtiment définie par les coordonnées polaires suivantes, mesurées à partir d'un point de repère 1 :

- distance (D) = 20 m
- angle (α) = 50 gr
- angle topographique à implanter = $400 - \alpha$

SAHILA MAHLA

المصدر الاول للطالب الجزائري



8 Le profil en long

Le profil en long est un **graphique** (fig. 10.11.) sur lequel sont reportés tous les points du terrain naturel et de l'axe du projet. Il est établi en premier lieu. On s'appuie sur ce document pour le dessin des profils en travers (fig. 10.12.). Ce graphique s'oriente de la gauche vers la droite ; les textes se rapportant au projet sont en rouge, écriture droite et ceux qui se rapportent au terrain naturel en noir et en italique (si l'on travaille exclusivement sur un support en couleur, on peut ne pas utiliser la représentation en italique). Distances et altitudes sont données en mètres au centimètre près.

On choisit en général un plan de comparaison d'altitude inférieure à l'altitude du point le plus bas du projet ou du terrain naturel. Ce plan de comparaison est l'axe des abscisses du graphique sur lequel sont reportées les distances horizontales suivant l'axe du projet. Sur l'axe des ordonnées, sont reportées les altitudes.

Les échelles de représentation peuvent être différentes en abscisse et en ordonnées (en rapport de l'ordre de 1/5 à 1/10) de manière à souligner le relief qui peut ne pas apparaître sur un projet de grande longueur.

On dessine tout d'abord le terrain naturel (TN), généralement en trait moyen noir. Son tracé est donné par la position de chaque point d'axe d'un profil en travers, le terrain naturel étant supposé rectiligne entre ces points. On reporte en même temps dans le cartouche des renseignements en bas du graphique : les distances horizontales entre profils en travers dites distances partielles, les distances cumulées (appelées aussi abscisses curvilignes) depuis l'origine du projet et l'altitude de chaque point.

On positionne ensuite le projet (trait fort rouge) en tenant compte de tous les impératifs de visibilité : pente maximale, égalité des déblais et des remblais, etc. Ce tracé donne des points caractéristiques comme les points de tangence entre droites et parties courbes, les points hauts (ou sommets situés à la fin d'une rampe et au début de la pente suivante), les points bas (situés à la fin d'une pente et au début de la rampe suivante). Une rampe est une déclivité parcourue en montant dans le sens du profil ; une pente est parcourue en descendant. Un parcours horizontal est aussi appelé palier. Les déclivités des parties droites, les longueurs projetées des alignements droits et des courbes ainsi que les rayons de courbure sont reportés en bas du cartouche ; on reporte également les longueurs développées des courbes.

Les cotes des points caractéristiques du projet sont reportées dans les lignes de renseignement en bas du graphique : distance à l'origine du projet (distance cumulée) et altitude. Dans la phase d'avant-projet sommaire, elles sont mesurées sur le graphique du profil en long. Elles sont calculées exactement en phase de projet d'exécution, à partir du profil en long et des profils en travers réels, levés sur le terrain. La manière la plus efficace de faire ce calcul est de construire le profil sur un logiciel de DAO et d'y lire les coordonnées des intersections

Les calculs des positions des points caractéristiques se ramènent à des intersections droites-droites, droites-cercles ou droites-paraboles dans le repère associé au profil en long.

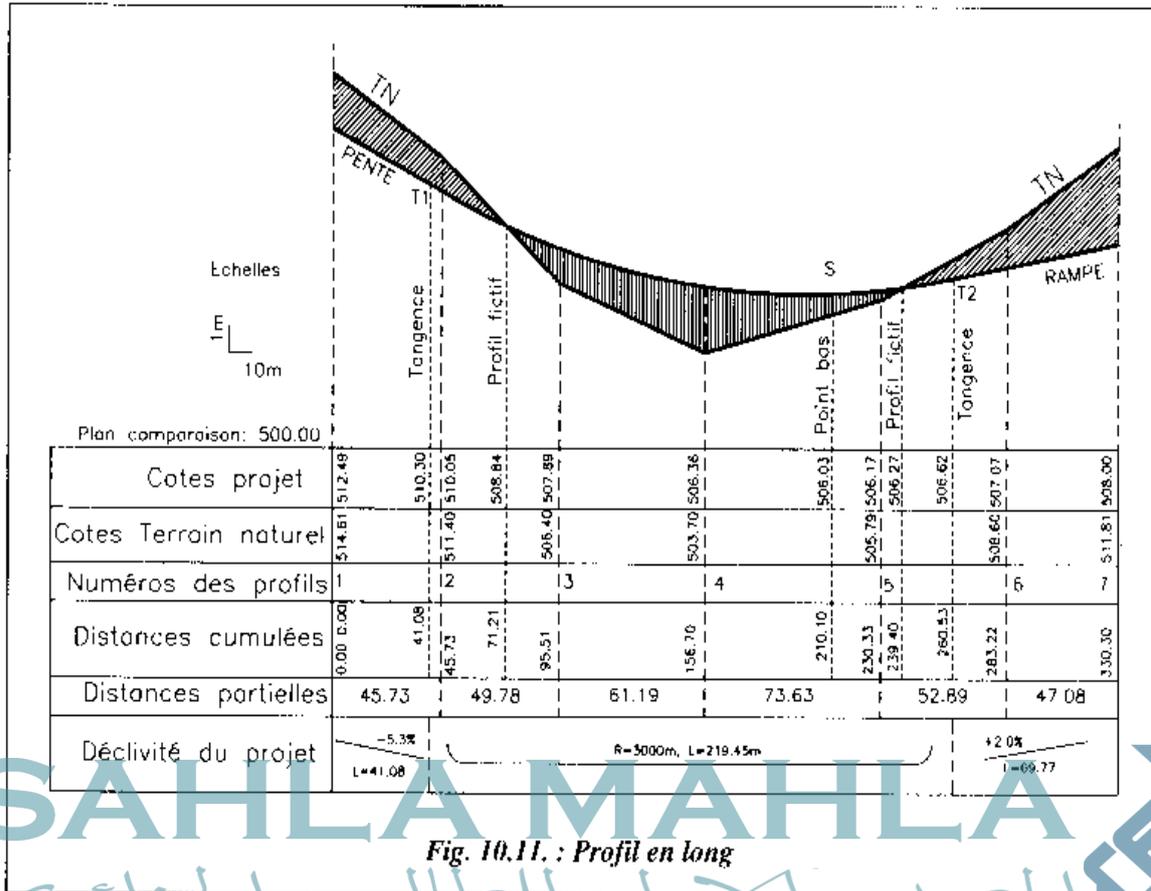


Fig. 10.11. : Profil en long

On peut colorier de manière différente les **remblais** (en rouge) et les **déblais** (en bleu).

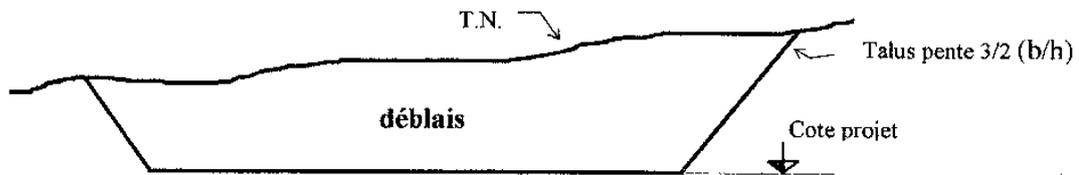
Les profils en travers fictifs (surface nulle) dont on doit déterminer la position (abscisse et éventuellement l'altitude) sont les points d'intersection entre le terrain naturel et l'axe du projet ; ces profils particuliers sont utiles pour le calcul des cubatures. Il faut connaître leur position en abscisse par rapport aux deux profils en travers qui les encadrent.

9 Cubature des Terrassements

Problème posé:

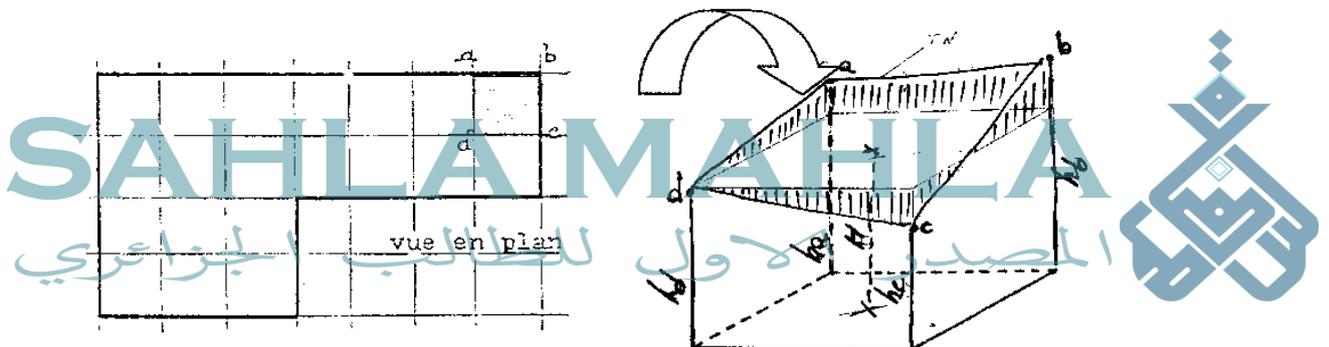
Dans un projet de terrassement, le profil du projet à réaliser est en général bien défini, en plan et en altitude.

Le problème consiste à trouver une méthode de calcul des volumes de déblais ou de remblais prenant en compte avec une relative précision, le relief du terrain naturel avant travaux.



A - Méthode des plans cotés

La méthode dite « des plans cotés » consiste à matérialiser au préalable sur le terrain un quadrillage à l'aide de piquets, dont les dimensions des mailles carrées ou rectangulaires varient de 5m à 20 m ou 25 m selon les ondulations du terrain naturel. On procède ensuite au nivellement des sommets du quadrillage et on admet que la surface du sol est plane à l'intérieur de chaque maille ainsi obtenue.



Chacune des mailles formées par ce quadrillage représente la vue en plan d'un prisme dont la hauteur est égale à la moyenne des différences de niveau entre le terrain naturel et le projet.

$$H = \frac{ha + hb + hc + hd}{4}$$

Le volume de chaque prisme est $V = \text{surface de la maille} \times H$ et par la suite, le cube total des déblais (ou de remblais) sera égal à la somme des volumes de chaque prisme.

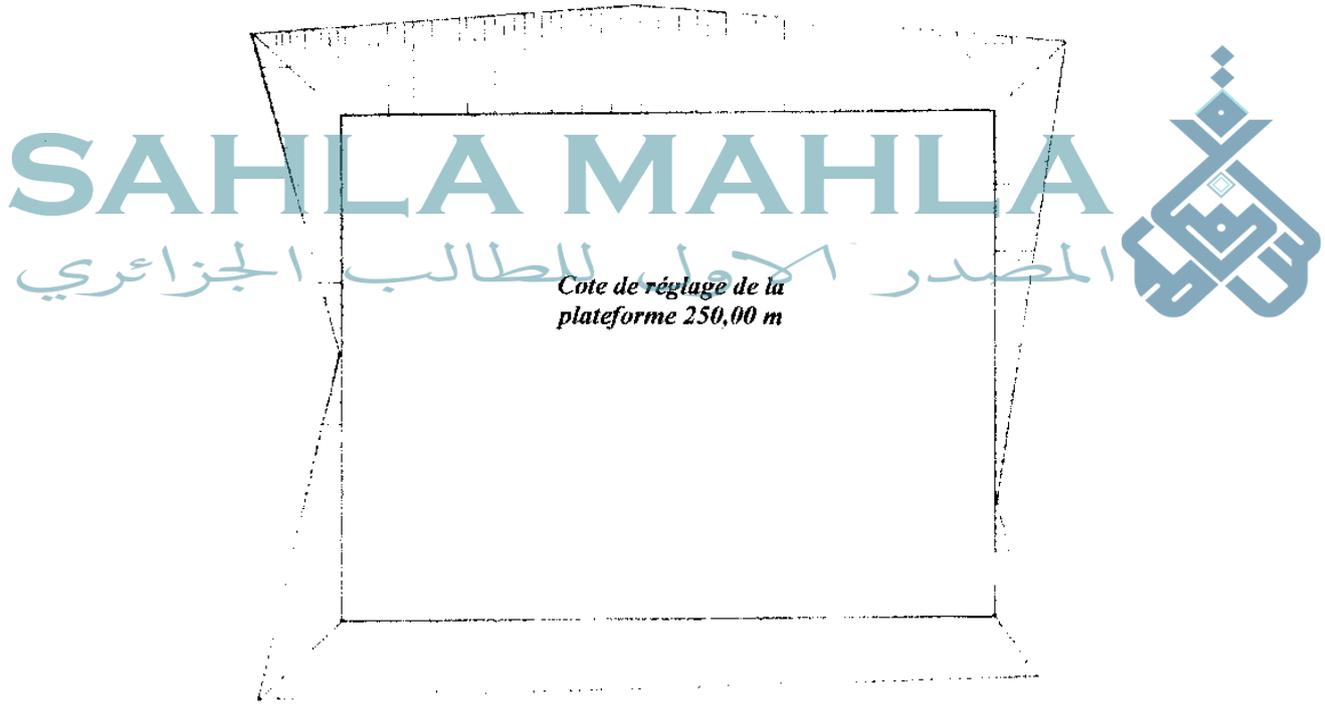
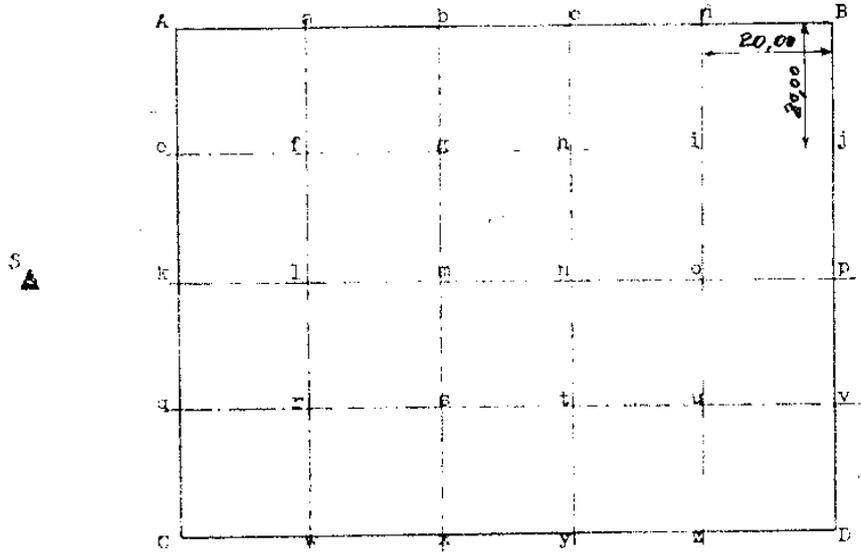
Si l'on ne désire qu'une approximation du cube de déblais, on peut employer la méthode approchée suivante :

$$V = S \times \frac{\sum \text{altitudes des piquets}}{\text{Nombre des piquets}} - \text{cote du fond de fouille.}$$

Cubature des terrassements : METHODE DES PLANS COTÉS

Conditions de réalisation

Pour la construction d'un bâtiment industriel, on doit réaliser une plateforme de terrassement de 80 m x 100 m, selon la vue en plan suivante :



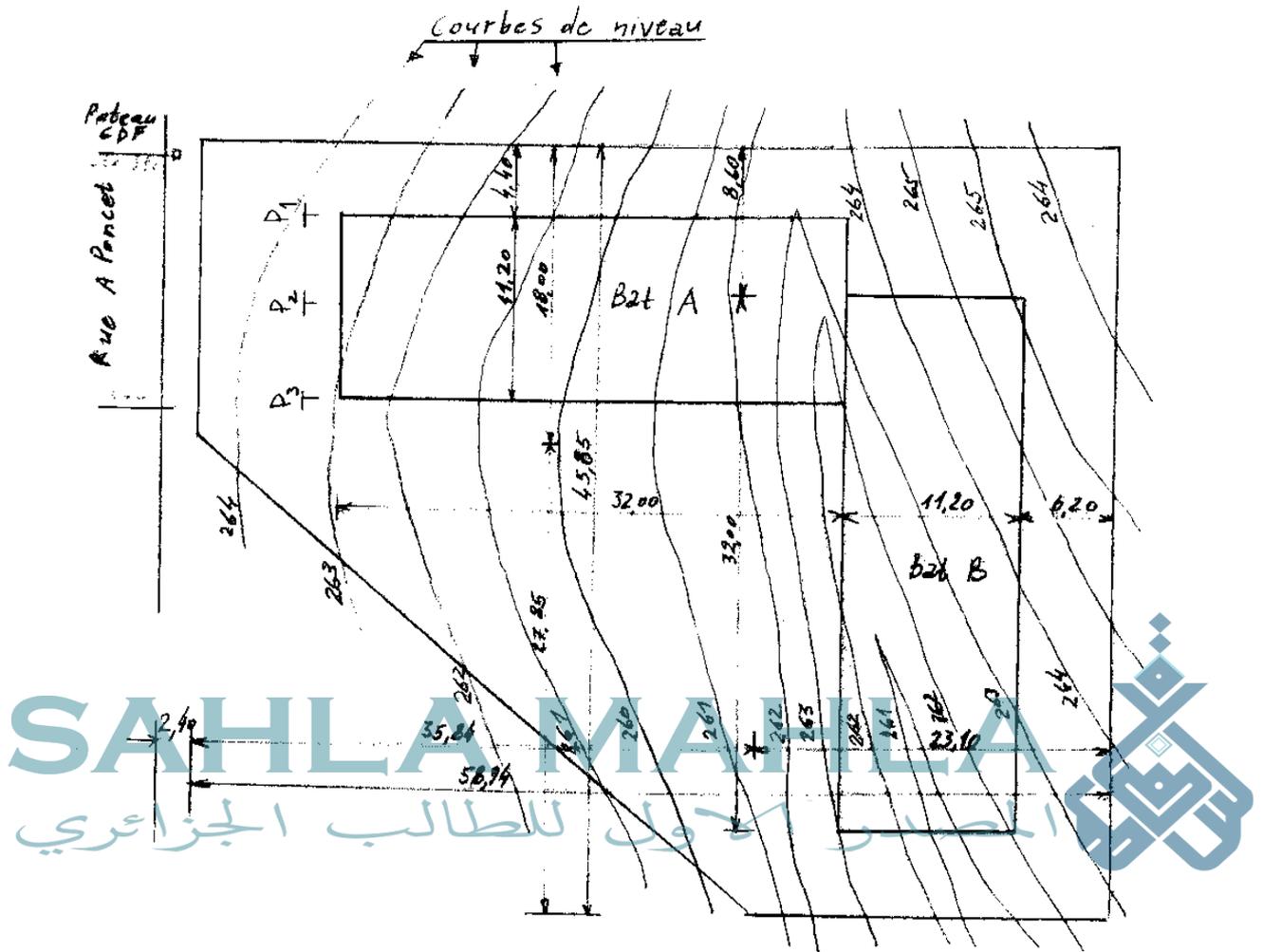
Un levé de terrain préalable a été effectué suivant un quadrillage à mailles carrées de 20 m de côté, adapté au relief du terrain naturel et à la précision souhaitée.
L'altitude du point A est de 250,300 m NGM.

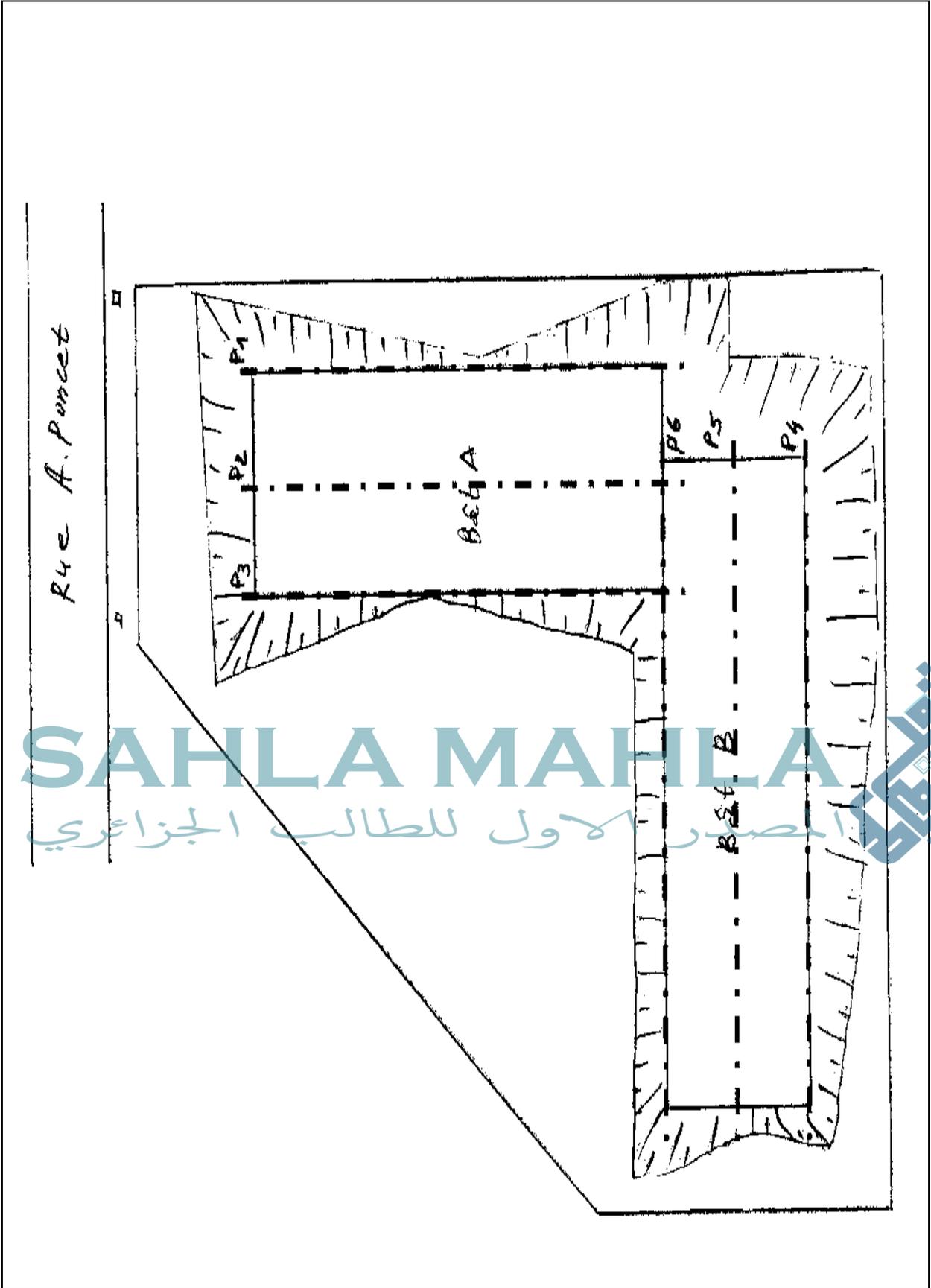
Points	Lectures	Altitude du plan de visée	Altitude des points nivelés	Profondeur à terrasser
A	1.480	251.780	250,300	
B	1.605	"		
C	1.575	"		
D	1.600	"		
a	1.450	"		
b	1.382	"		
c	1.475	"		
d	1.523	"		
e	1.605	"		
f	1.558	"		
g	1.485	"		
h	1.520	"		
i	1.552	"		
j	1.590	"		
k	1.750	"		
l	1.705	"		
m	1.620	"		
n	1.605	"		
o	1.655	"		
p	1.622	"		
q	1.625	"		
r	1.583	"		
s	1.500	"		
t	1.525	"		
u	1.586	"		
v	1.655	"		
w	1.502	"		
x	1.390	"		
y	1.455	"		
z	1.520	"		

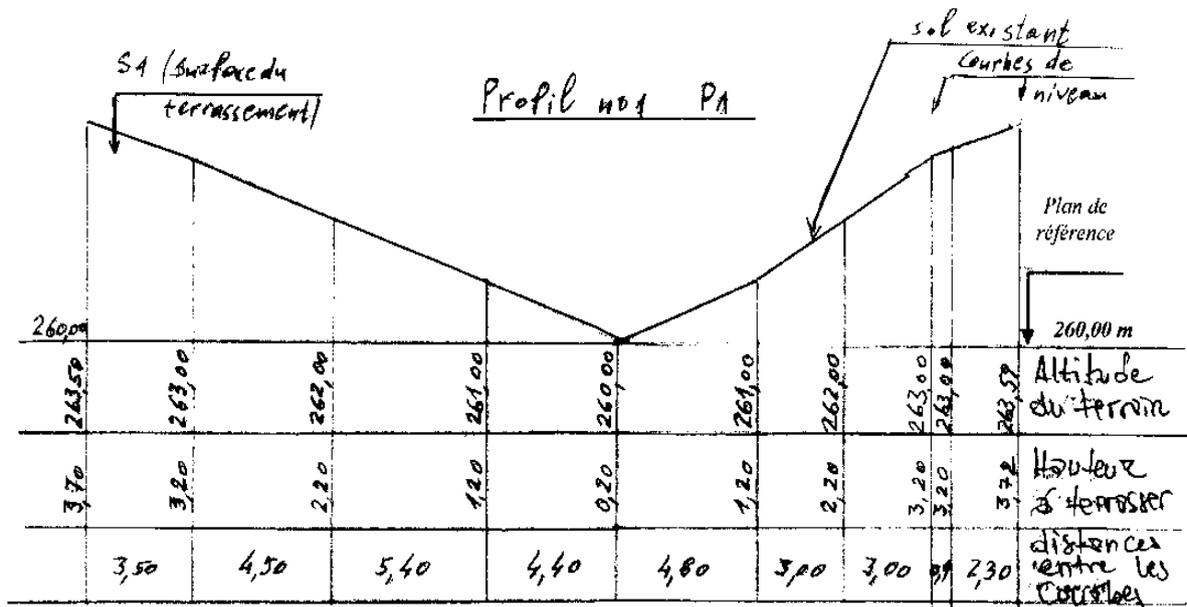
B. METHODES DES PROFILS

Conditions de réalisation

Soit à calculer le volume de l'excavation pour la construction des bâtiments A et B selon le plan schématique ci-dessous :



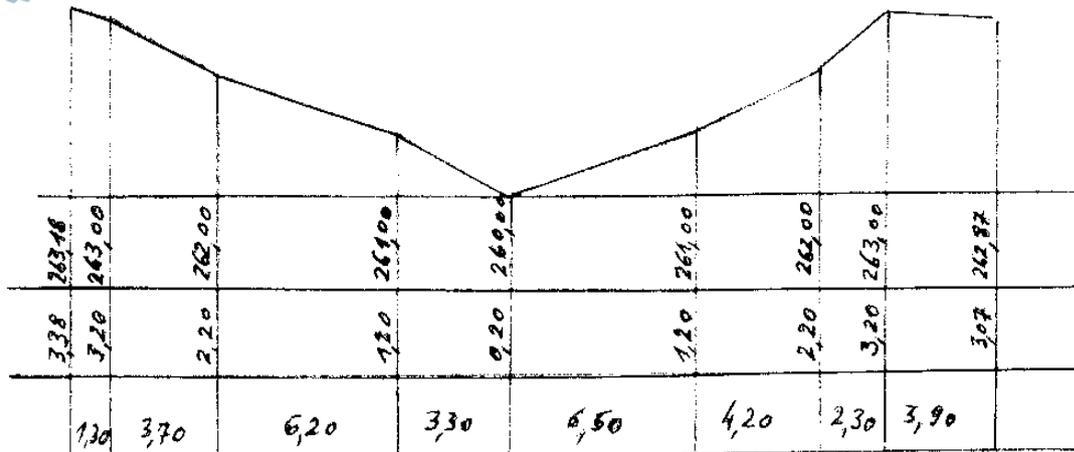
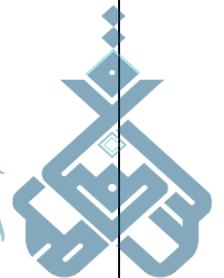




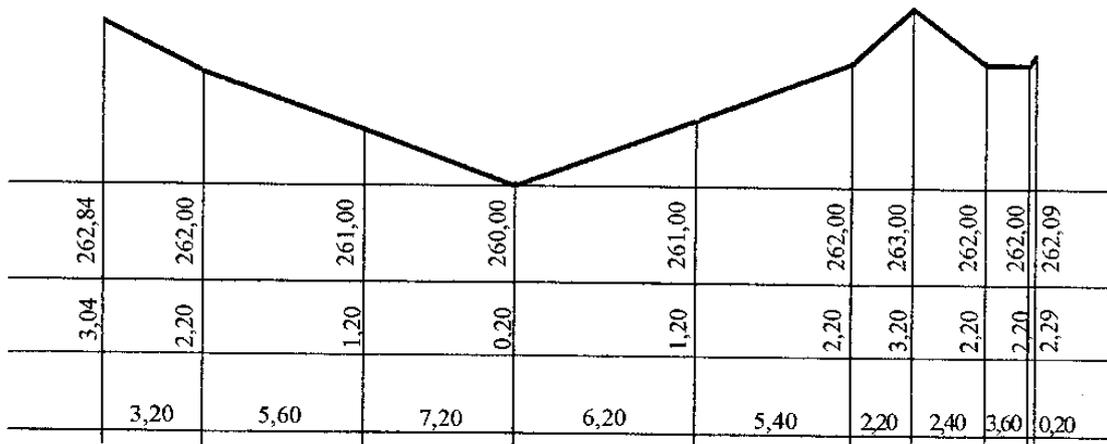
L'altitude de la fouille étant à 259,80 m, les hauteurs à terrasser sont donc majorées de 0,20 m

SAHLA MAHLA

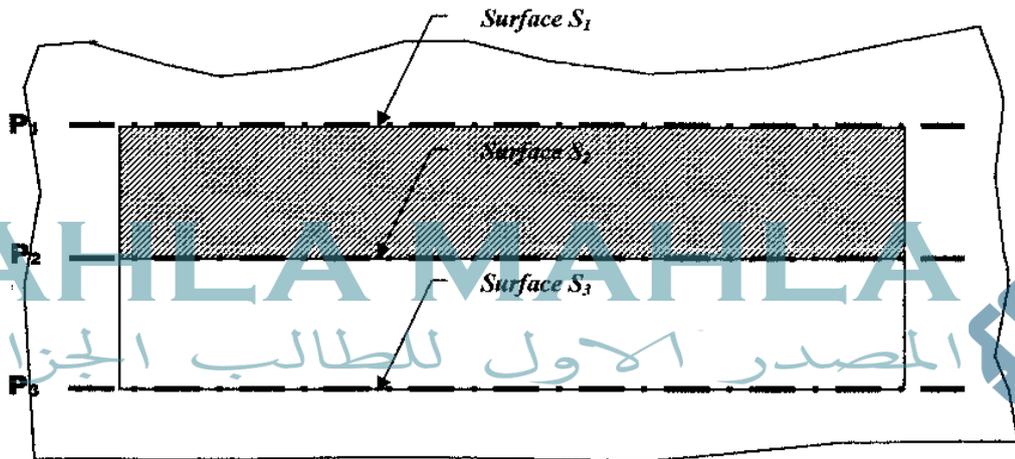
المصدر الاول للطلاب الجزائري



Profil P₃



Calcul des cubatures :



Calcul de S₁ : Surface du profil P₁

$$\frac{3,70+3,20}{2} \times 3,50 + \frac{3,20+2,20}{2} \times 4,90 + \frac{2,20+1,20}{2} \times 5,40 + \frac{1,20+0,20}{2} \times 4,40 + \frac{0,20+1,20}{2} \times 4,80 + \frac{1,20+2,20}{2} \times 3,00 + \frac{2,20+3,20}{2} \times 3,00 + 3,20 \times 0,70 + \frac{3,20+3,79}{2} \times 2,30 = 64,40 \text{ m}^2$$

Même calcul pour les autres profils

Volume à excaver :

$$\text{Bât A : } V_A = \frac{S_1+S_2}{2} \times 5,60 + \frac{S_2+S_3}{2} \times 5,60$$

$$\text{Bât B : } V_B = \frac{S_4+S_5}{2} \times 5,60 + \frac{S_5+S_6}{2} \times 5,60$$

Ajouter 245 m³ pour les talus.

10 Introduction à la Théorie des erreurs

La topographie exige l'observation de nombreuses mesures.

10.1 Mesures topométriques : terminologie

Considérons la distance entre deux points parfaitement et très précisément définis : cette distance est unique et n'a qu'une valeur nommée valeur vraie. C'est une valeur utopique qu'il est impossible de connaître. Si nous mesurons plusieurs fois cette distance, nous obtenons des résultats de mesurage non tous identiques ; ces valeurs seront des valeurs approchées de la valeur vraie et celle que l'on retiendra, dans ce cas la moyenne arithmétique, sera nommée la valeur conventionnellement vraie de la distance. Les mesures donnent des valeurs non toutes identiques parce que :

1 - les observations sont effectuées par des personnes et non des robots : les gestes et manipulations ne sont donc pas à chaque fois absolument identiques ;

2 - les conditions des observations changent : les variations de températures modifient la longueur d'une chaîne en acier, les différences de pression atmosphérique perturbent les ondes des distancemètres, etc.;

3 - les instruments, aussi précis soient-ils, de conception et de fabrication humaine, sont forcément entachés d'erreurs: non perpendicularité des axes d'un théodolite, défauts dans les graduations du limbe, défaut d'horizontalité de l'axe optique d'un niveau, etc.

L'analyse de ces erreurs permet de se rendre compte que :

- certaines sont systématiques car inévitables (celles citées en 2 et 3 par exemple) ; en fait, on peut les connaître et souvent les éliminer par des procédés de mesurage ou tout simplement en les évaluant ;
- d'autres, en revanche, sont aléatoires ; on dit qu'elles sont accidentelles (celles citées en 1) : elles dépendent essentiellement des opérateurs.

Le problème du topomètre est donc de tenir compte de ces erreurs dans le résultat définitif de la grandeur mesurée et de définir jusqu'à quelles valeurs ces erreurs sont admissibles.

Il faut aussi combiner les erreurs commises sur les grandeurs mesurées (mesures directes) lorsque la grandeur cherchée est fonction de ces mesures. Dans un premier temps, donnons la définition de certains termes normalisés par la norme AFNOR NF X 07-00 :

- le mesurage est l'ensemble des opérations expérimentales ayant pour but de déterminer la valeur d'une grandeur. En topométrie, on utilise souvent le terme de mesure. la méthode de mesurage est le mode de comparaison utilisé. On distingue :
 - le mesurage direct, comparaison de la grandeur avec un étalon : par exemple mesurer une longueur avec un décimètre ou un angle avec un théodolite ;

- le mesurage indirect, qui fournit le résultat de la grandeur par l'intermédiaire d'une formule faisant intervenir des mesures directes : par exemple la mesure de la surface d'un rectangle faisant intervenir la mesure de ses côtés ou encore la mesure d'une altitude en nivellement indirect faisant intervenir au moins une mesure de distance et une mesure angulaire.
- La valeur vraie d'une grandeur est la valeur qui caractérise une grandeur parfaitement définie : c'est une notion idéale qui ne peut généralement être connue.
- La valeur conventionnellement vraie d'une grandeur est la valeur approchée de la valeur vraie d'une grandeur ; la différence entre ces deux valeurs peut être négligée.
- L'erreur de mesurage est la discordance entre le résultat du mesurage et la valeur, que celle-ci soit vraie, conventionnellement vraie ou encore qu'elle soit la moyenne arithmétique d'une série de mesurages. Elle résulte des erreurs instrumentales, des erreurs d'observations commises par l'opérateur ainsi que des conditions d'observation : température, pression atmosphérique, humidité de l'air par exemple. Les fautes ou erreurs parasites sont les erreurs grossières, non admissibles, qui résultent d'une exécution incorrecte du mesurage.

10.2 Les erreurs en topométrie

Les observations effectuées dans les opérations topographiques sont entachées d'inexactitudes plus ou moins importantes provenant de l'imperfection des sens, des instruments utilisés, des conditions atmosphériques, etc. En améliorant les méthodes et les instruments, en répétant plusieurs fois les observations, les erreurs seront réduites, mais la valeur mathématiquement exacte ne sera jamais atteinte. Les inexactitudes sont de deux natures différentes : les fautes et les erreurs.

10.2.1 Les fautes ou erreurs parasites

Ce sont des inexactitudes grossières qui proviennent de la maladresse des opérateurs et de leurs aides ainsi que de leurs négligences ; elles sont en général facilement décelables: faute de lecture sur un ruban, faute de lecture d'angle, faute de lecture sur la mire, etc. Il s'agit d'une faute lorsque la tolérance donnée pour les observations ou l'approximation donnée pour un instrument est dépassée. Il faut se prémunir contre les fautes toujours possibles en se réservant un certain nombre de contrôles, par exemple, une longueur doit être mesurée au moins deux fois, à l'aller puis au retour, des répétitions sur la mesure des angles seront effectuées, etc.

Ces inexactitudes sont absolument inévitables. Elles proviennent de l'imperfection des instruments utilisés, de l'imperfection des sens de l'individu. Leur valeur est faible par rapport aux fautes et de toute façon obligatoirement inférieure à la tolérance. Mais quoique petite, la somme de ces erreurs donne aux résultats une inexactitude dont il est recommandé de se préoccuper.

Par exemple, une distance est mesurée à l'aide d'une chaîne comportant une erreur d'étalonnage ; cette erreur se reproduit à chaque portée avec la même valeur et le même signe. Une telle erreur est dite systématique : on peut la connaître en valeur et en signe. Supposons enfin que cette longueur soit chaînée sans prendre soin de s'aligner à chaque portée: on commet à chaque portée une erreur qui, quoique conservant le même signe, n'a pas la même valeur ; supposons enfin que, toujours pour déterminer cette même longueur, à l'extrémité de chaque portée les repères au sol n'aient pas été faits parfaitement en coïncidence avec la graduation de la chaîne, parfois avant, parfois après; cette erreur, dite de tracé, se reproduit tantôt positive, tantôt négative. De telles erreurs sont dites accidentelles ; elles ne peuvent être quantifiées.

10.2.2 Les erreurs systématiques

Ces erreurs se reproduisent toujours identiquement à elles-mêmes. Elles sont dues à une cause permanente connue ou inconnue. Il est toujours possible de la corriger soit par le calcul (par exemple la correction d'étalonnage d'un ruban, tome 1, chap. 4, § 2.3.) soit par un mode opératoire (par exemple le double retournement, tome 1, chap. 3, § 4.2.). Les mesures topométriques consistent essentiellement en mesures de longueurs et en mesures d'angles. Nous allons rappeler ci-après quelques erreurs systématiques caractéristiques de ces types de mesures.

Pour les mesures de longueurs voir tome 1, chap. 4. Par chaînage, les erreurs systématiques sont essentiellement des erreurs d'étalonnage et, pour les éliminer, il faut apporter aux valeurs observées des corrections d'étalonnage ; ces corrections sont multiples : tensions, température, étalonnage proprement dit. C'est aussi l'erreur de chaînette, d'alignement et le défaut d'horizontalité ; par des IMEL (instruments de mesures électroniques des distances) : par exemple les distancemètres. Les erreurs systématiques sont l'erreur d'étalonnage et celles dues aux conditions atmosphériques, essentiellement la température et la pression. Pour les mesures d'angles voir tome 1, chap. 3.

- Erreurs de collimation horizontale et verticale ;
- Erreur de tourillonnement ;
- Erreur d'excentricité de l'axe de rotation de l'alidade ;
- Inégalité des graduations du limbe ;
- Erreurs dues à la réfraction, etc.

10.2.3 Les erreurs accidentelles

Sont appelées accidentelles les erreurs qui ne présentent pas un caractère systématique, c'est-à-dire qui ne peuvent être ni calculées d'avance ni éliminées par la méthode opératoire ; elles sont dues à des causes fortuites ou non analysables ; on ne peut que constater leur existence et les subir.

Elles changent ou non de signe, mais changent continuellement de valeur. Détaillons ces erreurs pour les deux principaux types de mesures effectuées en topométrie, à savoir :

Les mesures de longueurs

- Par chaînage : ce sont essentiellement les erreurs de matérialisation de l'extrémité des portées et les erreurs de lecture ;
- Par les IMEL : on retrouve certaines des erreurs de mesures d'angles ci-après ;
- Les mesures d'angles : ce sont surtout les erreurs de centrage, de pointé, de lecture et de flamboiement de l'air.

On définit deux types d'erreur :

- L'erreur absolue qui est la différence algébrique entre le résultat du mesurage et la valeur de comparaison. Suivant la valeur de comparaison utilisée, on distingue :
- L'erreur absolue véritable e qui est la différence algébrique entre le résultat du mesurage x et les valeurs vraie μ :

$$E = x - \mu$$

- L'erreur apparente v , appelée écart probable en mesures directes et résidu en mesures indirectes, c'est la différence algébrique entre le résultat du mesurage x et la valeur conventionnellement vraie.

- l'erreur relative qui est le quotient de l'erreur absolue par la valeur vraie ; c'est une valeur algébrique usuellement exprimée en pourcentage.

On ne peut pas tenir compte de l'erreur accidentelle sous forme d'une correction apportée au résultat du mesurage, mais, seulement à la fin d'une série de mesurages exécutés dans des conditions pratiquement identiques, on peut fixer les limites dans lesquelles se situe cette erreur avec une probabilité donnée. L'étude de ces limites constitue la théorie des erreurs accidentelles.

10.3 Modèle mathématique

Le calcul des probabilités permet d'estimer la valeur vraie par une valeur dite conventionnellement vraie et permet également d'évaluer l'incertitude sur cette valeur conventionnellement vraie.

10.3.1 Expérimentation

Reprenons, dans les mêmes conditions, un très grand nombre de fois la même mesure et reportons sur un axe orienté les résultats. Nous constatons que toutes les valeurs sont dispersées entre deux extrêmes et qu'entre ces deux bornes leur répartition n'est pas uniforme : la densité de ces mesures va en croissant d'un terme extrême inférieur jusque vers le milieu de l'intervalle complet, puis décroît jusqu'à une autre valeur extrême

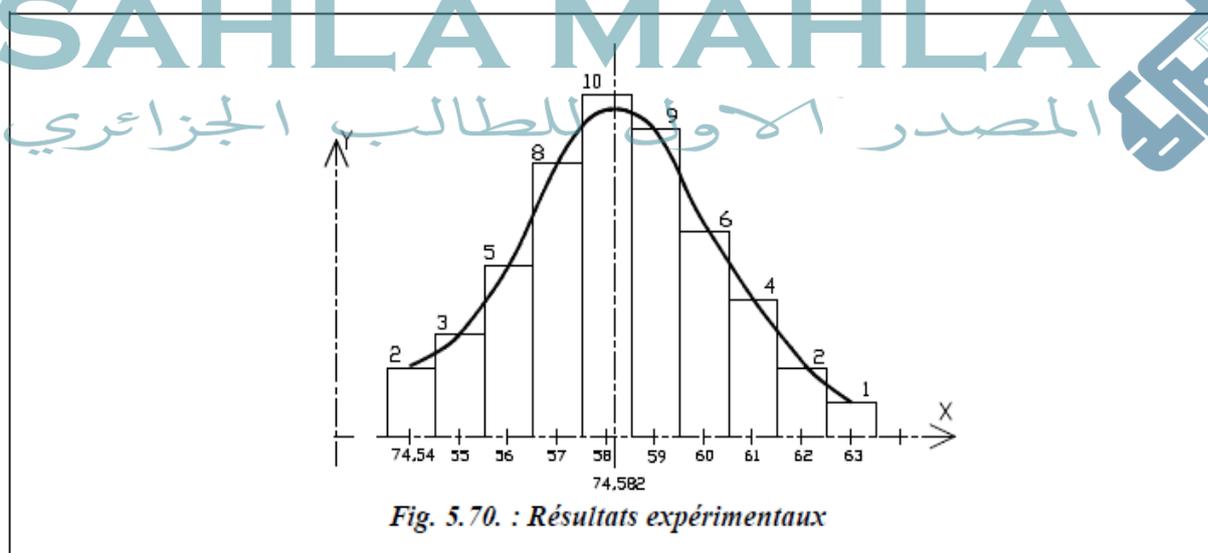
maximale en passant sensiblement par les mêmes valeurs. Si l'on indique sous chacune des valeurs le nombre de répétitions nous notons une accumulation vers le milieu de l'intervalle de répartition.

Calculons les indices de dispersion d'une série de mesurages directs.

Une longueur a été chaînée 50 fois de suite et on a noté les valeurs suivantes :

2 mesures à 74,54 m ;	9 mesures à 74,59 m
3 mesures à 74,55 m ;	6 mesures à 74,60 m
5 mesures à 74,56 m ;	4 mesures à 74,61 m
8 mesures à 74,57 m ;	2 mesures à 74,62 m
10 mesures à 74,58 m ;	1 mesure à 74,63 m

Représentons graphiquement (fig. 5.70.) les résultats obtenus : on réalise un histogramme des mesures effectuées en portant sur un axe horizontal les mesures et au droit de chaque intervalle ainsi défini on peut construire des rectangles dont la surface est égale au nombre de mesures. Si l'on trace la courbe en laissant des aires sensiblement égales à l'intérieur et à l'extérieur de chaque rectangle, on obtient la courbe de la figure 5.70.



Cette courbe est très proche d'une courbe qui est symétrique par rapport à la droite d'abscisse 74,582 m, valeur la plus probable ou moyenne arithmétique, et qui a la forme d'une « cloche ».

10.3.2 Introduction de la courbe de Gauss

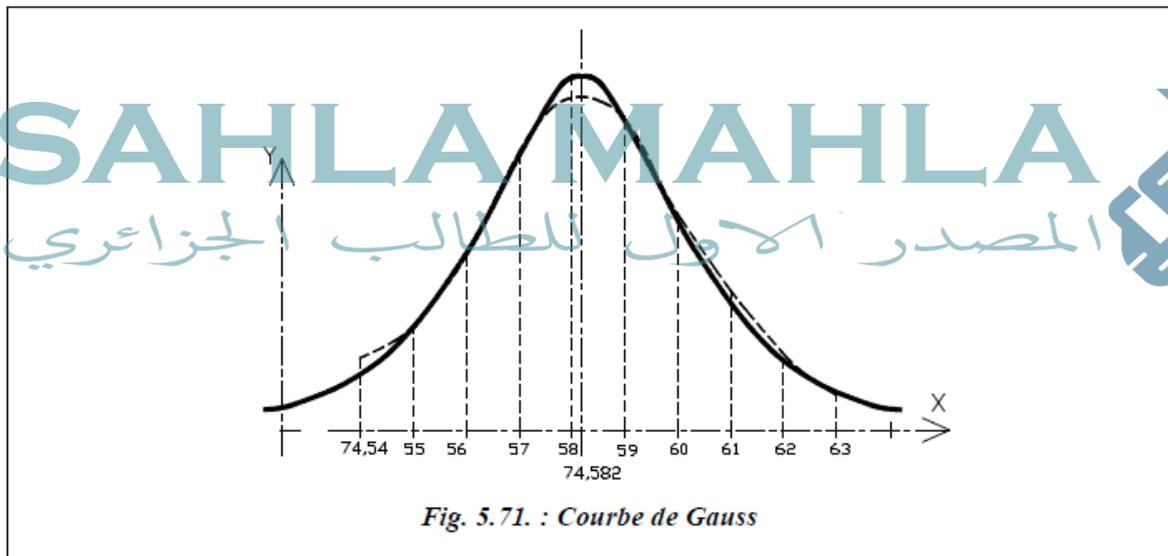
Cette expérience a été faite bien souvent et les résultats sont constants : la courbe de répartition a toujours la même allure (fig. 5.71.). Les courbes obtenues dans l'étude de différents cas sont superposables par un simple changement d'échelle des abscisses et des ordonnées ; ainsi on peut représenter par la même courbe, par exemple :

- Les erreurs de fermeture des triangles d'une triangulation.
- Les écarts de tir à l'arc, au pistolet, etc.

Ces courbes dites « courbes de Gauss » ont la même équation, caractéristique de la loi de répartition des erreurs accidentelles :

$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}$$

Où, x représente les valeurs possibles de la mesure, μ et σ sont des paramètres.



- Hypothèse de travail

On admet qu'une mesure tonométrique X est une variable aléatoire dont la loi de distribution est une loi normale de paramètres μ (valeur vraie) et σ (incertitude moyenne quadratique ou écart type) et de densité de probabilité la fonction ci-dessus (§ 12.3.1.).

Ainsi la probabilité pour que la mesure X prenne une valeur comprise entre deux valeurs a et b , est l'aire comprise entre les droites d'équation $x = a$ et $x = b$, l'axe des abscisses et la courbe, soit :

$$P(a < X < b) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2} dx$$

Cette probabilité est donc égale à l'aire de la surface hachurée sur la figure 5.72.

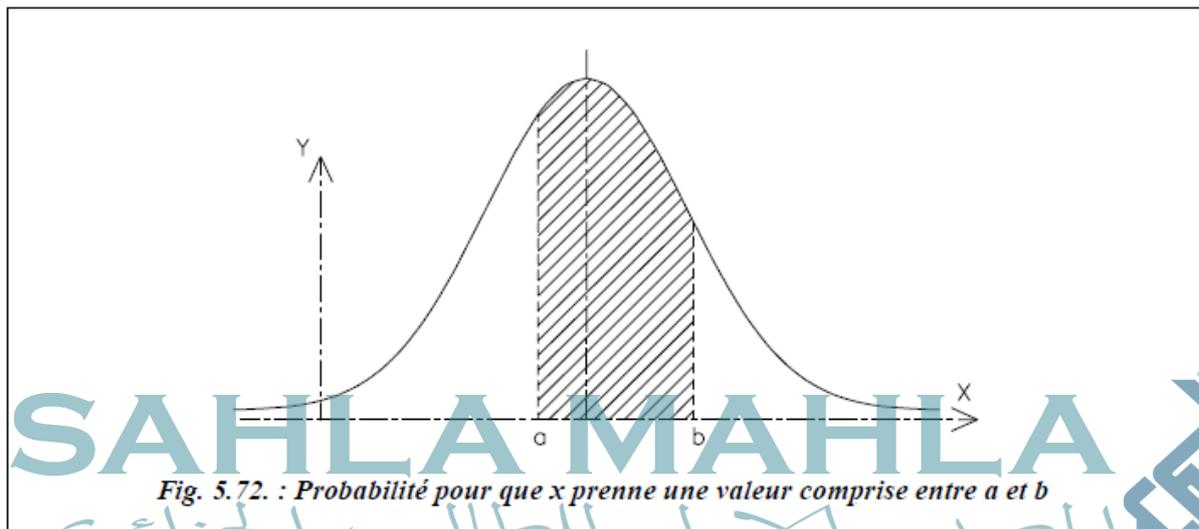
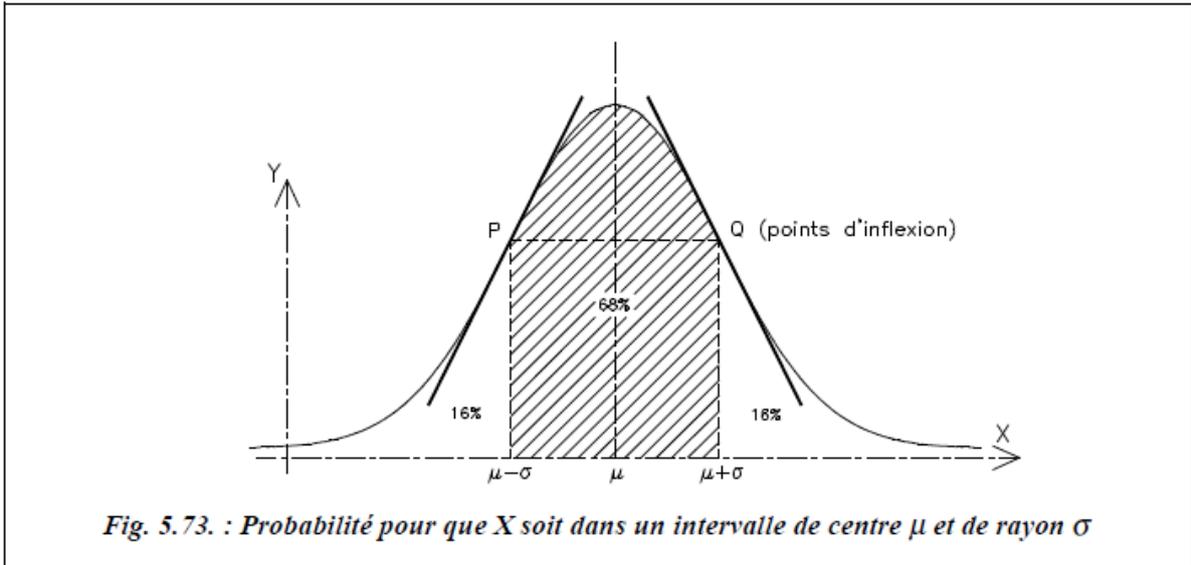


Fig. 5.72. : Probabilité pour que x prenne une valeur comprise entre a et b

La courbe théorique (courbe de Gauss) est symétrique par rapport à la droite d'équation $x = \mu$ (fig. 5.73.). Elle présente deux points d'inflexion (changement de courbure) Q et P d'abscisses respectives $\mu + \sigma$ et $\mu - \sigma$. σ est l'erreur moyenne quadratique d'une mesure ou écart type.

La probabilité que la mesure X soit dans l'intervalle de centre μ et de rayon σ est égale à l'aire hachurée (fig. 5.73.). Le calcul donne environ 0,68 (= 2/3).



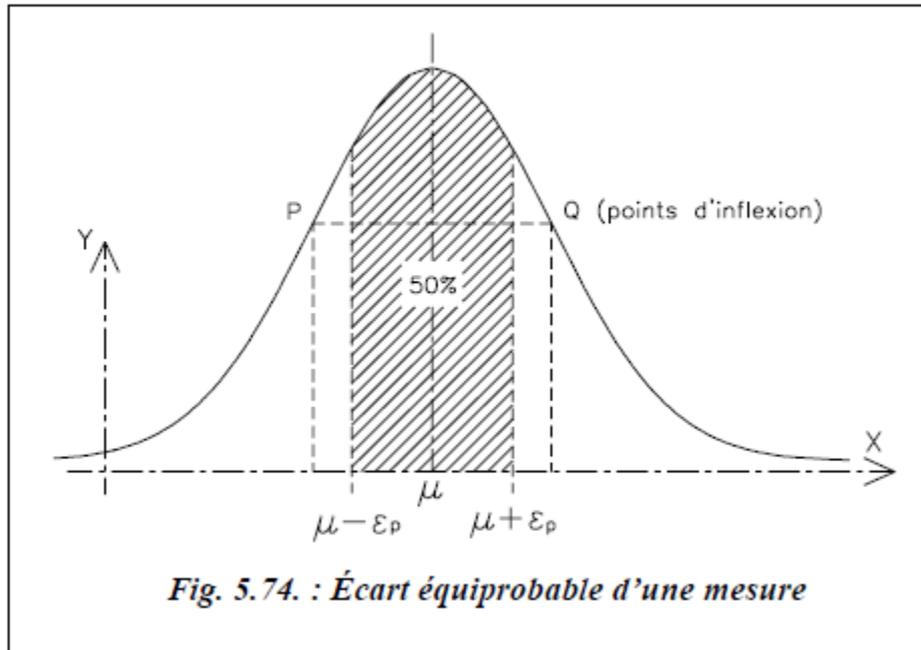
Cela revient à dire que si l'on effectue une mesure, nous avons deux chances sur trois de trouver une erreur absolue inférieure à cette limite qu'est l'écart type.

Définissons l'écart équiprobable d'une mesure, l'écart maximal d'une mesure et la distribution statistique normale.

- Écart équiprobable d'une mesure
 C'est l'écart qui a une probabilité de 50 % de ne pas être dépassé en valeur absolue. On montre que (fig 5.74.) :

$\varepsilon_p = 0,68 \sigma$ $\varepsilon_p \approx 2/3 \sigma$
--

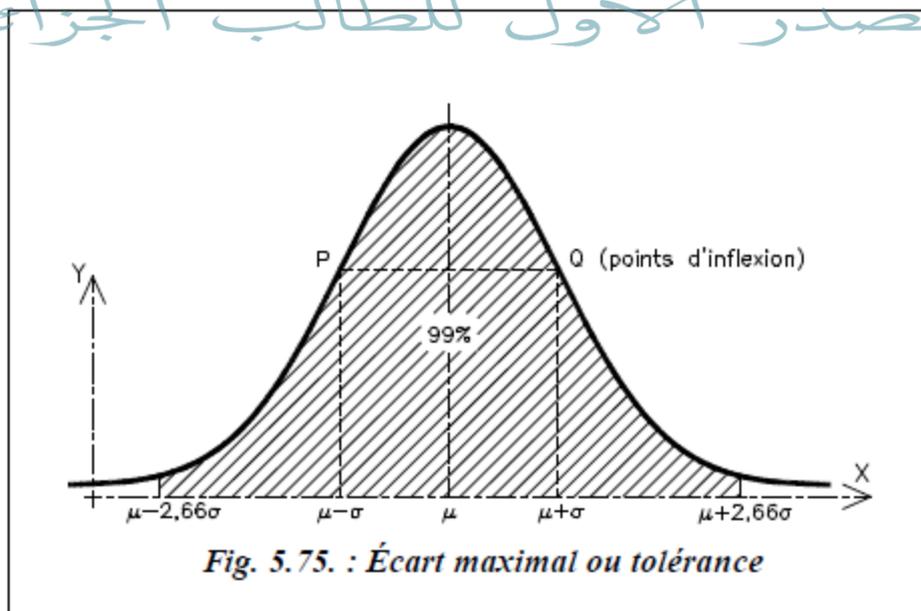




- **Écart maximal ou tolérance d'une mesure**

L'axe des abscisses étant asymptote à la courbe de Gauss, l'écart maximal est théoriquement infini puisque ce serait celui qui aurait une probabilité 100 % de ne pas être dépassé en valeur absolue. Mais il est évident qu'il n'existe pas, en réalité, de si grands écarts. En fait, il est impossible de savoir avec précision où se situe leur limite.

SAHLA MAHLA
المصدر الأول للطالب الجزائري



On fixe toutefois arbitrairement sa probabilité en convenant que l'écart maximal tolérable est celui qui a une probabilité de 99 % de ne pas être dépassé. Le calcul montre que :

$$\varepsilon_m = 4 \varepsilon_p \approx 2,66 \sigma.$$

Cette valeur conventionnelle définit la limite au-delà de laquelle on n'a plus affaire à des erreurs mais *a priori* à des fautes.

Ces valeurs (2,66 ; 0,68 ; etc.) peuvent être retrouvées dans la table de la loi normale unité de paramètres $m = 0$ et $s = 1$.

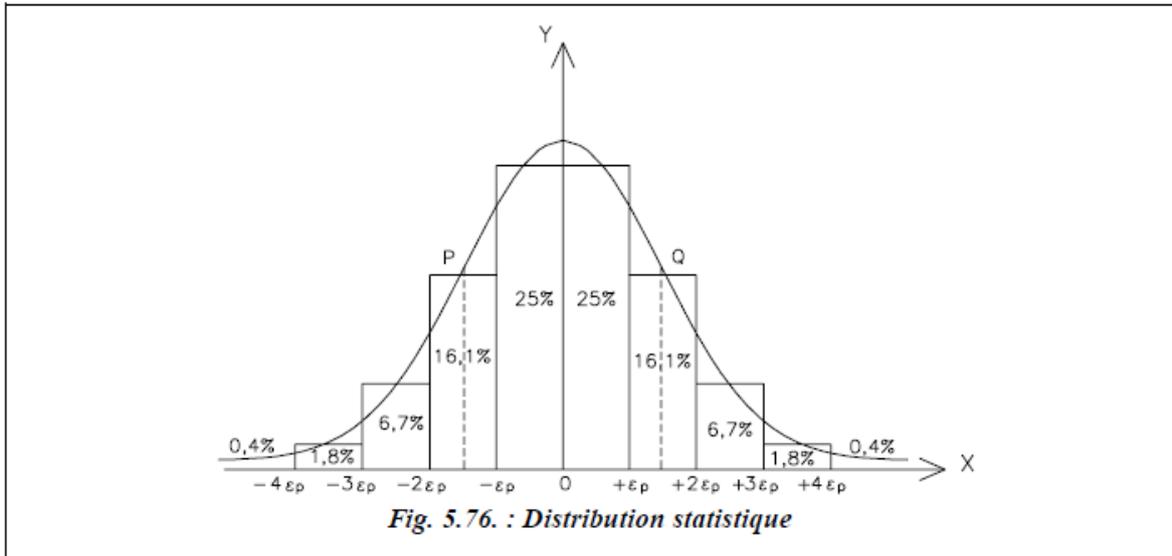
10.3.3 Distribution statistique normale

Si l'on considère la distribution des erreurs en pourcentage, on peut répartir les erreurs positives, ou négatives, en cinq classes (fig. 5.76.) :

- la première contient toutes les erreurs supérieures à 0 et inférieure à ε_p (erreur probable) : elle contient 25 % des erreurs ;
- la deuxième contient toutes les erreurs comprises entre un et deux écarts probables : elle en contient 16,1 % ;
- la troisième contient toutes les erreurs comprises entre deux et trois ε_p : elle en contient 6,7 % ;
- la quatrième contient toutes les erreurs comprises entre trois et quatre ε_p : elle en contient 1,8 % ;
- la cinquième au-delà, soit 0,4 %.

En d'autres termes, les ordonnées de l'histogramme des fréquences sont proportionnelles aux nombres suivants : 25 ; 16,1 ; 6,7 ; 1,8.





Remarque

En général, les cahiers des charges des travaux de géomètre indiquent la tolérance autorisée. On peut leur reprocher de ne pas préciser le pourcentage maximal des erreurs ayant un ordre de grandeur voisin de la tolérance : on peut ainsi aboutir à de véritables contradictions. Un travail où 20 % des résultats avoisinent les limites est juridiquement correct, alors que la distribution normale indique que 3 % seulement des erreurs doivent être comprises entre trois et quatre écarts probables.

1.1.3. Valeur conventionnellement vraie

On démontre que la meilleure estimation de μ est la moyenne arithmétique des mesures effectuées qui est donnée par la formule suivante :

$$x_m = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_i + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

On l'appelle « valeur la plus probable de la valeur vraie » ou « valeur conventionnellement vraie » mais ce n'est pas la valeur exacte – que l'on ne peut jamais connaître.

Dans l'exemple proposé, on trouve $x_m = 74,582$ m.

1.1.4. Écart type expérimental d'une mesure

L'écart type expérimental est conventionnellement noté s ; par abus de notation, il est souvent noté σ . On démontre que pour un nombre limité de mesures, sa meilleure estimation est :

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n n_i (x_i - x_m)^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n - 1}}$$

Déterminons l'erreur moyenne quadratique sur l'exemple précédent :

Nombre de mesures n_i	Mesures (m)	Moyenne (m)	Valeurs absolues des écarts à la moyenne (cm)	Somme des carrés des écarts
2	74,54	74,582	4,2	35,28
3	74,55		3,2	30,72
5	74,56		2,2	24,20
8	74,57		1,2	11,52
10	74,58		0,2	0,20
9	74,59		0,8	5,76
6	74,60		1,8	19,44
4	74,61		2,8	31,36
2	74,62		3,8	28,88
1	74,63		4,8	23,04
				$\Sigma (v_i)^2 = 210,40$

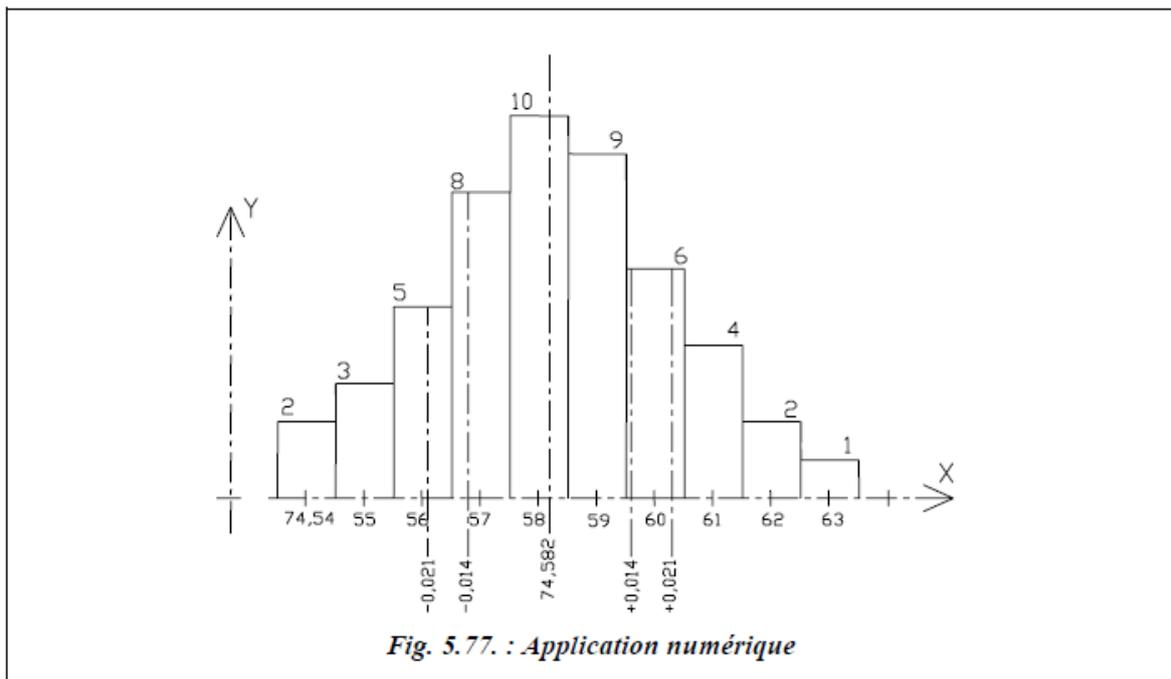
L'erreur moyenne quadratique est donnée par :

$$s^2 = \frac{\sum v^2}{n - 1} = \frac{210,40}{(50 - 1)} = 4,30$$

Donc $s = 2,1$ cm

L'ensemble des 50 mesures de distances effectuées se résume donc à :

- la valeur la plus probable : 74,582 m
- l'écart type expérimental : s 0,021 m
- l'écart équiprobable : ϵ_p 0,014 m
- l'écart maximal ou tolérance : $2,7 \cdot \sigma = 4 \cdot \epsilon_p$ 0,056 m



Sur l'histogramme (fig. 5.77.), traçons les droites d'abscisse $74,582 - 0,021 = 74,561$ m

et $74,582 + 0,021 = 74,603$ m ; on obtient une aire d'environ : $2 + 8 + 10 + 9 + 4,8 = 33,8$ mesures sur 50, c'est-à-dire une fréquence de 67,6 %.

SAHLA MAHLA

Entre les droites d'abscisse $74,582 - 0,014 = 74,568$ m et $74,582 + 0,014 = 74,596$ m, on obtient une aire d'environ : $5,7 + 10 + 9 + 0,5 = 25,2$ c'est-à-dire une fréquence de

50,4 %.

Entre les droites d'abscisse $75,582 - 0,056 = 75,526$ m et $75,582 + 0,056 = 75,638$ m, on trouve les 50 valeurs, c'est-à-dire une fréquence de 100 %.

On retrouve donc approximativement les valeurs théoriques de 68 %, 50 % et 99 %

11 Instruments Topographique

Les types de niveaux

Le niveau de chantier

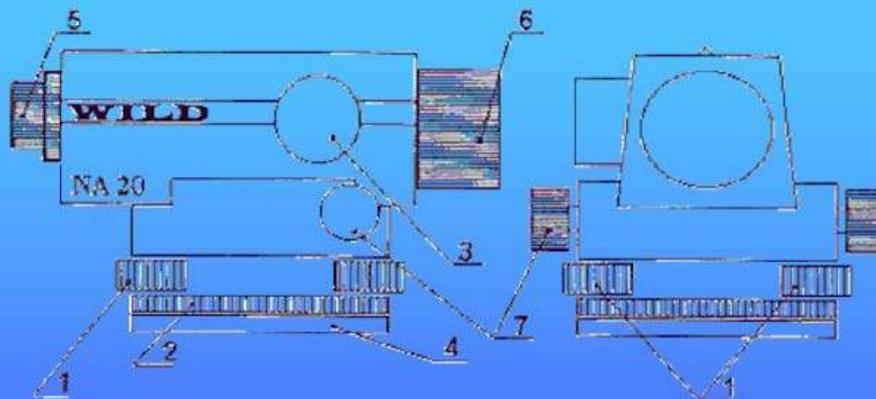
Le niveau automatique



SAHLA MAHLA

Les éléments du niveau

المصدر الأول للطالب الجزائري



- 1 vis calante
- 2 plaque ressort
- 3 bague de mise au point
- 4 plaque de fixation
- 5 oculaire de la lunette
- 6 viseur
- 7 bouton du micromètre

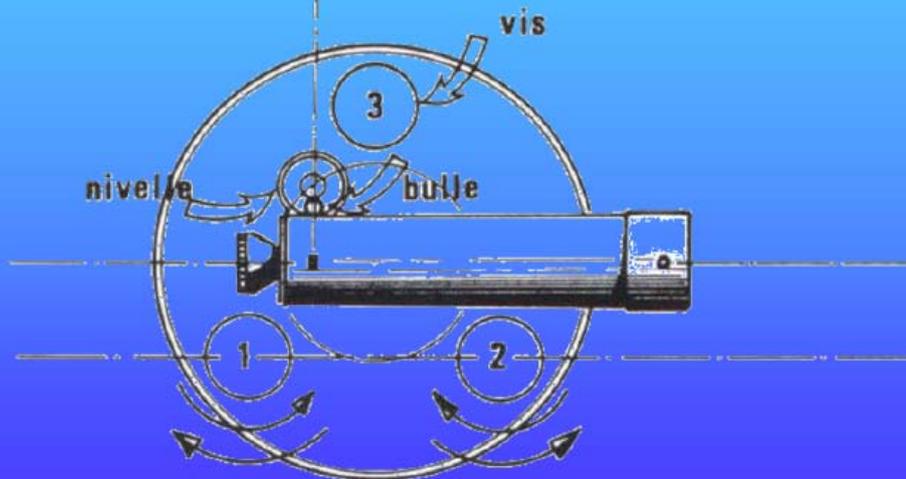
Le niveau numérique



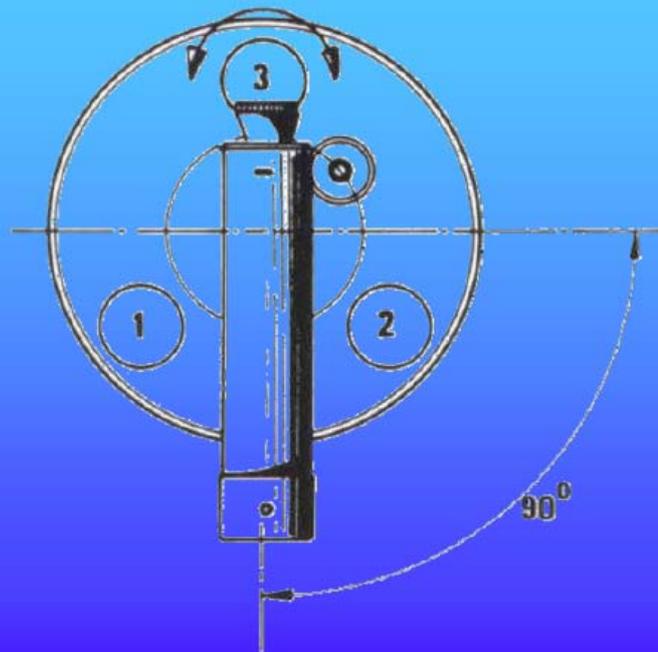
Mise en station

SAHLA MAHLA

المصدر الأول للطلاب الجزائري



Mise en station



Nivelle SAHLA MAHLA

المصدر الاول للطالب الجزائري



Sens de rotation de la vis de fin basculément indiquée par la flèche

Nivelle à coïncidence sur un niveau N2 WILD

Réticules



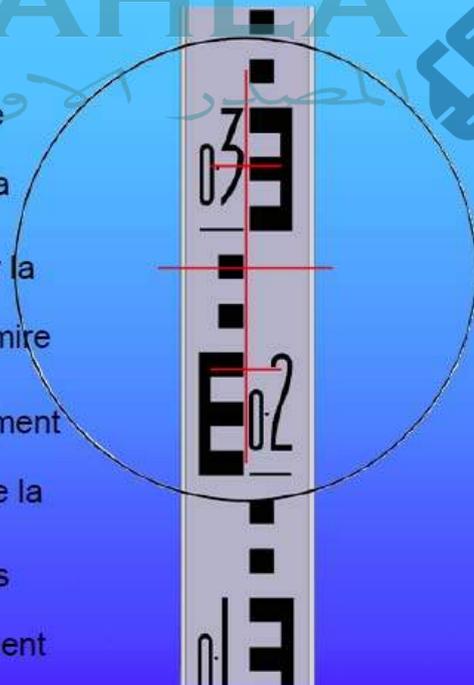
Lecture de la mire

Le réticule d'un niveau est généralement constitué de quatre fils :

- le fil stadimétrique supérieur (s'), qui donne une lecture m_1 sur la mire;
- le fil stadimétrique inférieur (s), qui donne la lecture m_2 sur la mire;
- le fil niveleur (n), qui donne la lecture m sur la mire;
- le fil vertical (v), qui permet le pointé de la mire ou d'un objet.

La lecture sur chaque fil est estimée visuellement au millimètre près. Les fils stadimétriques permettent d'obtenir une valeur approchée de la portée.

Pour chaque lecture, il est judicieux de lire les trois fils horizontaux de manière à éviter les fautes de lecture: on vérifie en effet, directement sur le terrain, que : $m = (m_1 + m_2) / 2$



Positionnement de la mire

La mire est une échelle linéaire qui doit être tenue verticalement (elle comporte une nivelle sphérique) sur le point intervenant dans la dénivelée à mesurer.

La précision de sa graduation et de son maintien en position verticale influent fortement sur la précision de la dénivelée mesurée.

La mire classique est généralement graduée en centimètre. La chiffraison est souvent en décimètre.

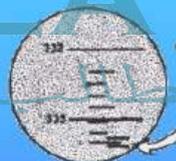
Il existe des mires à graduation renversée pour les optiques ne redressant pas l'image (anciens modèles).



Lecture des angles

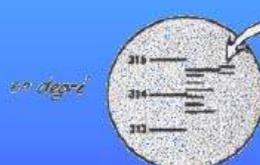
SAHLA MAHLA

المصدر الأول للطالب الجزائري



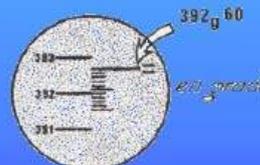
en degré

ZEISS NI2 (Allemagne)



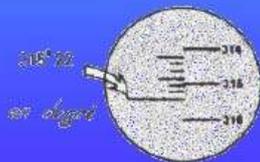
314'38

NI2
NI2
NI2



392'60

en grade

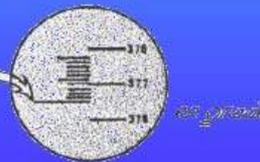


315'12

en degré

315'12

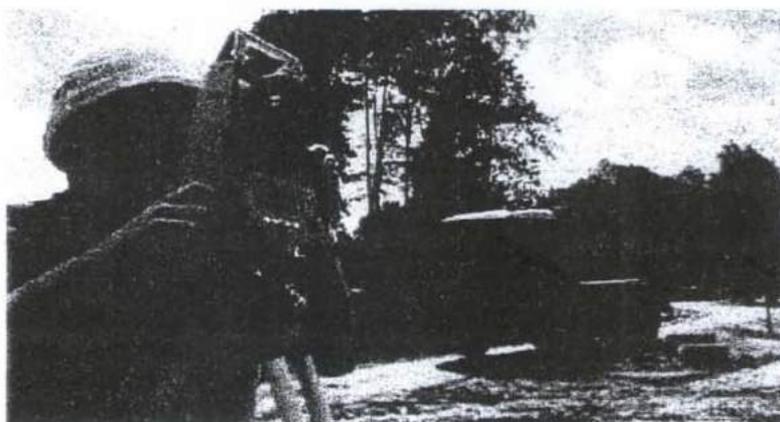
NI2
NI2



371'39

en grade

MANUEL D'UTILISATION TPS400



SAHLA MAHLA

المصدر الاول للطالب الجزائري

FONCTIONS DE BASE



Jun 2007

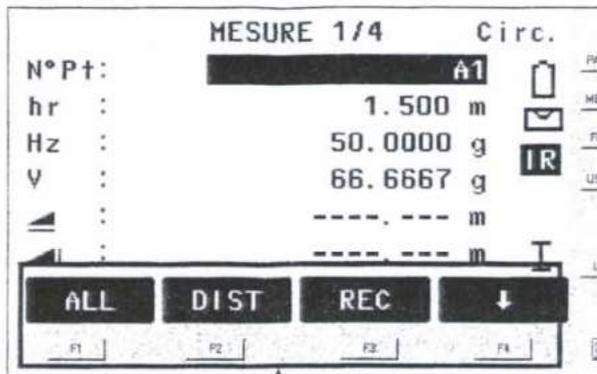
- 1 -

- when it has to be right

Leica
Geosystems

Ce manuel a pour but de décrire les opérations de base qu'un topographe peut faire à l'aide d'un appareil de la gamme TPS400.

1. PRESENTATION DE L'ECRAN



Touches de fonction F1 à F4.
Varient en fonction du menu courant.

Touches particulières :

- **PAGE**

Permet de visualiser les pages d'affichage suivantes (en haut de l'écran, MESURE 1/4 signifie que l'écran affiche la première de quatre pages concernant les informations de mesure).

- **MENU**

Accès aux programmes, ainsi qu'à de nombreux paramètres et utilitaires (réglages de l'instrument, gestion des données....). Inutilisable pendant le fonctionnement d'un programme.

- **FNC :**

Accès rapide à de nombreuses fonctions liées à la mesure . Utilisable pendant le fonctionnement d'un programme.

- **USER :**

Touche paramétrable pour accès rapide à une fonction de base (DIST, REC, CODE, EXCENTRE...).

- 2 -

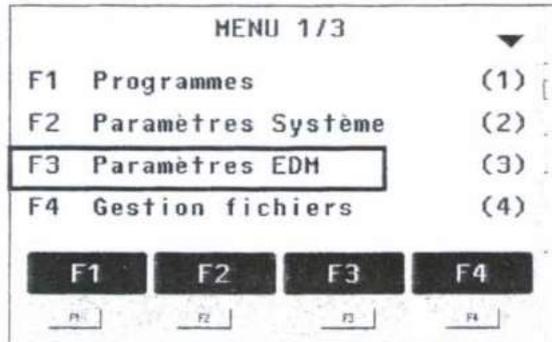
- when it has to be right

Leica
Geosystems

2. DEMARRAGE D'UN LEVER

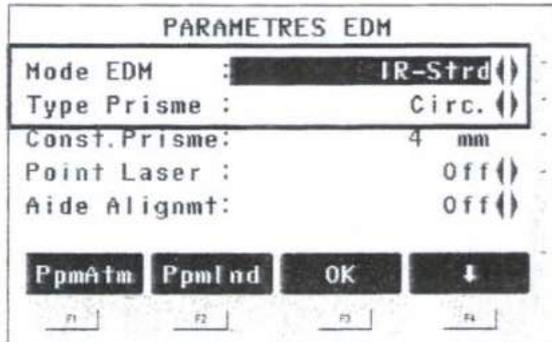
Avant de démarrer un lever, il est impératif de vérifier le mode de mesure que l'on va mettre en œuvre, ainsi que le paramétrage du prisme utilisé. Ces informations sont visibles dans la barre de symboles de l'écran.

Pour vérifier ce paramétrage, appuyer sur la touche **MENU**, puis choisir **F3- Paramètres EDM**.



Dans cet écran, choisir le mode de mesure (*IR-Strd* pour des mesures standard) et le type de prisme qui va être utilisé (*Circ.*). La constante du prisme choisi s'affichera automatiquement. Valider ces paramètres par **F3 – OK**.

Le lever va maintenant pouvoir commencer.

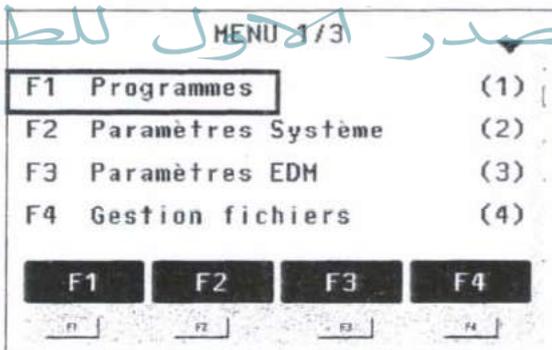


SAHLA MAHLA

المصدر الأول للطالب الجزائري



Appuyer sur la touche **MENU**, puis choisir **F1 – Programmes**.



Choisir alors F1 - Lever.

PROGRAMMES 1/3		
F1	Lever	(1)
F2	Implantation	(2)
F3	Station Libre	(3)
F4	COGO	(4)

F1 F2 F3 F4

Pour commencer un lever, il faut renseigner les champs **Job**, **Station**, et **Orientation**. Un point devant un champ signifie que ce champ est renseigné. Ce renseignement peut toutefois être modifié.

LEVER		
[•]	F1 Job	(1)
[]	F2 Station	(2)
[]	F3 Orientation	(3)
	F4 Démarrer	(4)

F1 F2 F3 F4

Commencer par le réglage du Job en appuyant sur la touche F1.

Un Job est un dossier dans lequel les mesures vont être enregistrées.

Vous pouvez soit choisir un job déjà existant dans la liste déroulante des jobs, soit créer un nouveau job.

Pour créer un nouveau job, appuyer sur la touche F2 - NOUV.

REGLAGE JOB 1/1	
Job :	DEFAULT
Operat. :	-----
Date :	12.10.1998
Heure :	04:07:17

NOUV OK

SAHLA MAHLA

المهندس الأول للطالب الجزائري

Renseigner alors le nom du job, puis de façon facultative le nom de l'opérateur ainsi que les remarques 1 et 2.

Valider la création par F4 - OK.

Puis F4 - OK à nouveau pour confirmer la sélection du job à activer.

Le message suivant va alors apparaître :

NOUVEAU JOB	
Job :	KINSHASA
Operat. :	FRANCK
Rem. 1 :	-----
Rem. 2 :	-----
Date :	12.10.1998
Heure :	04:07:17

PREC OK

Job OK !

- 4 -

- when it has to be right

Leica
Geosystems

Le champ Job étant maintenant renseigné, il faut indiquer la station sur laquelle l'instrument est placé. Choisir pour cela **F2 – Station**.

LEVER			
[♦]	F1	Job	(1)
[]	F2	Station	(2)
[]	F3	Orientation	(3)
	F4	Démarrer	(4)

F1

F2

F3

F4

L'appareil demande le numéro de la station qui va être utilisée.

Si cette station existe déjà dans le job sélectionné, faire **F2 – LISTE**.

Si vous désirez entrer une nouvelle station, taper le numéro à donner à cette station, puis faire **F3 – XYZ**.

REGLAGE STATION

Numéro de station

N° Stat: DEFAULT

CHERCH
LISTE
XYZ

Entrer alors les coordonnées X, Y, Z de la nouvelle station, puis valider par **F4 – OK**.

Saisie XYZ

Job : KINSHASA

N° Pt: 100

X : 100.000 m

Y : 200.000 m

Z : 300.000 m

PREC
OK

SAHLA MAHLA

المصدر الأول للطالب الجزائري
 Entrer enfin la hauteur des tourillons. Bien faire attention à l'unité de hauteur utilisée (ici ce sont des mètres). Valider alors par **F4 – OK**.

REGLAGE STATION

Hauteur d'instrument

hi: 1.539 m

PREC
OK

Le message suivant va alors apparaître :

Station OK !

- 5 -

- when it has to be right 

Après avoir renseigné le job et la station, il faut maintenant orienter le lever.
Faire **F3** pour choisir l'orientation.

LEVER			
[♦]	F1	Job	(1)
[♦]	F2	Station	(2)
[]	F3	Orientation	(3)
	F4	Démarrer	(4)



L'orientation peut être déterminée de deux façons :

- en choisissant une direction
- en visant un ou plusieurs points connus en coordonnées (5 maximum)

ORIENTATION	
F1	Orientation Hz
F2	Orientation XYZ



Premier cas : Orientation Hz

Dans l'écran précédent, presser **F1**.
Placer le cercle horizontal dans la direction souhaitée, entrer l'angle horizontal pour cette direction (appuyer sur **F4** pour le mettre à zéro).
Entrer le numéro du point visé (car l'orientation va être enregistrée), faire ensuite **F3 - REC** pour enregistrer l'orientation seulement, ou bien **F1 - ALL** si un prisme a été placé dans la direction d'orientation, une mesure de distance est alors exécutée, et distance et angles sont enregistrés.

REGLAGE REFERENCE	
Hz :	0.0000 g
hr :	1.500 m
N°Pt Réf:	REF1
Viser Réf. puis ALL ou REC	



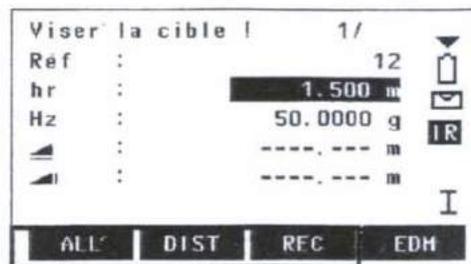
Deuxième cas : Orientation XYZ

Dans l'écran précédent, presser **F2**.
Entrer alors le numéro du point qui va être visé pour l'orientation. Si aucun point ne porte ce numéro dans le job, l'appareil demandera la saisie des coordonnées de ce point.
Entrer ensuite la hauteur réflecteur pour ce point.

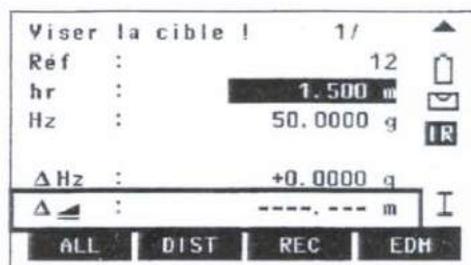
REGLAGE ORIENTATION	
Réf:	12
hr :	1.500 m



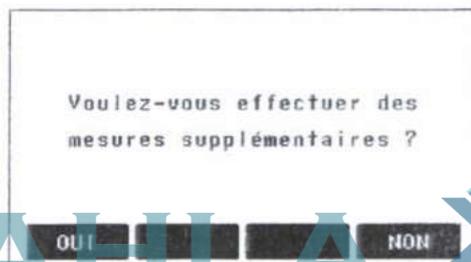
Viser alors le point d'orientation.
 Pour ne faire qu'une simple orientation, faire **F3 - REC**, ce qui permettra d'enregistrer la mesure angulaire.



Si un prisme se trouve sur ce point, faire d'abord **F2 - DIST**, cela permettra de contrôler la distance entre le point de station et le point d'orientation (ce contrôle se trouve sur la deuxième page d'affichage).
 Si le contrôle est bon, faire ensuite **F3 - REC** pour enregistrer la mesure angulaire ainsi que la mesure de distance sur ce point.



Il est alors possible de faire des mesures d'orientation supplémentaires (sur d'autres points, ou bien sur le même point dans la deuxième position de la lunette). Dans ce cas, au message ci-contre qu'affiche l'appareil, répondre par **F1 - OUI**. Dans le cas contraire, choisir **F4 - NON**.

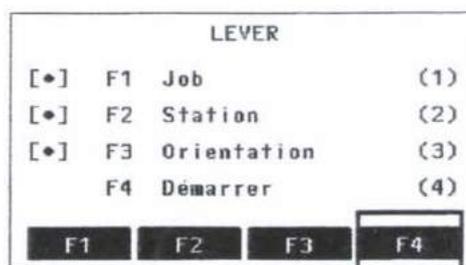


SAHLA MAHILA المصدر الاول للطالب الجزائري

Le message suivant sera alors affiché :

Orientation OK !

Le Job, la station, et l'orientation sont maintenant définis, le lever peut démarrer. Presser **F4**.



- 7 -

LEVER 1/3		Circ.
N°Pt :	100	
hr :	1.800 m	
Code :	-----	IR
Hz :	345.1230 g	
v :	43.3280 g	
▲ :	----- m	I
ALL		DIST
REC		↓

Pour commencer le lever, entrer dans les champs correspondants le numéro du point à relever, la hauteur réflecteur. Il est également possible de rentrer un code dans le champ **Code**.

Les fonctions suivantes sont alors disponibles :

- **F1-ALL** :
Une mesure de distance va être lancée, l'appareil enregistre les informations affichées (N° Pt, hr, Code, angles et distance), le lever est incrémenté au point suivant.
- **F2-DIST** :
Une mesure de distance va être lancée, l'appareil affiche le résultat de la mesure sur l'écran.
- **F3-REC** :
L'appareil enregistre les informations couramment affichées (N°Pt, hr, Code, angles et distance), le lever est incrémenté au point suivant.

La combinaison des touches **DIST** et **REC** est possible dans le cas d'un objet que l'on ne peut lever directement (cas du centre d'un poteau par exemple, on positionne le prisme au bord du poteau, on prend la mesure de distance, puis on décale l'angle horizontal sur le centre du poteau et on enregistre alors la mesure).

Pour finir le lever, appuyer plusieurs fois sur la touche **ESC**, ou bien éteindre directement l'appareil.

12 SERIE D'EXERCICES DE TOPOGRAPHIE

- **Informations sur les gisements**

1. Quadrant I:

$$\text{Gis} = \text{Arctg} (\Delta X / \Delta Y)$$

2. Quadrant II:

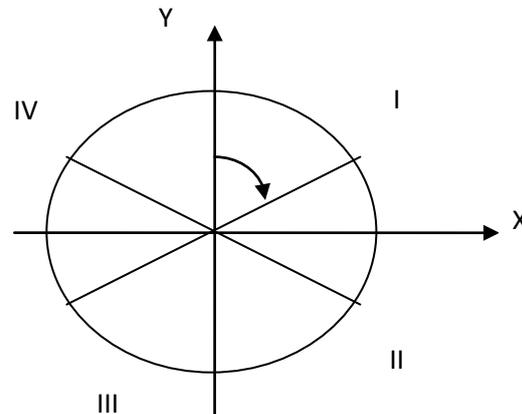
$$\text{Gis} = 200 + \text{Arctg} (\Delta X / \Delta Y)$$

3. Quadrant III:

$$\text{Gis} = 200 + \text{Arctg} (\Delta X / \Delta Y)$$

4. Quadrant IV:

$$\text{Gis} = 400 + \text{Arctg} (\Delta X / \Delta Y)$$



- **Les distances**

$$\text{dist } AB = \sqrt{(\Delta x^2 + \Delta y^2)}$$

Exercice 1. (distance, gisement, gisement inverse)

Soit deux points A et B ayant les coordonnées Lambert suivantes :

A : X=677.26087 ; Y=5614.28199566 km

B : X= 681.556521 ; Y= 5622.282608957 km

Calculer la distance entre eux, le gisement et le gisement inverse.

$$\Delta x = 4,2956521$$

$$\Delta y = 8.000613$$

Directement

$$G_{AB} = \text{Arctg} (\Delta x / \Delta y)$$

$$= \text{Arctg}(0,53695) = 31,3706 \text{ gons}$$

1. la distance entre le point A et le point B : 9.08088244 km

$$\text{dist } AB = \sqrt{(\Delta x^2 + \Delta y^2)} = 9.080088244 \text{ mètres}$$

2. le gisement AB : $\sin \delta = \Delta y / AB = 0.88112$ $\delta = 61.7782^\circ = 68.64196 \text{ gons}$

$$\begin{aligned} \text{d'où } \text{Gisement } AB &= 90 - \delta = 90 - 61.7782^\circ = 28.22269352^\circ \\ &= 100 - 68.64196 = 31.3600 \text{ gons} \end{aligned}$$

3. le gisement inverse :

$$\text{Gisement inverse de } AB = 200.0000 \text{ gons} + \text{Gisement} = 225.40042417 \text{ gons}$$



Exercice 2. (Les coordonnées d'un point P connaissant la distance et le gisement)

Soit deux points A et P distant de 6.730 km, ayant un gisement de 341.345 grades et les coordonnées du point A : 681.6304341826 ; 5612.6304347826 km

La distance entre A et P = 6.730 km

Le gisement AP = 341.345 grades

Coordonnées de A : 681.6304341826 ; 5612.6304347826 km

On demande les coordonnées du point P par rapport au système Lambert

$$E_p = E_l + dist \cdot \sin G_{sp} = 681.6304341826 + 6.73 \cdot \sin 341.345 = 676.2705341 \text{ km}$$

$$N_p = N_l + dist \cdot \cos G_{sp} = 5612.6304347826 + 6.73 \cdot \cos 341.345 = 5616.700368 \text{ km}$$

Exercice N°3 (4 points) :

Points	distances	Dénivelées [m]		Compensation C _i [mm]	Dénivelées corrigées	Altitudes [m]
		+	-			
1	xxxxxxx	xxxxxxx	xxxxxxx	xxxxxxxxxxxxx	xxxxxxxxxxx	100,000
2	60	1		0,001	1,001	101,001
3	40	0,555		0,001	0,556	101,557
4	50		-0,554	0,001	-0,553	101,004
1	50		-1,005	0,001	-1,004	100,00

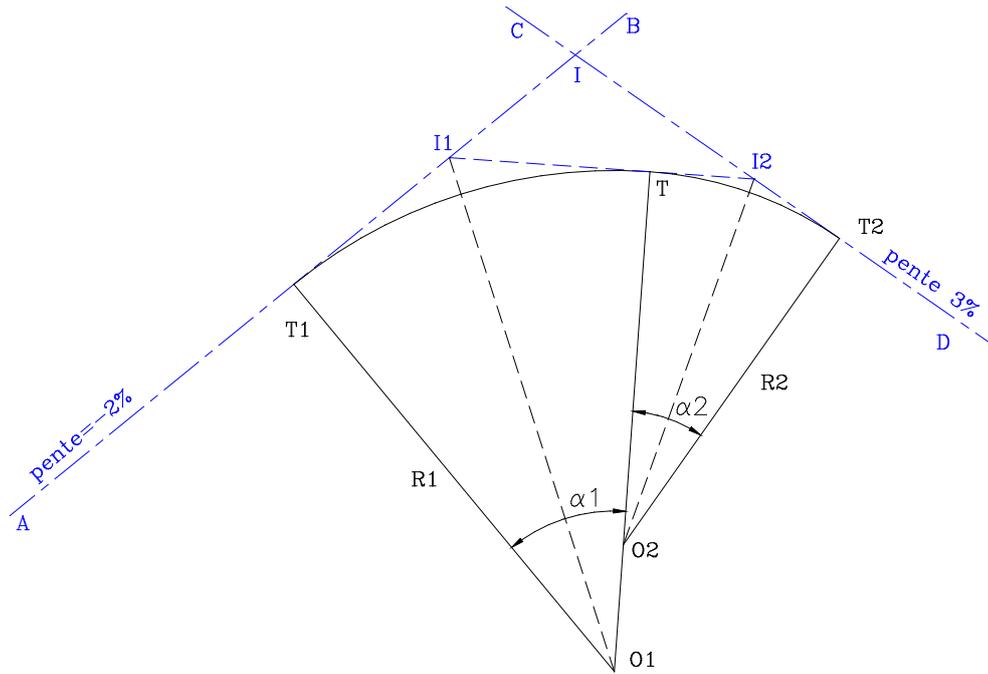
Fermeture= -0,004 Somme= +4

Exercice 4.

Le tracé d'une route nécessite le raccordement de deux alignements AB et CD par une courbe circulaire. Cette courbe est composée de deux arcs de cercle (voir croquis ci-dessous).

Les coordonnées rectangulaires des points I1 et I2 ont été établies aux valeurs suivantes :

$$I_1 (x_{I1} = 58,612 \text{ m} ; y_{I1} = 543,234 \text{ m}) \quad I_2 (x_{I2} = 489,598 \text{ m} ; y_{I2} = 512,769 \text{ m})$$



- 1) Le rayon R_1 et l'angle α_1 du premier arc de cercle sont connus :
 $R_1 = 714,25 \text{ m}$ $\alpha_1 = 48,259 \text{ gon}$ et $\alpha_2 = 34,389 \text{ gon}$

Donnez les longueurs des tangentes T_1I_1 et T_2I_2

- 2) Calculez le rayon R_2 .
- 3) Calculez le gisement de la direction AB et déduisez en les coordonnées rectangulaires de T et de O_1 .
- 4) Les points A et I sont distants de 1035,00 m. Déterminez la distance AT_1 et la longueur des arcs de cercle T_1T et TT_2 .
- 5) Le point I est situé à une altitude de 27,817 m. La pente de A vers B est de -2 % et la pente de C vers D est de 3 %.
 Déduisez en l'altitude des points T_1 et T_2 . Donnez aussi le pourcentage de la pente moyenne entre T_1 et T_2 le long de l'arc T_1-T_2 .

Correction

Triangle I_1I_2 :

$$\Delta X_{I_1I_2} = 489,598 - 58,612 = 430,986 \text{ m}$$

$$\Delta Y_{I_1I_2} = 512,769 - 543,234 = -30,465 \text{ m}$$

$$I_1I_2 = \text{racine carrée} ((430,986^2 + (-30,465)^2)) = \text{racine carrée} (185748,932196 + 928,116225)$$

$$= \text{racine carrée} (186677,048421) = 432,061 \text{ m}$$

$$\text{Arctg}(\Delta X / \Delta Y) = -95,507$$

$$\text{ce qui donne } G_{I_1I_2} = 200 - 95,507 = \mathbf{104,4926 \text{ g}}$$

1. Dans le triangle rectangle $O_1I_1T_1$
 $I_1T_1 = R_1 \cdot \tan(\alpha_1 / 2) = 284,474\text{m.}$
 $I_2T_2 = I_2T = I_1I_2 - I_1T = 432,061 - 284,474 = 147,588\text{ m.}$

2. Dans le triangle II_1I_2 :
 $R_2 = I_2T_2 / \tan(\alpha_2 / 2) = 147,588 / \tan(34,349 / 2).$
 Finalement : $R_2 = 533.086\text{ m.}$

3. Gisement G_{AB} :
 $G_{AB} = G_{II2} - \alpha_1.$ Donc $G_{AB} = 104,4926 - 48,259 = \mathbf{56,2336\text{ gon.}}$

Coordonnées de T à partir de I_1 : $I_1T = I_1T_1 = \mathbf{284,474\text{ m.}}$
 $G_{I1T} = G_{II2} = 104,4926\text{ gon} ;$
 $X_T = 58,612 + 284,474 \cdot \sin(104,4926) = \mathbf{342,3869\text{ m.}}$
 $Y_T = 543,234 + 284,474 \cdot \cos(104,4926) = \mathbf{523,1754\text{ m.}}$

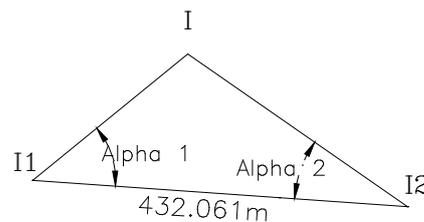
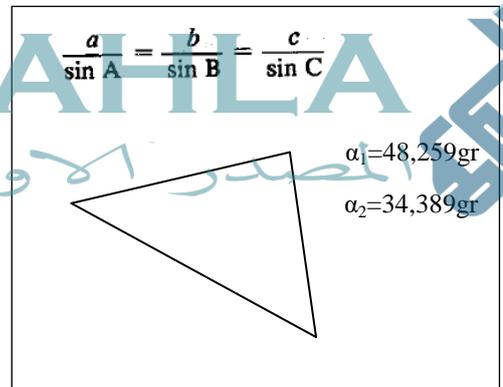
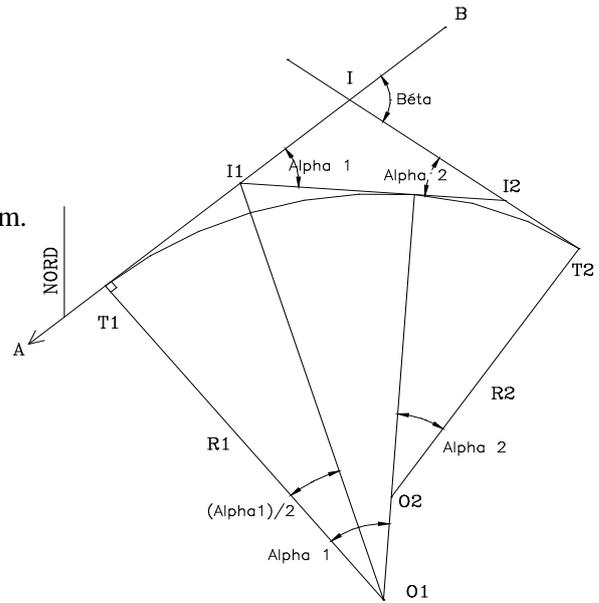
Coordonnées de O_1 à partir de I_1 :
 $I_1O_1 = R_1 / \cos(\alpha_1 / 2) = 768,816\text{ m.}$

$G_{I1O1} = G_{II2} + (200 - (\alpha_1 / 2))$
 $= 104,4926 + (100 - 48,259 / 2) = 180,3631\text{ gon.}$
 $X_{O1} = 58,612 + 768,816 \cdot \sin(180,3631) = \mathbf{292,01499\text{ m.}}$
 $Y_{O1} = 543,234 + 768,816 \cdot \cos(180,3631) = \mathbf{-189,296\text{ m.}}$

4. $AT_1 = AI - T_1I_1 - I_1I.$
 Dans le triangle I_1-I-I_2 : $I_1I_2 = 432,061\text{ m.}$

$I_1I = 432,061 \cdot \sin(\alpha_2) / (\sin(200 - \alpha_1 - \alpha_2)) = 230,723\text{ m.}$
 Donc : $AT_1 = 1035 - 284,474 - 230,723 = \mathbf{519,803\text{ m.}}$
 Arc $T_1T = 714,250 \cdot 48,259 \cdot (\alpha_1 / 200) = \mathbf{541,438\text{ m.}}$
 Arc $TT_2 = 533,086 \cdot 34,389 \cdot (\alpha_2 / 200) = \mathbf{287,963\text{ m.}}$

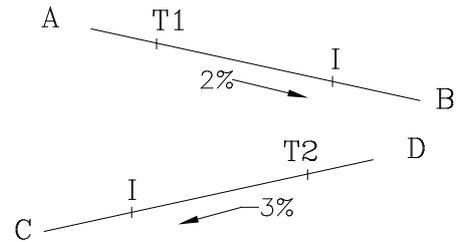
5. $H_1 = H_I + IT_1 \cdot (0,02) = 27,817 + (284,474 + 230,723) \cdot (0,02) = 38,121\text{ m.}$
 $H_{T2} = H_I + IT_2 \cdot (0,03) = 27,817 + (308,432 + 147,588) \cdot (0,03) = 41,498\text{ m.}$



Pente en suivant la courbe de T_1 vers T_2 :

$$p = (H_{T_2} - H_{T_1}) / (\text{Arc } T_1 T_2).$$

$$p = (41,498 - 38,121) / (541,438 + 287,963) = 0,4 \text{ \%}.$$

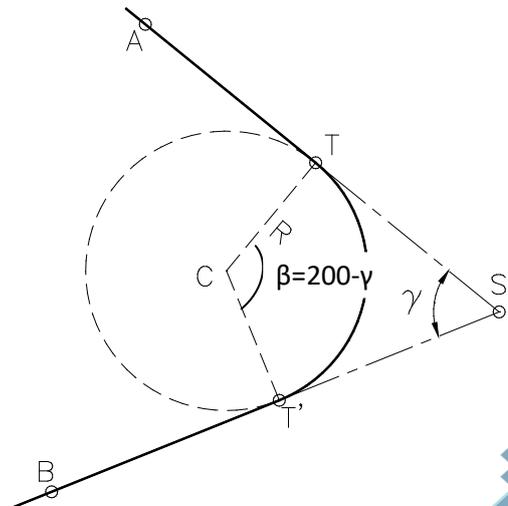


Exercice 5 . (sur les raccordements)

Votre bureau d'étude est chargé d'étudier le raccordement d'un virage à l'aide d'un cercle de rayon $R= 450,00 \text{ m}$

(1) N'ayant pas de formulaire sous la main, vous devez retrouver l'expression qui permet de calculer la distance d'implantation des points de tangence (T) et (T') à partir du sommet (S) du raccordement. Cette relation fait aussi intervenir l'angle (δ) entre les deux alignements raccordés (AT) et (BT'), voir schéma.

- Donnez l'expression littérale.
- Après avoir retrouvé cette expression littérale, calculez la valeur des distances (ST) et (ST'), sachant que (δ) est égal à $68,186 \text{ gon}$.
 $\beta = 200 - 68,186 = 131,814 \text{ gr}$

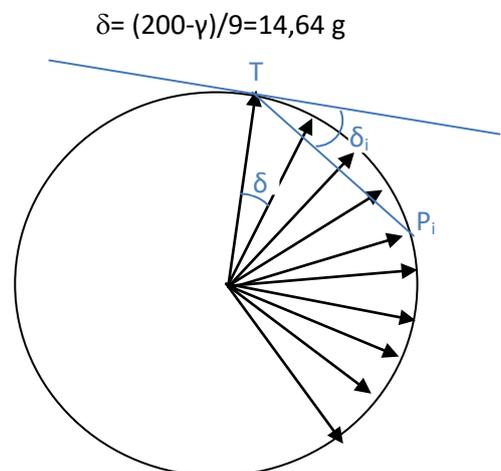


(2) Pour préparer le travail d'implantation du nouveau raccordement sur le terrain, vous établissez un tableau d'implantation d'une dizaine de points équidistants sur l'arc de cercle entre (T) et (T'). La méthode d'implantation est imposée : coordonnées polaires (distance horizontale et gisement) à partir d'une station en T avec mise à zéro des angles horizontaux sur A .

- Quel appareil préconisez-vous pour ce type de travail ?
- Quelle condition doit être vérifiée sur le terrain pour que vous puissiez utiliser cette méthode ?
- Etablissez le tableau d'implantation après avoir donné les expressions littérales donnant les coordonnées polaires de chaque point à implanter (les points T et T' seront inclus dans les 10 points à calculer).

Correction manuelle

Station	Pt visé	H _z (CG) (gon)	H _z (CD) (gon)	D _h (m)
A'	B'	0,123	200,121	505,319
	A	153,427	353,423	
B'	B	398,551	198,553	
	A'	116,330	316,331	505,316



(1) $ST = ST' = R \cdot \cot\left(\frac{\gamma}{2}\right)$, Numériquement : $ST = ST' = 758,38 \text{ m}$

(2) Appareil préconisé : théodolite avec distancemètre ou station totale avec programme d'implantation.

- Il faut que la zone d'implantation soit libre d'obstacle (tout l'arc visible depuis T).
- Coordonnée polaire de chaque point de l'arc de cercle : pour un point (P) quelconque tel que l'angle au centre (TOP) ait la valeur (δ), on démontre que :

$$Dh = 2.R.\sin(\delta) \text{ et } \delta = i \frac{\delta}{2} \quad (i \text{ varie de } 0 \text{ à } 9)$$

L'angle au centre $\beta = (200 - \gamma) = 131,814 \text{ gr}$ est divisé en 9 parties, soit des angles au centre entre chacun des 10 points à planter $\delta = 14,646 \text{ gon}$. Ce qui donne le tableau suivant :

	T	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	T'
δ_i (gon)	0	7,323	14,646	21,969	29,292	36,615	43,938	51,261	58,584	65,907
$TP_i = D_i^h$ (m)	0,00	103,30	205,23	304,45	399,65	489,56	573,01	648,88	716,17	774,00

Exercice 6.

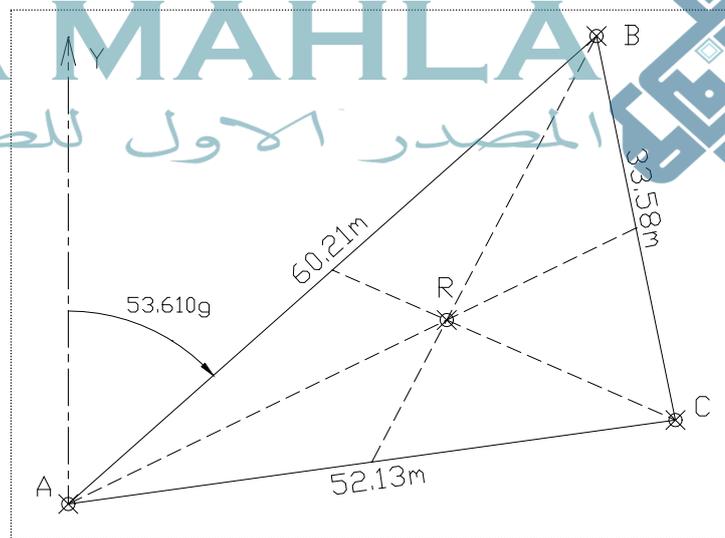
Un terrain triangulaire ABC destiné à des installations industrielles est défini dans un système de coordonnées local par les données suivantes :

A ($X_A=14,89 \text{ m}$; $Y_A=14,22 \text{ m}$) ;

$D_{AB} = 60,21 \text{ m}$;

$D_{BC} = 33,58 \text{ m}$;

$D_{AC} = 52,13 \text{ m}$.



L'implantation des installations nécessite la connaissance du point R qui est le point d'intersection des médianes.

On vous demande de :

- calculer les coordonnées des points B et C ;
- calculer les gisements G_{BC} et G_{AC} avec contrôles numériques obligatoires des résultats ;
- calculer les coordonnées du point R et la distance de R au côté AC ; contrôlez ce résultat.

Correction :

Résolution du triangle ABC :

Angle CAB = 37,5799 gon.

Angle ABC = 66,4215 gon

Angle ACB = 95,9986 gon.

Contrôle : somme égale à 200 gon.

- Coordonnées de B :

$$X_B = X_A + D_{AB} \cdot \sin(G_{AB}) = 14,86 + 60,21 \cdot \sin(53,61) = 59,779$$

$$Y_B = Y_A + D_{AB} \cdot \cos(G_{AB}) = 14,22 + 60,21 \cdot \cos(53,61) = 54,314$$

Résultat : **B (59,78 m ; 54,31 m)**

- Coordonnées de C :

$$G_{AC} = G_{AB} + BAC = G_{AB} + 37,5799 = 91,1899 \text{ gon.}$$

$$X_C = X_A + D_{AC} \cdot \sin(G_{AC}) = 14,86 + 52,13 \cdot \sin(91,1899) = 66,492$$

$$Y_C = Y_A + D_{AC} \cdot \cos(G_{AC}) = 14,22 + 52,13 \cdot \cos(91,1899) = 21,411$$

Résultat : **C (66,49 m ; 21,41 m)**

- Gisements G_{BC} et G_{AC} :

$$G_{BC} : \tan(G_{BC}) = \frac{66,492 - 59,779}{21,411 - 54,314} \text{ donc } G_{BC} = -12,813 \text{ gon soit } \mathbf{G_{BC} = 187,19 \text{ gon}} \text{ (2eme quadrant).}$$

Contrôle de GBC : on peut écrire que $G_{BC} = G_{AB} + 200 - ABC = 53,61 + 200 - 66,4215 = 187,1885$ gon.

G_{AC} déjà calculé plus haut : **$G_{AC} = 91,19$ gon.**

$$\text{Contrôles de } G_{AC} \text{ à partir des coordonnées de A et C : } \tan(G_{AC}) = \frac{66,492 - 14,86}{21,411 - 14,22}.$$

- Coordonnées du point R, intersection des médianes :

Soit M milieu de BC, M(63,1355 m ; 37,8625 m) donc $D_{MC} = 16,790$ m.

La résolution du triangle MAC donne l'angle RAC : $RAC = 20,1818$ gon.

On en déduit que l'angle ACR vaut $ACR = 35,2348$ gon.

Soit N milieu de AC, N(40,676 m ; 17,816 m) donc $D_{AN} = 26,065$ m.

La résolution du triangle NAB donne l'angle RBA : $RBA = 22,9119$ gon.

L'angle RAB vaut $RAB = BAC - RAC = 37,5799 - 20,1818 = 17,3981$ gon.



1- à partir de la formule de Delambre pour l'intersection :
 $G_{AR} = G_{AB} + BAR = 53,61 + 17,3981 = 71,0081 \text{ gon.}$

$G_{BR} = G_{BA} - ABR = 253,61 - 22,9119 = 230,6981 \text{ gon.}$

La formule de Delambre pour l'intersection donne depuis les points A et B : **R(47,04 m ; 29,98 m).**

2- par résolution de triangle :

Dans le triangle ARB, on calcule la distance AR : $AR / \sin(22,9119) = 60,21 / \sin(200 - 22,9119 - 17,3981).$

D'où $AR = 35,836 \text{ m.}$ On calcule $G_{AR} = G_{AB} + BAR = 53,61 + 17,3981 = 71,0081 \text{ gon.}$

Donc R est déduit de A :

$X_R = X_A + D_{AR} \cdot \sin(G_{AR}) = 14,86 + 35,836 \cdot \sin(71,0081) = 47,044 \text{ m}$

$Y_R = Y_A + D_{AR} \cdot \cos(G_{AR}) = 14,22 + 35,836 \cdot \cos(71,0081) = 29,982 \text{ m}$

Donc R(47,04 m ; 29,98 m).

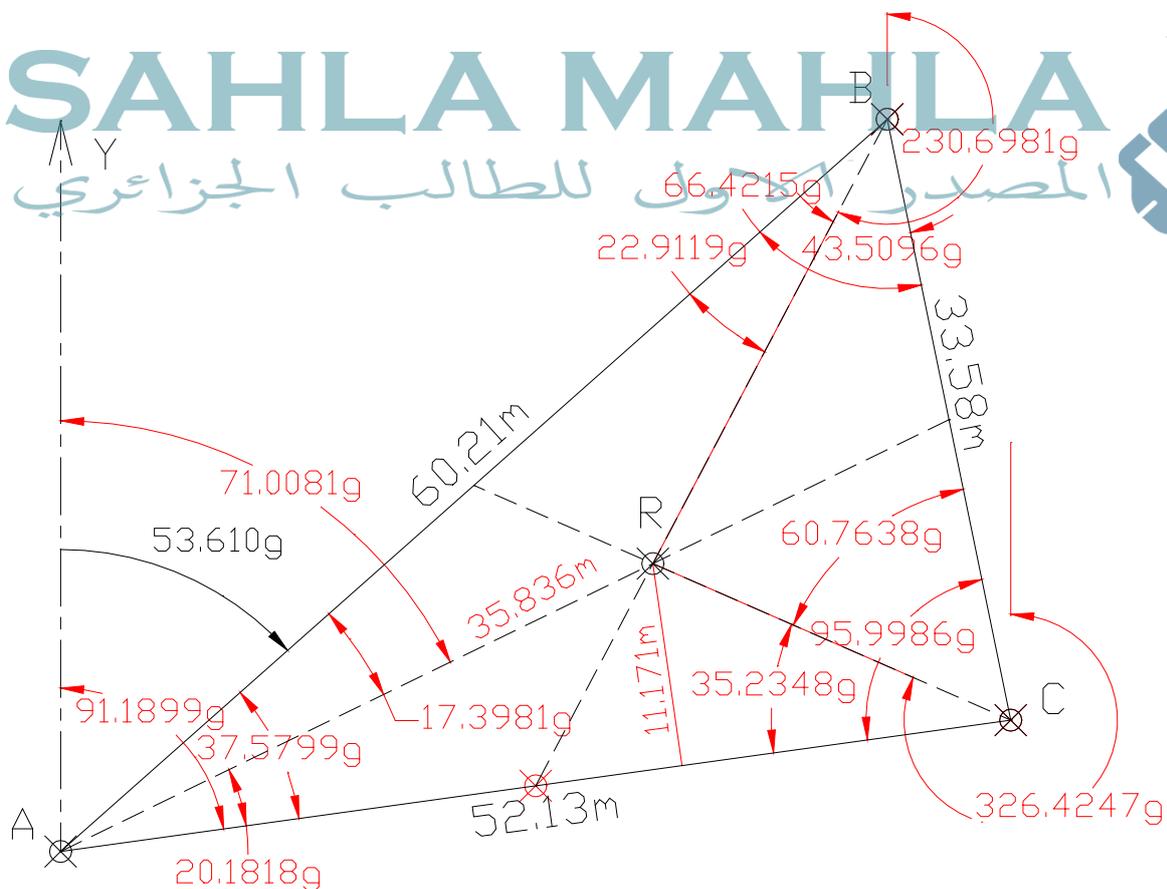
- Distance du point R à la droite AC :

Soit H, le pied de la perpendiculaire à AC issue de R : dans le triangle rectangle AHR, on écrit :

$RH = AR \cdot \sin(RAH) ; AR = 35,836 \text{ m}$ calculé à partir des coordonnées de A et R.

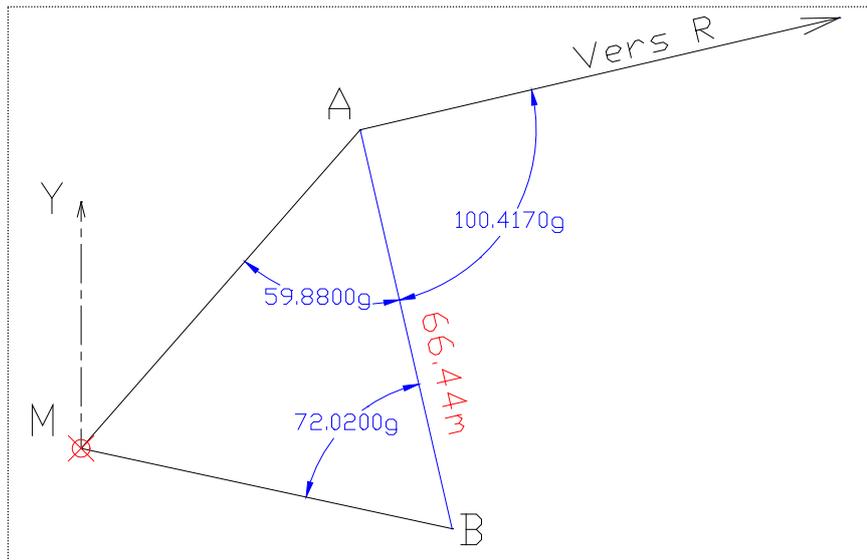
Donc $RH = 35,836 \cdot \sin(20,1818) = 11,171 \text{ m.}$ **RH = 11,17 m.**

Schéma général:



Exercice 7.

Pour doubler un point inaccessible par un point A stationnable au sol, un géomètre effectue deux stations avec un théodolite en A et B distants de 66,44 m. La station en A est orientée sur un point géodésique R éloigné.



Les mesures sur le terrain donnent :

- en station en A : angle MAB = 59,880 gon ;
Angle BAR = 100,417 gon.
- en station en B : angle MBA = 72,070 gon.

Les coordonnées de M et R sont connues dans un système local :

M (1217,39 m ; 6587,29 m),
R (9892,00 m ; 9302,10 m).

On vous demande de :

- calculer le gisement G_{RM} et la distance D_{RM} .
- calculer l'angle ARM.
- calculer les coordonnées de A et de B avec un contrôle de ces résultats.

Correction :

Résolution du triangle AMB :

AM = 68,553 m.

BM = 61,201 m.

$$AMB = 200 - 59,88 - 72,02 = 68,10 \text{ gon}$$

$$\text{Contrôle : } AB^2 = AM^2 + BM^2 - 2 \cdot AM \cdot BM \cdot \cos(AMB).$$

- Calcul de G_{RM} et D_{RM} à partir des coordonnées de R et M :

$$\tan(G_{RM}) = \frac{1217,39 - 9892,00}{6587,29 - 9302,10} \text{ d'où } G_{RM} = 280,691 \text{ gon}$$

$$D_{RM} = \sqrt{(1217,39 - 9892,00)^2 + (6587,29 - 9302,10)^2} = 9089,502 \text{ m. } D_{RM} = 9089,50 \text{ m}$$

- Calcul de l'angle ARM par résolution de triangle :

$$\text{La résolution du triangle AMB donne : } AM = 66,44 \cdot \sin(72,020) / \sin(200 - 59,880 - 72,020) = 68,553 \text{ m.}$$

$$\text{La résolution du triangle AMR donne : } \sin(ARM) = 68,553 / 9089,50 \cdot \sin(59,880 + 100,417) = 0,2804 \text{ gon. D'où } ARM = 0,280 \text{ gon.}$$

- Calcul des coordonnées de A à partir de R et M :

Coordonnées de A depuis R :

$$\text{On peut écrire que : } G_{RA} = G_{RM} + ARM = 280,6910 + 0,2804 = 280,9714 \text{ gon.}$$

$$\text{Dans le triangle ARM, } AMR = 39,4226 \text{ gon, } AR = 9033,766 \text{ m.}$$

$$X_A = X_R + D_{RA} \cdot \sin(G_{RA}) = 9892,00 + 9033,766 \cdot \sin(280,9714) = 1258,784 \text{ m.}$$

$$Y_A = Y_R + D_{RA} \cdot \cos(G_{RA}) = 9302,10 + 9033,766 \cdot \cos(280,9714) = 6641,930 \text{ m.}$$

Contrôle depuis M :

$$G_{MA} = G_{AM} - 200 = 80,9714 + 100,417 + 59,880 - 200 = 41,2684 \text{ gon.}$$

$$X_A = X_M + D_{MA} \cdot \sin(G_{MA}) = 1217,39 + 68,553 \cdot \sin(41,2684) = 1258,782 \text{ m.}$$

$$Y_A = Y_M + D_{MA} \cdot \cos(G_{MA}) = 6587,29 + 68,553 \cdot \cos(41,2684) = 6641,937 \text{ m.}$$

Donc : **A (1258,78 m ; 6641,94 m).**

- Calcul des coordonnées de B à partir de A et M :

Coordonnées de B depuis M :

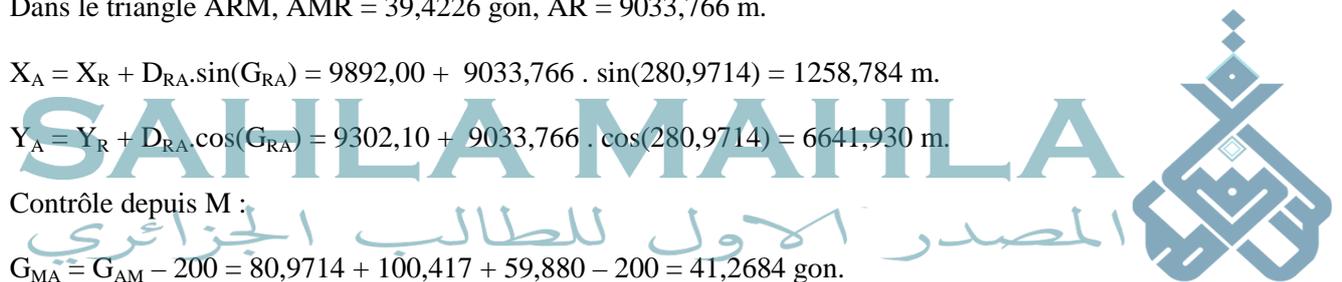
$$G_{MB} = G_{MA} + 68,100 = 109,3684 \text{ gon}$$

$$X_B = X_M + D_{MB} \cdot \sin(G_{MB}) = 1217,39 + 61,201 \cdot \sin(109,3684) = 1277,929 \text{ m.}$$

$$Y_B = Y_M + D_{MB} \cdot \cos(G_{MB}) = 6587,29 + 61,201 \cdot \cos(109,3684) = 6578,316 \text{ m.}$$

Contrôle depuis A :

$$G_{AB} = G_{AM} - 59,880 = 181,3884 \text{ gon}$$

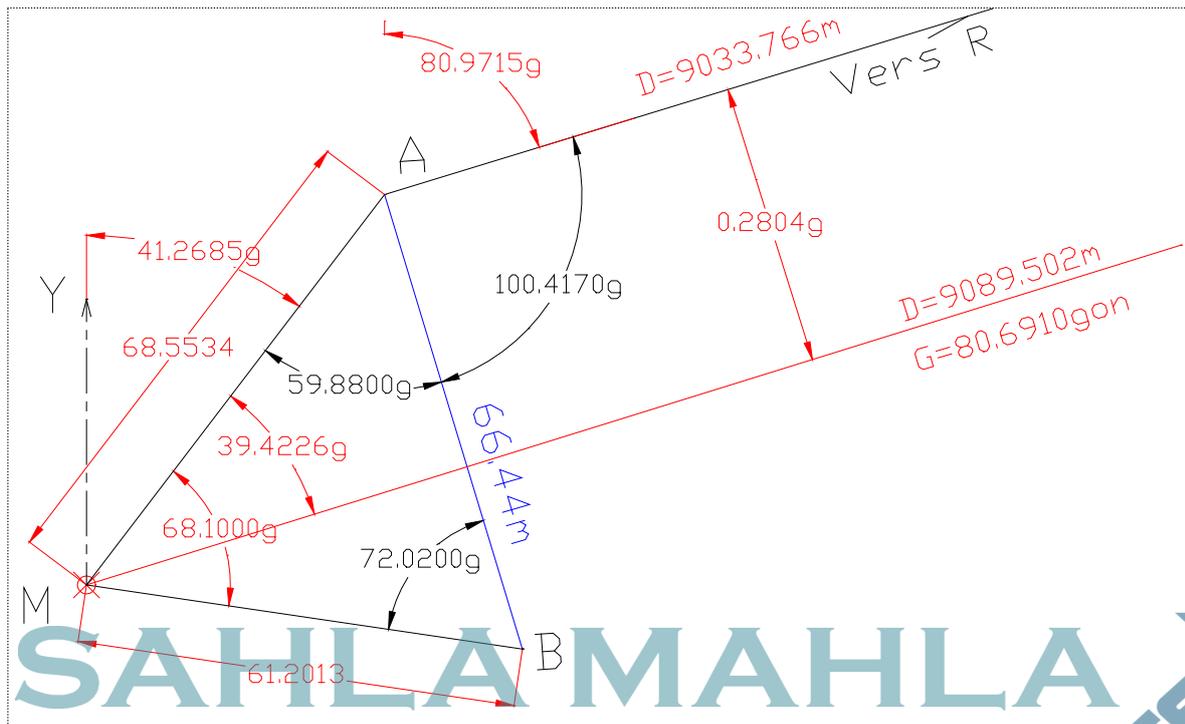


$$X_B = X_A + D_{AB} \cdot \sin(G_{AB}) = 1258,782 + 66,44 \cdot \sin(181,3884) = 1277,930 \text{ m.}$$

$$Y_B = Y_A + D_{AB} \cdot \cos(G_{AB}) = 6641,937 + 66,44 \cdot \cos(181,3884) = 6578,316 \text{ m.}$$

Donc : **B (1277,93 m ; 6578,32 m).**

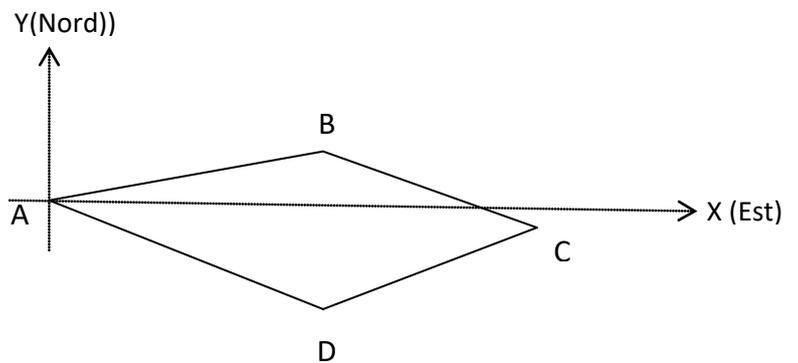
Schéma général de correction :



Exercice 8 :

Soit les points ABCD formant un quadrilatère. Déterminer les distances et les gisements.

$X_A = 0 ; Y_A = 0 ;$
$X_B = 100 ; Y_B = +20 ;$
$X_C = 180 ; Y_C = -20 ;$
$X_D = 60 ; Y_D = -60 ;$



1) Distances:

$$d = \text{racine carrée}[(\Delta X)^2 + (\Delta Y)^2]$$

$$AB = 101,980 \text{ m}$$

$$CD = 126,491 \text{ m}$$

$$BC = 89,442 \text{ m}$$

$$DA = 84,852 \text{ m}$$

2) Gisements:

$$\begin{array}{llll} \Delta X_{AB}= 100 & \Delta X_{BC}= 80 & \Delta X_{CD}= - 120 & \Delta X_{DA}= - 60 \\ \Delta Y_{AB}= 20 & \Delta Y_{BC}= - 40 & \Delta Y_{CD}= - 40 & \Delta Y_{DA}= 60 \end{array}$$

- Angle $Y_{AB}= \text{Arctg}(\Delta X_{AB} / \Delta Y_{AB}) = \text{Arctg}(100/20) = \text{Arctg}(5)$ ce qui donne **87,4334** gr
Premier Quadrant d'où $GAB = 87,4334$ gr
- Angle $Y_{BC}= \text{Arctg}(\Delta X_{BC} / \Delta Y_{BC}) = \text{Arctg}(-80/(-40)) = \text{Arctg}(-2)$ ce qui donne **-70,4832** gr
Deuxième Quadrant d'où $GBC = 200 + (-70,4832) = 129,5167$ gr
- Angle $Y_{CD}= \text{Arctg}(\Delta X_{CD} / \Delta Y_{CD}) = \text{Arctg}(-120/-40) = \text{Arctg}(3)$ ce qui donne **79,5167** gr
Troisième Quadrant d'où $GCD = 200 + 79,5167 = 279,5116$ gr
- Angle $Y_{DA}= \text{Arctg}(\Delta X_{DA} / \Delta Y_{DA}) = \text{Arctg}(60/-60) = \text{Arctg}(-1)$ ce qui donne **-50** gr
Quatrième Quadrant d'où $GDA = 400 - 50 = 350$ gr

Angle A= $150 - 87,4334 = 62,56666$;

Angle B= $287,4334 - 129,5167 = 157,9167$;

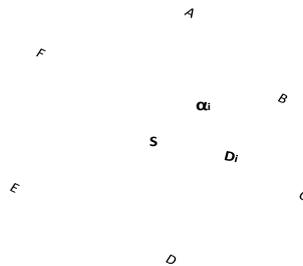
Angle C= $(200 + 129,5167) - 279,5116 = 50$; Angle D= $200 - (350 - 279,5116) = 129,5116$

Somme des angles = 400 g

Exercice N9

Soit le polygone ABCDEF illustré par ces coordonnées polaires et par le schéma qui suit.

Points	D ^h	α_i
A	48,12	53,12
B	51,33	100,03
C	48,71	147,41
D	57,48	261,53
E	47,93	380,37
F	45	390



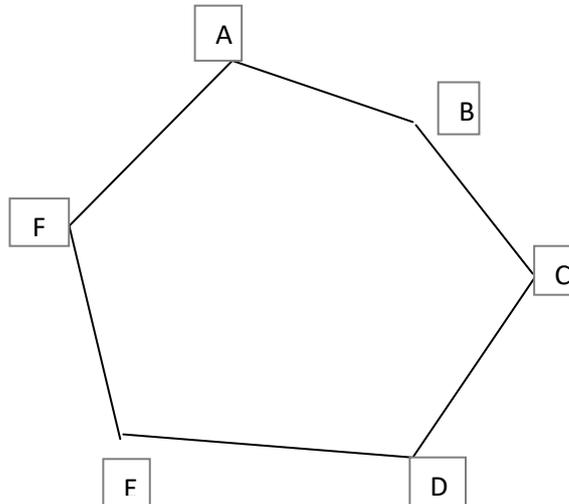
Triangles	$\alpha_{i+1} - \alpha_i$	Surface	Coté opposé (Pythagore)
ASB	46,91	829,878	35,942
BSC	47,38	846,866	36,456
CSD	114,12	1365,633	83,117
ESD	118,84	1317,627	84,901
ESF	9,63	162,509	7,606
FSA	-336,88	906,047	44,381
Totaux=		5428,560	292,4019

S= 5428,560 Périmètre = 292,4019

Exercice N10

Soit le polygone ABCDEF illustré par ces coordonnées et par le schéma qui suit. Déterminez sa surface et son périmètre.

Points	X	Y
A	50	50
B	75	40
C	100	25
D	75	5



Points	$X_{i-1} - X_{i+1}$	$Y_{i-1} - Y_{i+1}$	$X_i(Y_{i-1} - Y_{i+1})$	$Y_i(X_{i-1} - X_{i+1})$	Coté
A	-50	-10	-500	-2500	26,926
B	-50	25	1875	-2000	29,155
C	0	35	3500	0	32,016
D	60	15	1125	300	35,355
E	50	-25	-1000	500	25,000
F	-10	-40	-1000	-300	32,016

Totaux = 4000 -4000 180,467
 $S = 2000$
 $S' = -2000$
 Périmètre = 180,467

Exercice 11.

Calculez la valeur « exacte » de la mesure suivante effectuée en mode suspendu en terrain horizontal, avec un ruban en acier de classe I, de 2,6 mm² de section, de longueur 30 m:

- L mesurée = 185,122 m.
- La température du ruban est mesurée à 25 °C et reste constante pendant toute la mesure.
- La tension constante est de 10 DaN. La mesure est faite en 6 portées de 30 m et une portée d'appoint (toutes les portées sont considérées parfaitement alignées).

Le ruban a été étalonné au préalable dans les conditions suivantes: ($T_0 = 4,5$ DaN), ($t_e = 20$ °C). On a mesuré l'indication du ruban sur une base connue de 30 m: il indique 29,996 m. L'écart type sur une mesure est de $\pm 1,9$ mm (classe D), quelle est l'incertitude finale sur la distance ?

Correction :

On calcule pour chaque portée :

- correction d'étalonnage : $L_{\text{corrigée}} = 30 \cdot (1 + (30 - 29,996) / 29,996) = 30,004$ m.

- correction de température : $L_{\text{corrigée}} = 30,004 \cdot (1 + 1,08 \cdot 10^{-5} \cdot (25 - 20)) = 30,006 \text{ m.}$
- correction de tension : $L_{\text{corrigée}} = 30,006 \cdot (1 + (10 - 4,5) / (21000 \cdot 2,6)) = 30,009 \text{ m.}$
- correction de chaînette : $L_{\text{corrigée}}$ est solution de l'équation suivante

$$x = 30,009 \cdot (1 - (20 \cdot 10^{-3})^2 \cdot x^3 / 24 / 10^2 / 30,009)$$

soit après résolution par approximation successive $x = 30,005 \text{ m.}$

La longueur exacte mesurée sur les six premières portées est donc de 180,03 m.

Pour éviter de refaire le calcul complet pour la portée d'appoint, on effectue une règle de trois par rapport à une portée de 30 m et on obtient : $L_{\text{appoint}} = 30,005 / 30 * 5,122 = 5,123 \text{ m.}$

Soit finalement une longueur totale mesurée de 185,153.

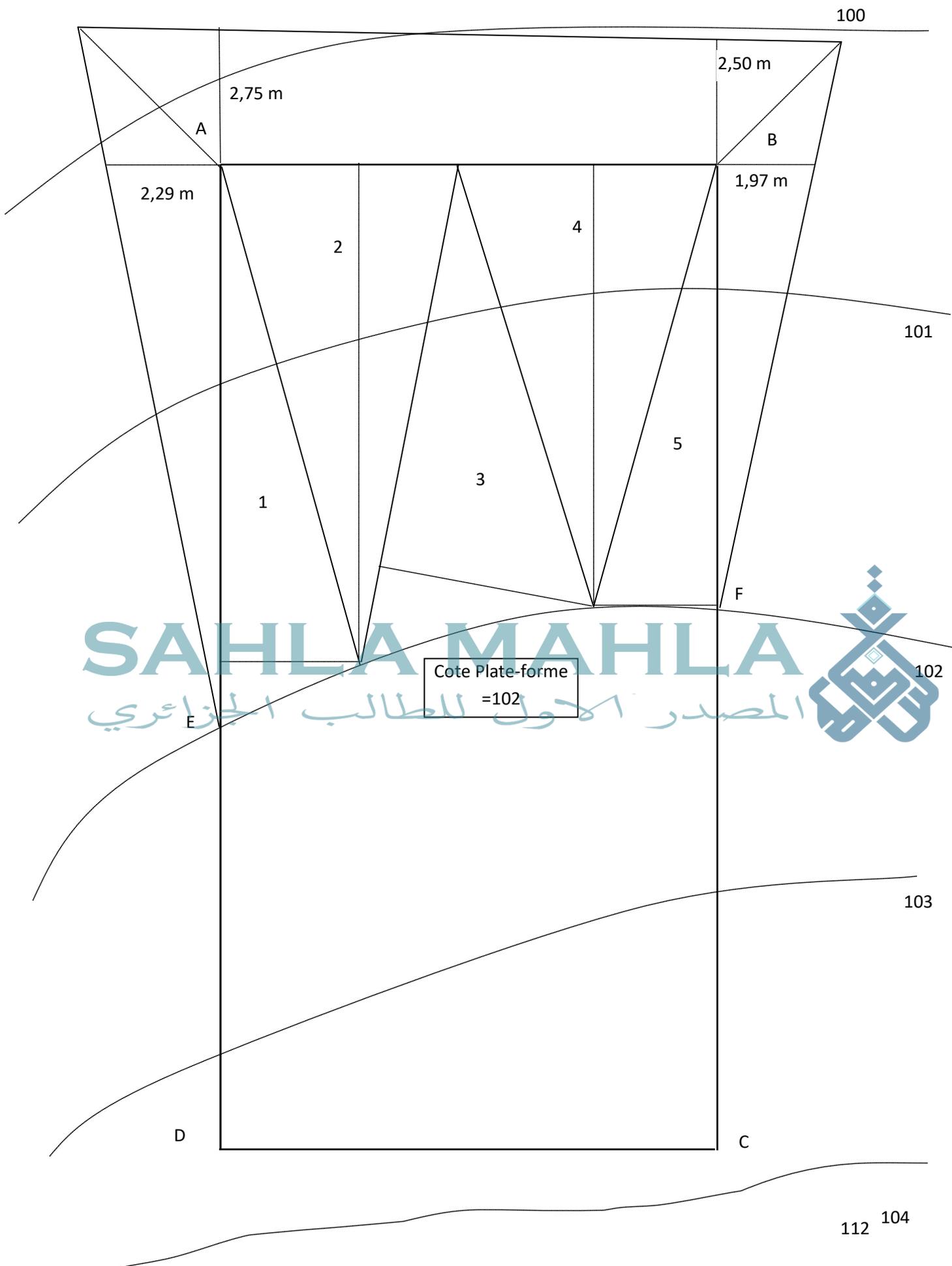
L'écart type sur cette mesure est de : $1,9\sqrt{7} = 5 \text{ mm.}$ On peut donc conclure : $L = 185,153 \text{ m} \pm 5 \text{ mm.}$



Exercice N12 (Exercice sur les cubatures d'une plateforme)

Soit la plate-forme représentée par la figure qui suit :

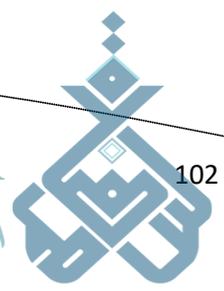
1. Déterminer les cubatures en zone remblai,
2. Dessiner les talus,
3. Déterminer les cubatures des talus en remblai (angle 30°).



SAHLA MAHLA

المصدر الأول للطالب الجزائري

Cote Plate-forme
=102



Solution :

$L = H / (\operatorname{tg} \phi - \operatorname{tg} \alpha)$ si la pente du terrain et celle du talus sont dans le même sens,

$L = H / (\operatorname{tg} \phi + \operatorname{tg} \alpha)$ si la pente du terrain et celle du talus sont en sens contraire.

1. Cubatures du remblai de la plate-forme

triangles	H1	H2	H3	Hm	CP	ΔH	hauteur	Coté	S	Volume
1	100,30	102	102	101,433	102	0,567	2,84	11,45	16,259	9,213
2	100,30	100,50	102	100,933	102	1,067	10,08	4,85	24,444	26,074
3	100,50	102	102	101,500	102	0,500	0,8	10,1	4,04	2,020
4	100,50	100,65	102	101,050	102	0,950	8,9	5,15	22,9175	21,772
5	100,65	102	102	101,550	102	0,450	2,5	8,9	11,125	5,006

Total= **64,085**

2. Cubatures des Talus en remblai

Etalement talus au point A selon bissectrice $L_A = H / (\operatorname{tg} 30 - 1/6,5) = 1,7 / (\operatorname{tg} 30 - 0,15)$

$$= 1,7 / (0,5773 - 0,15) = 1,7 / 0,4273 = 3,98 \text{ m}$$

Etalement talus au point A selon largeur = 2,75 m

Etalement talus au point A selon longueur = 2,29 m

Etalement talus au point B selon bissectrice $L_B = H / (\operatorname{tg} 30 - 1/5,25) = 1,35 / (\operatorname{tg} 30 - 0,19)$

$$= 1,35 / (0,5773 - 0,19) = 1,35 / 0,3873 = 3,48 \text{ m}$$

Etalement talus au point B selon largeur = 2,50 m

Etalement talus au point B selon longueur = 1,97 m

- Volumes des pyramides couchées = $0,5 * (1,7 * 2,29) * 11,45 / 3 + 0,5 * (1,97 * 1,35) * 8,90 / 3$
 $= 7,43 + 3,94 = \mathbf{11,37 \text{ m}^3}$
- Volume du prisme couchée = $0,5 * (0,5 * 1,7 * 2,75 + 0,5 * 1,35 * 2,50) * 10$
 $= 0,5 * (2,33 + 1,69) * 10 = 0,5 * 4,02 * 10 = \mathbf{20,10 \text{ m}^3}$
- Volume des coins A et B = $1,7 * (2,75 * 2,30) / 3 + 1,35 * (2,50 * 1,97) / 3 = 3,58 + 2,22 = \mathbf{5,80 \text{ m}^3}$

Total remblai des talus = $11,37 + 20,10 + 5,80 = \mathbf{37,27 \text{ m}^3}$

Bibliographie

GERARDE DURBEC. Methodes de Levé : Altimétrie, Edition 1985.

SERGE MILLES et JEAN LAGOFUN. Technique de mesure et de representation, Edition 1992.

MICHEL BRABANT. Maitriser la Topographie, Edition 2000.

B. DUBUSSON. Cours élémentaire de Topographie, Edition 1974.

LUCIEN LAPOINTE et GILLES MEYER. Topographie appliquée aux travaux publique, Batiments et levés urbains, Edition 1991.

ERNEST P. LAUZON et ROGER DUQUETTE. Topométrie générale, Edition 1980.

A. M. CHANDRA. Surveying . Problem solving with Theory and objectih Type Questions, Published by New Age International (P) Ltd., Publishers, Edition 2005.

US Army Corps of Engineers. Topographic Surveying, Washington, DC 20314 -1000 August 1994.

SAHLA MAHLA

المصدر الاول للطلاب الجزائري

