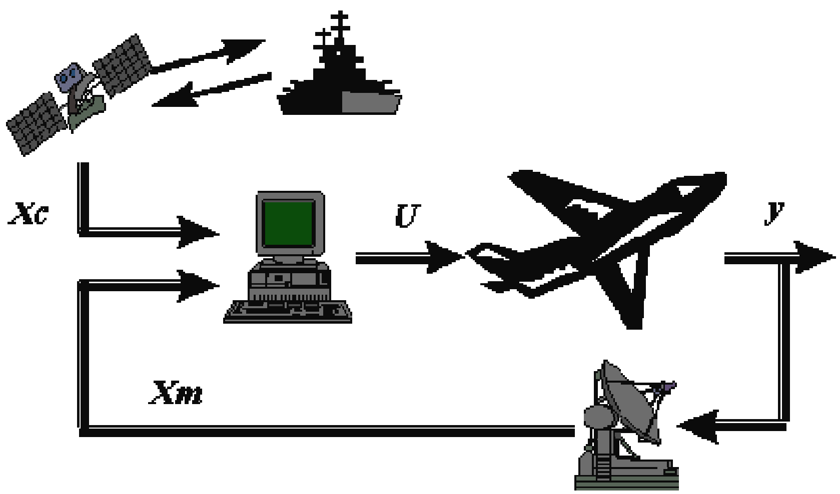
Université de Skikda

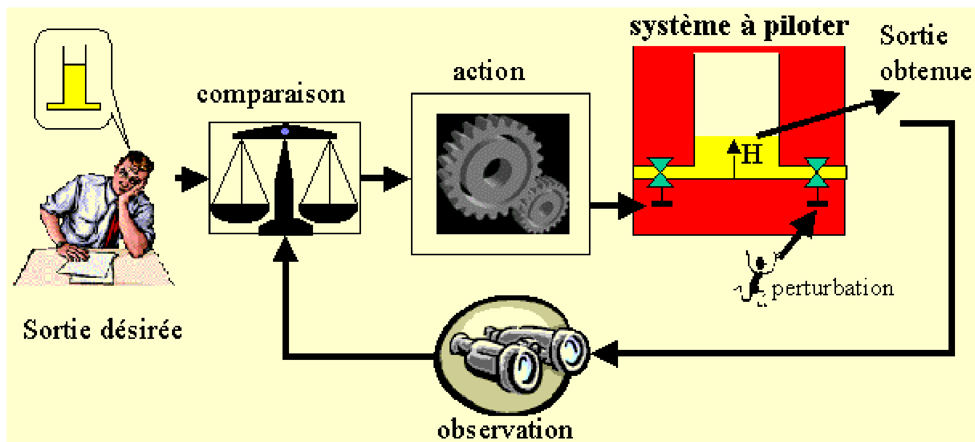
Faculté de Technologie

Département Pétrochimie

Régulation industrielle

3ème Année Licence Automatisation
2013-2014





Dr. Y.ZENNIR youcef.zennir@yahoo.com

Table des matières

Ce support de cours est la synthèse, la fusion et le résumé de plusieurs références.

Des références sur la modélisation et la régulation des Systèmes Linéaires Continus Invariants sont disponibles au niveau de la Bibliothèque principale de l'université et sur le réseaux Internet.

REFERENCES

NASLIN (P.). – Technologie et calcul pratique des systèmes asservis. Dunod (1958).

PRUDHOME (R.). – Automatique. 2 tomes. Masson (1974).

CYPKIN (J.Z.). – Théorie des asservissements par plus ou moins. Dunod (1962).

WILLEMS (J.L.). – Stability theory of dynamical systems. Nelson (1970).

P. ROUCHON − Systèmes dynamiques et modélisation. 1993

SPIRO. – Paramètres du régulateur numérique PID et cadence d'échantillonnage, Automatisme, mai 1971.

NASLIN (P.). – Théorie de la commande et conduite optimale, Dunod, 1969, p. 300-304.

ETIQUE (M.). – Régulation automatique, Heig-vd

AVANT PROPOS

Ce support de cours a pour but principal, sans être simpliste, de présenter en détaille avec une approche pratique la modélisation et la régulation automatique (fonctionnant en état continu) des systèmes industriels.

Chaque outil mathématique utilisé, est étayé par des exemples industriels concrets.

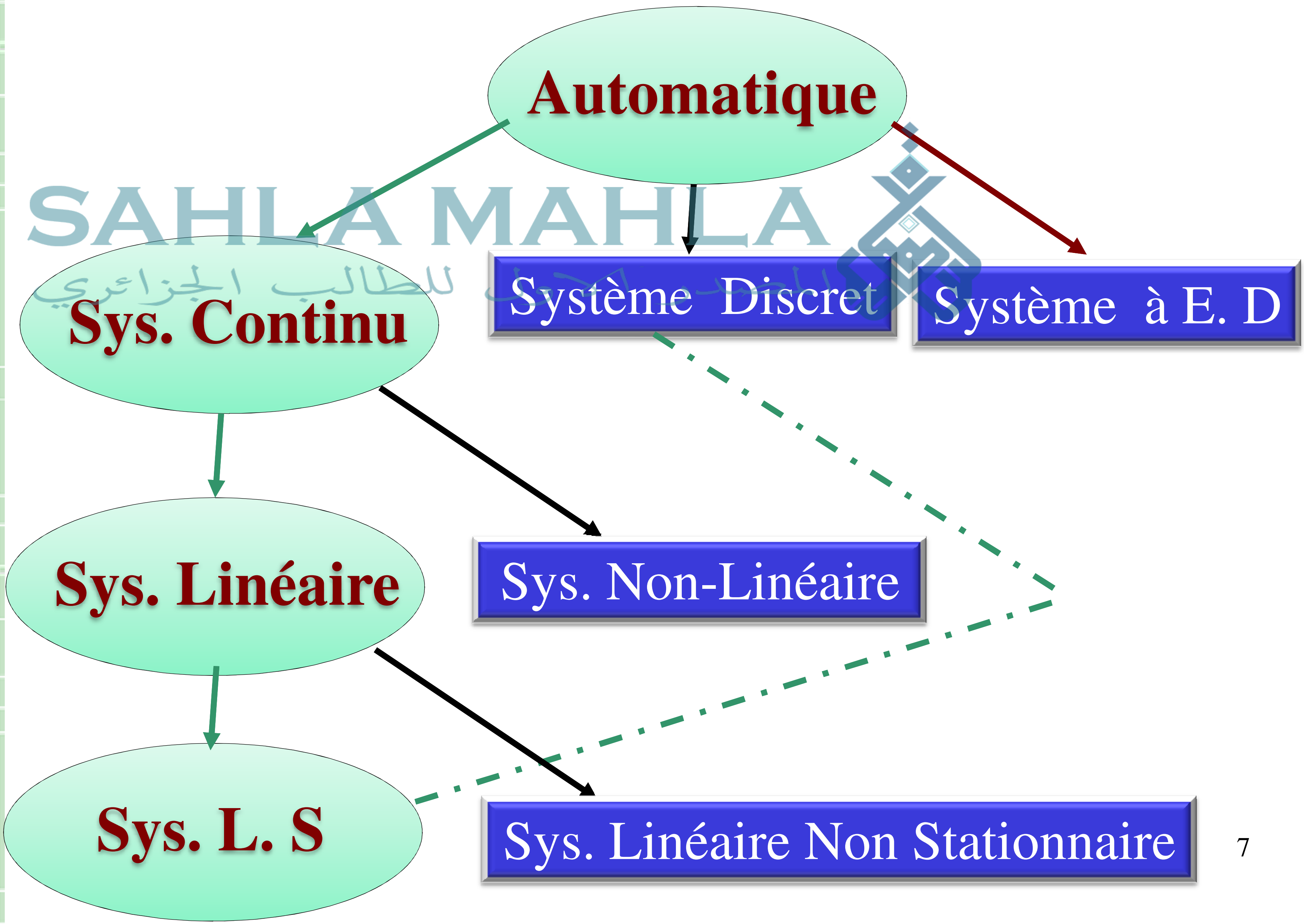
Ce cours est destinée à une formation de type automatique et automatisation et raffinage, la plus grande partie sera alors consacrée toutefois à la modélisation des processus industriels et la régulation.

AVANT PROPOS

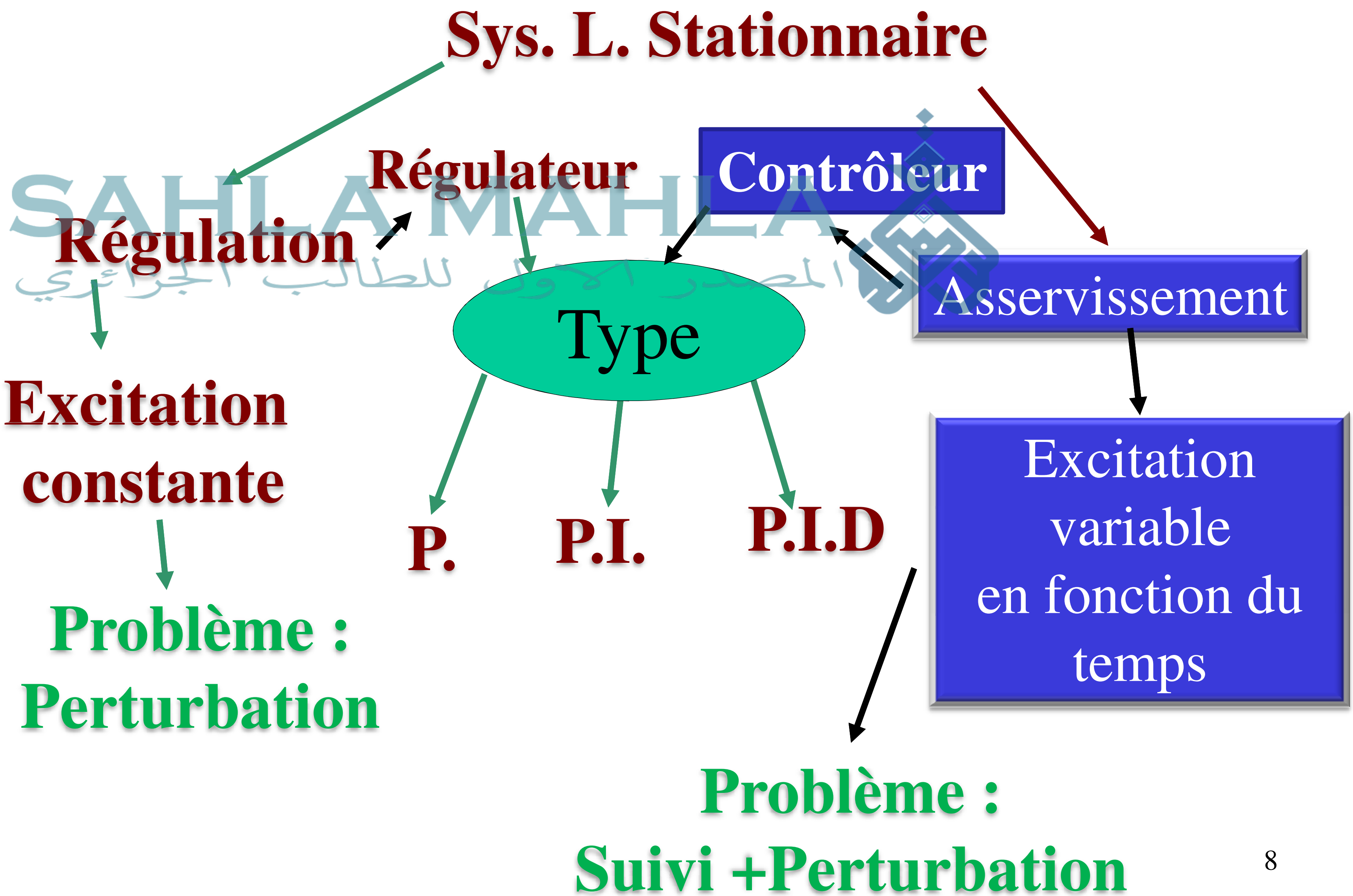
- **Automatisme**: dispositif technologique qui remplace l'opérateur humain dans la **conduite** d'une machine, d'un **processus**, d'une installation industrielle

- **Automatique**: L'ensemble de science et de technique qui étudie les **automatismes**

AVANT PROPOS



AVANT PROPOS



AVANT PROPOS

Chapitre I :

Dans cet chapitre, nous verrons la méthodologie de la modélisation dynamique comportementale ,par la mise en équation des systèmes physiques de nature différente sera appliquée sur des systèmes divers : mécanique, électrique, chimique, électromécanique; hydraulique.

L'outil classique, mais inévitable en régulation - la transformée de Laplace avec surtout ses applications pour la résolution des équations différentielles, sera traité.

On introduira enfin les notions et le sens physique de la fonction de transfert. Les propretés et les performances temporelles et fréquentielles des systèmes.

AVANT PROPOS

L'outil mathématique de l'analyse des systèmes servira à l'analyse des systèmes linéaires types. On insistera surtout sur l'analyse temporelle des systèmes (analyse indicielle et impulsionnelle).

L'analyse fréquentielle, qui est plutôt un approche d'électroniciens, n'a pas un grand sens physique et pratique dans les processus énergétiques. En effet les perturbations de débit, température ou de pression varient en pratique plus sous forme d'un échelon ou d 'une rampe que d 'une sinusoïde.

Les systèmes linéaires types les plus importants (premier et deuxième ordre, avec retard pur...) seront traités par des exemples physiques variés (thermique, chimique, mécanique et électrique), des analogies seront à chaque fois soulignées. Le dilemme stabilité- précision sera traité sur la base d'un exemple concret de la régulation de la pression dans un réacteur.

L'approche perturbation (qui est souvent omise par les étudiants) sera privilégiée car, en régulation, la consigne reste en général constante. Le calcul des erreurs en poursuite et en régulation sera exposé. Concernant la stabilité, une approche académique sera abordée avec une plus grande insistance sur le critère du revers et le sens pratique des marges de stabilité.

AVANT PROPOS

.

Chapitre II :

Nous traitons l'amélioration des performances des systèmes industriels avec l'utilisation de la Régulation. Cette dernière est noyée dans les techniques modernes de commande (robotique, productique, pétrochimique). Ceci est principalement dû à l'apparition initialement de l'électronique, puis vers les années 60 du microprocesseur et donc de l'informatique.

Mais il est utile de souligner que les vieilles techniques de la régulation classique restent encore très utilisées dans des industries aussi complexes que le nucléaire par exemple, et elles ont encore de beaux jours devant elles car, la théorie en automatique avance bien plus vite que son application et ça, parce que les moyens informatiques sont plus «performants» que la connaissance du système à traiter, c'est à dire le modèle mathématique, nécessaire pour la réalisation de la commande dite moderne.

C'est pourquoi, il nous a semblé utile de réserver dans ce présent support une large place à la modélisation.

AVANT PROPOS

La suite de cet chapitre sera consacré à la technologie et le réglage des régulateurs industriels. La constitution des régulateurs, la vérification, le rôle et le domaine d'utilisation des différentes action (P I et D) ainsi que «tout ou rien» seront discutés pratiquement.

Pour la synthèse, on mettra en évidence l'influence des actions P, I et D et de «tout ou rien» sur les performances des systèmes, ainsi que celle du retard sur la stabilité. les limites de la régulation PID seront aussi mises en évidence, ce qui nous amènera à discuter sur les notions de la régulation avancée.

Cette partie sera évidemment illustrée par un ensemble de travaux dirigés (TD) et pratiques (TP) portant sur la régulation de processus industriels.

BUT DU COURS

Présentation des principes de l’automatique continue .

Maîtriser les outils mathématiques pour :
l’analyse des systèmes physiques(modélisation, analogie des systèmes physiques) et des systèmes de commande (fonction de transfert, transformée de Laplace , analyse temporelle, etc.)

Prendre connaissance des pratiques de la régulation industrielle sur des exemples concrets en pétrochimie;
Technologie et réglage des régulateurs;
Choix et actions des régulateurs etc..

Maîtriser les logiciels de simulation : Matlab et Simulink

Régulation automatique: tentative de définition

La régulation automatique est la technique de l'ingénieur offrant les méthodes/outils nécessaires à la prise de contrôle d'un système physique (installation de production, robot, alimentation électronique stabilisée, etc) en vue d'en imposer le comportement.

Cette prise de contrôle s'effectue par l'intermédiaire de certains signaux (grandeurs physiques) qu'il est alors nécessaire de mesurer afin de déterminer l'action à entreprendre sur le système.

Le contrôle est automatique, i.e. aucune intervention humaine n'est nécessaire.

Le comportement des grandeurs contrôlées peut/doit en général satisfaire plusieurs critères:

- on souhaite qu'une certaine grandeur physique (vitesse, courant, température) ait une valeur moyenne donnée en régime permanent
- cette même grandeur physique doit passer d'une valeur à une autre en un temps donné, voire avec un profil de variation imposé.

Comportement en régulation. La consigne est maintenue constante et il se produit

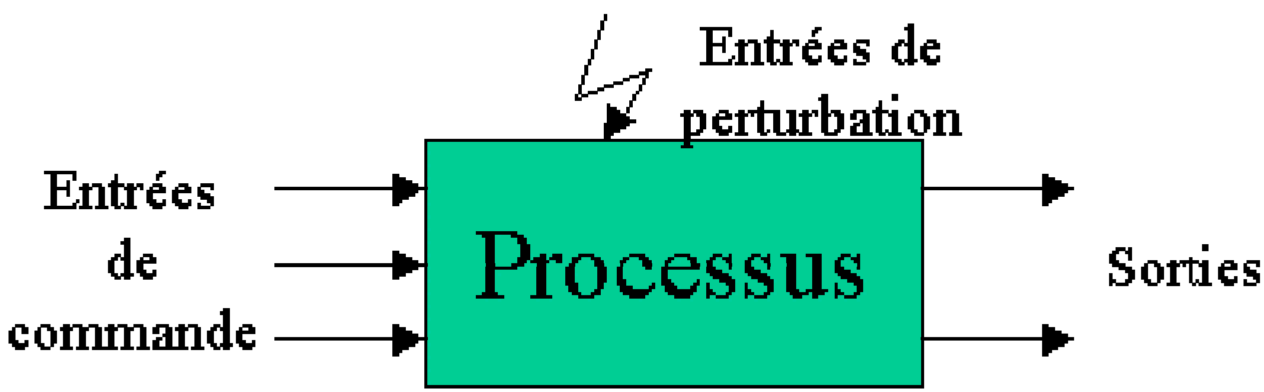
sur le procédé une modification (ou une variation) d'une des entrées perturbatrices. L'aspect régulation est considéré comme le plus important dans le milieu industriel, car les valeurs des consignes sont souvent fixes. Néanmoins, pour tester les performances et la qualité d'une boucle de régulation, l'automaticien (ou le régleur) s'intéresse à l'aspect asservissement.

Comportement en asservissement. L'opérateur effectue un changement de la valeur

de la consigne, ce qui correspond à une modification du point de fonctionnement du processus. Si le comportement en asservissement est correct, on démontre que la boucle de régulation réagit bien, même lorsqu'une perturbation se produit.

Terminologies

- **Processus à commander**: (ou système) l'ensemble de l'installation à piloter. Ceci est caractérisé par des signaux d'**entrée** et de **sortie** et les lois mathématiques (**modèle**) reliant ces signaux



Terminologies

- **Signal** :

  Grandeur physique générée par un appareil ou traduite par un capteur (température, débit, vitesse, position etc.)

  On distingue :

  – **Signal d'entrée** : indépendant du système, il se décompose en **commandable** (consigne) et **non commandable** (perturbations)

  – **Signal de sortie** : dépendant du système et du signal d'entrée. On distingue **sortie mesurable** et **non mesurable**

Terminologies

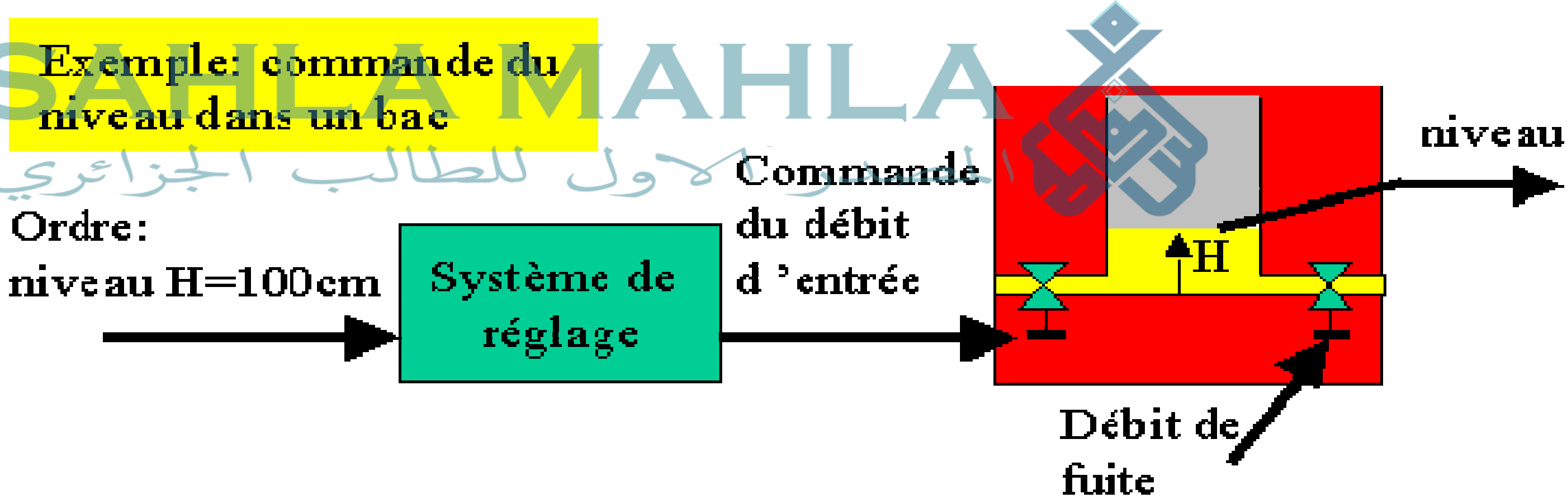
- **Commande** : (ou conduite, contrôle)

On peut conduire un système de manière automatisée pour:

- maintenir une grandeur de sortie constante (**régulation**)
- faire suivre à certaines sorties une séquence (**système séquentiel**)
- faire suivre à certaines sorties une consigne donnée (**asservissement**)

Structure d'un système asservi

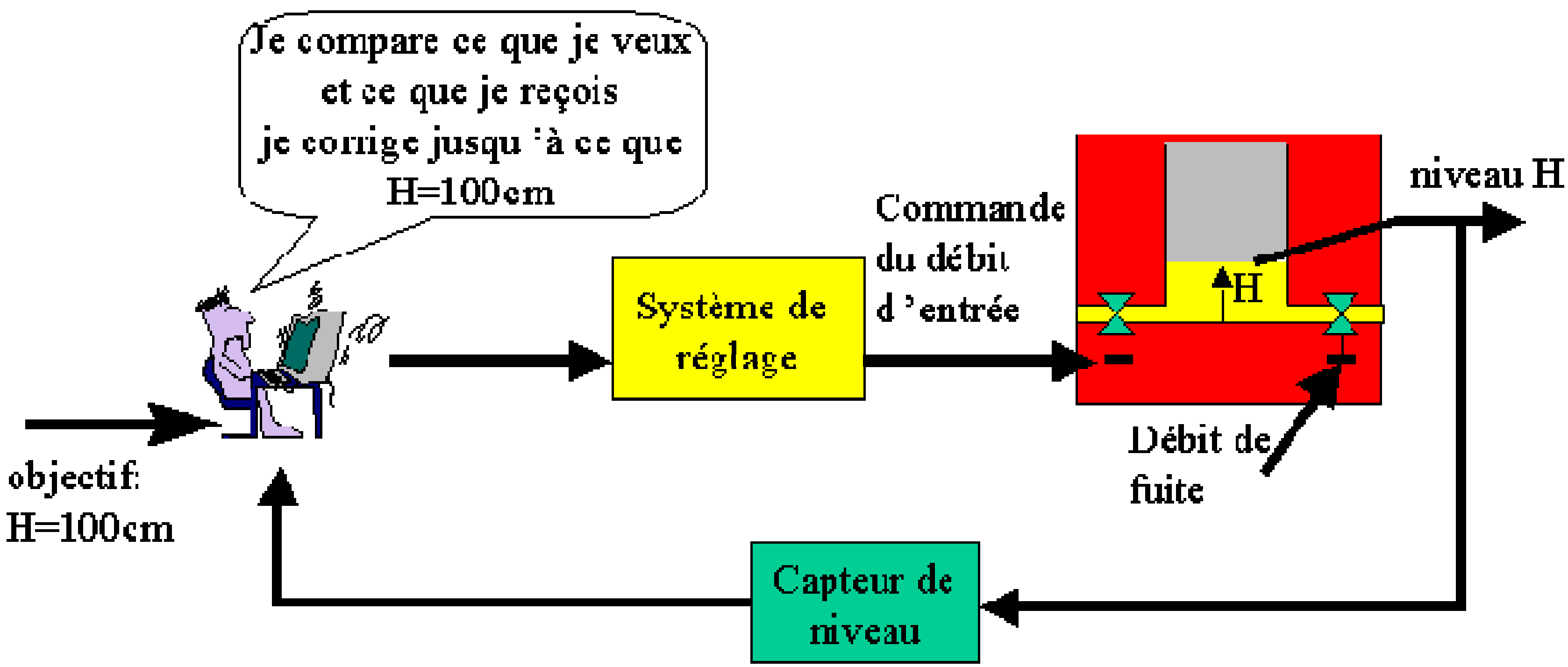
- **Commande en boucle ouverte**



Ceci est une commande en boucle ouverte qui ne **permet pas de régler précisément le niveau** de sortie contre l'effet des perturbations

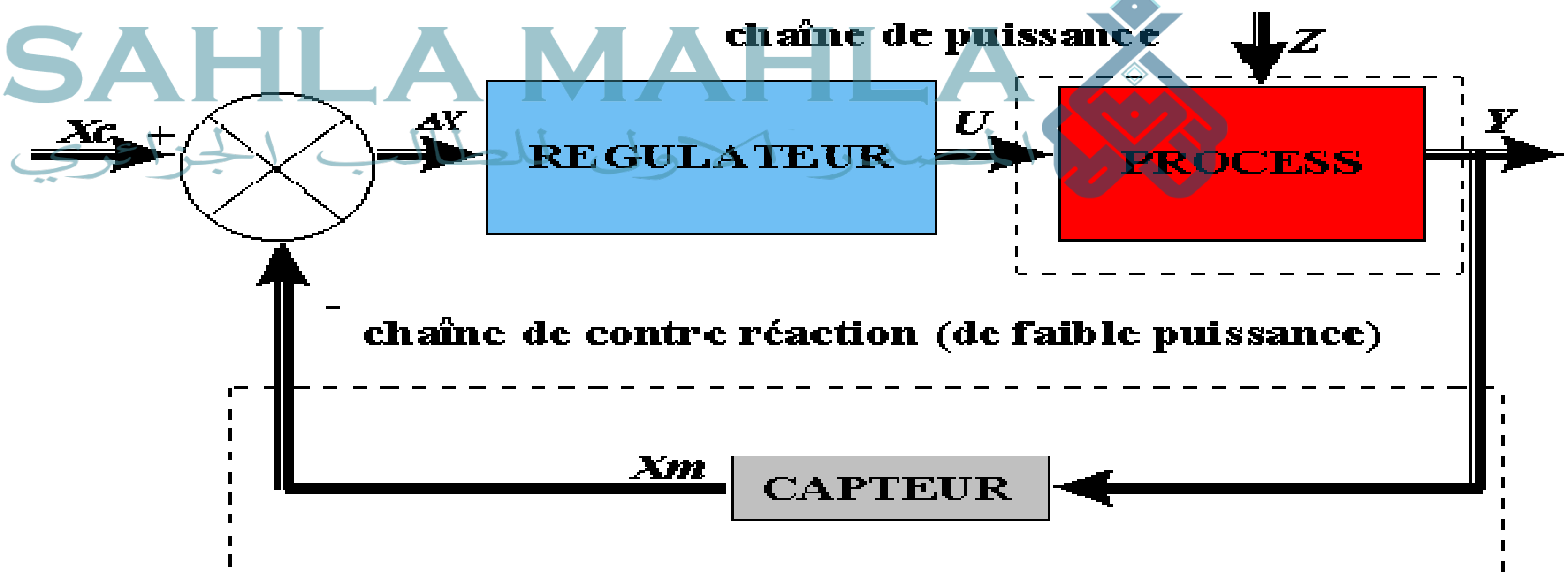
Structure d'un système asservi en boucle fermée

Pour régler le niveau on doit agir sur l'organe de réglage (la vanne) **en fonction de l'écart** entre la valeur désirée et la valeur réelle:



Structure générale

Un système asservi est un système en **boucle fermée** que l'on peut décrire par le **schéma fonctionnel** suivant:



Xc : Consigne (set value),
ΔX : écart de régulation,
U : signal de commande,
Y : variable de sortie ou variable à régler ou mesure (mesured value)
Z : perturbation *Xm* : grandeur physique à la sortie du capteur

Caractéristiques de systèmes

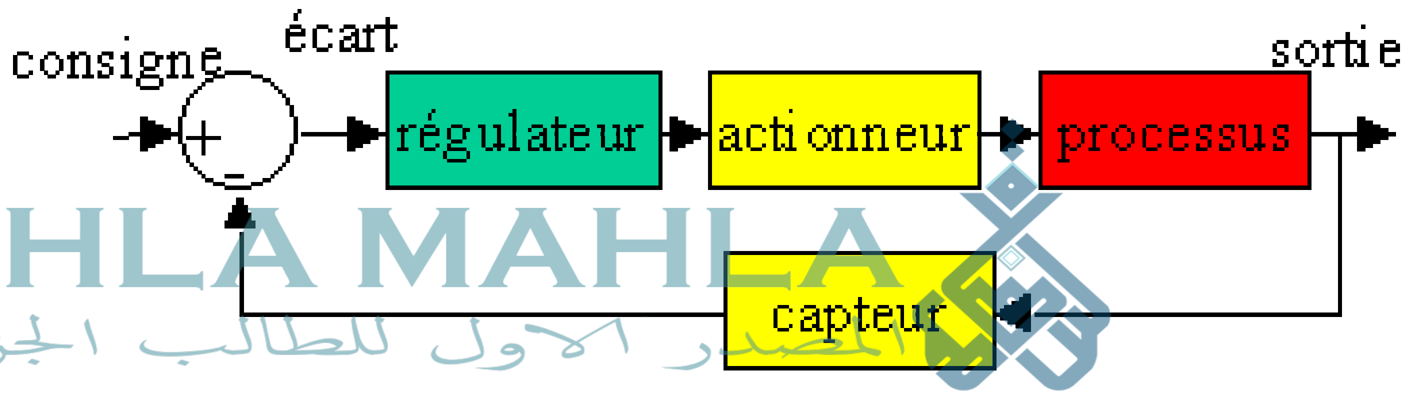
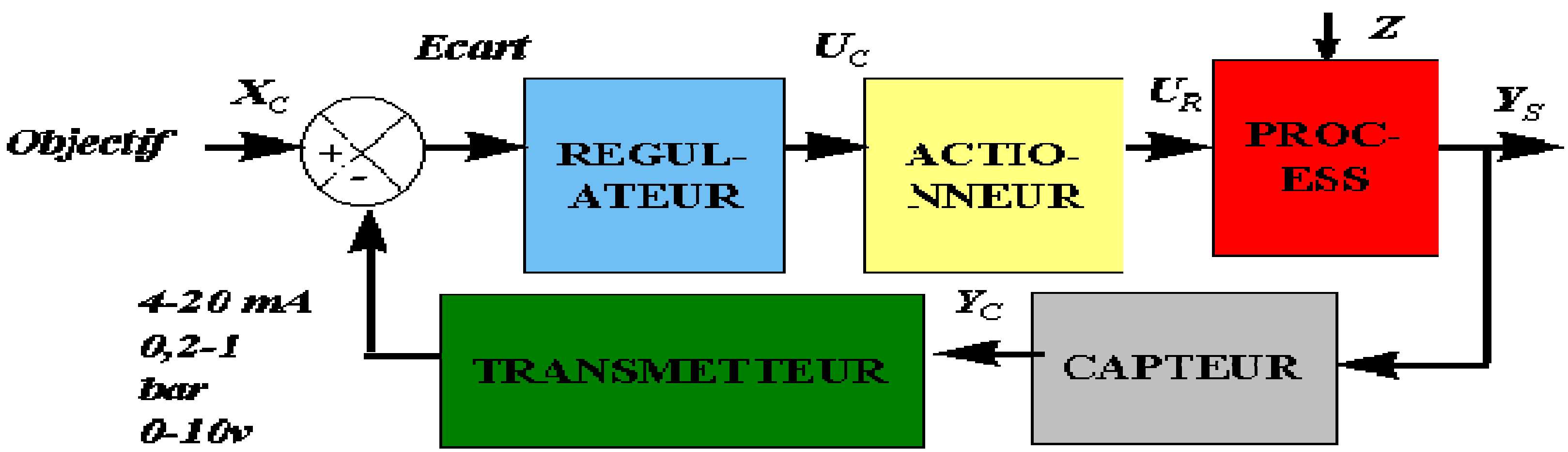


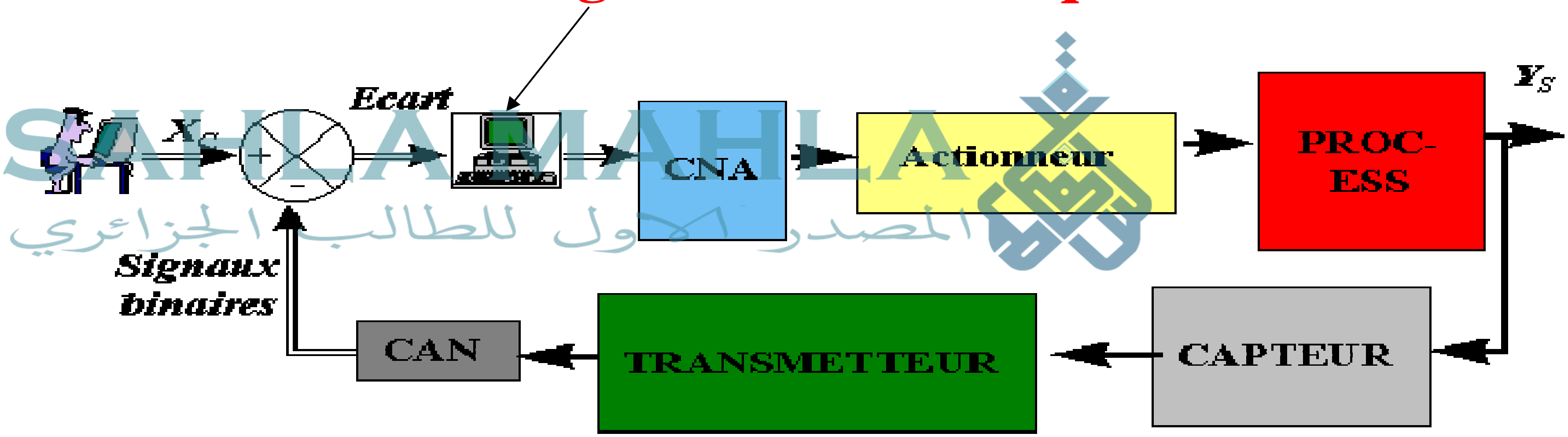
Schéma fonctionnel d 'un système asservi

Régulation analogique



Caractéristiques de systèmes

Régulation numérique



CNA : convertisseur Numérique Analogique
CAN : convertisseur Analogique Numérique

Les caractéristiques à étudier dans un système asservi sont :

Précision statique et dynamique, rapidité et stabilité

Exemples :

- **Asservissement de position**
  - Robotique ; Machines outils ; Antenne ; Lecteur de CD.
- **Asservissement de vitesse**
  - Laminoirs ; Enrouleur ; Table traçante ; Missiles
- **Asservissement d'efforts**
  - Gouvernes aéronautiques ; Machines d'essais de forces ; Système de freinage ABS.

Exemples :

Exemple 1 : RÉGULATION DE TEMPÉRATURE

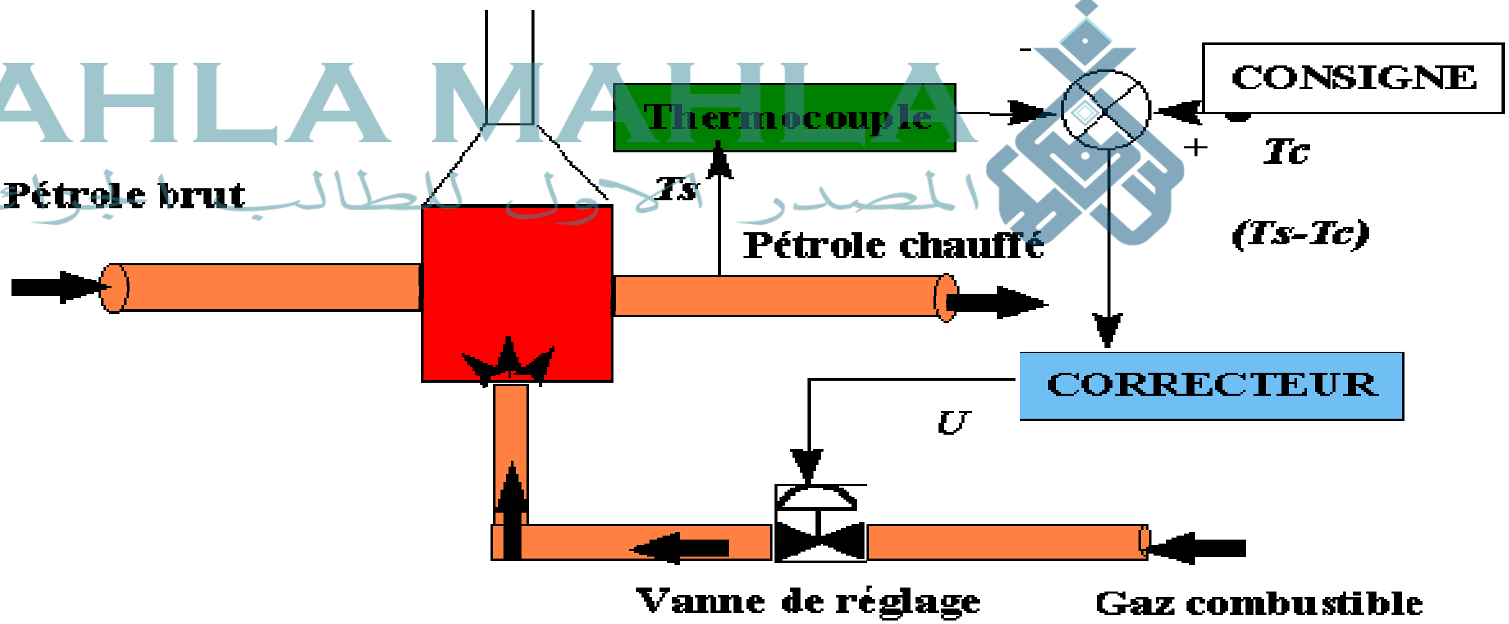
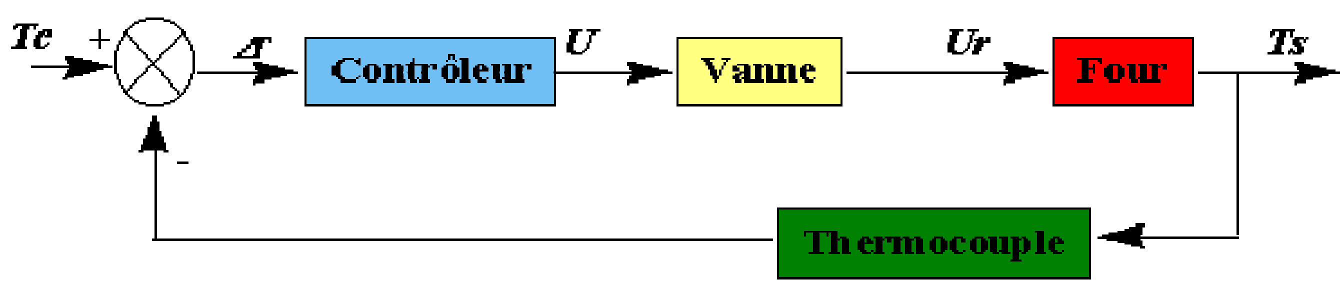
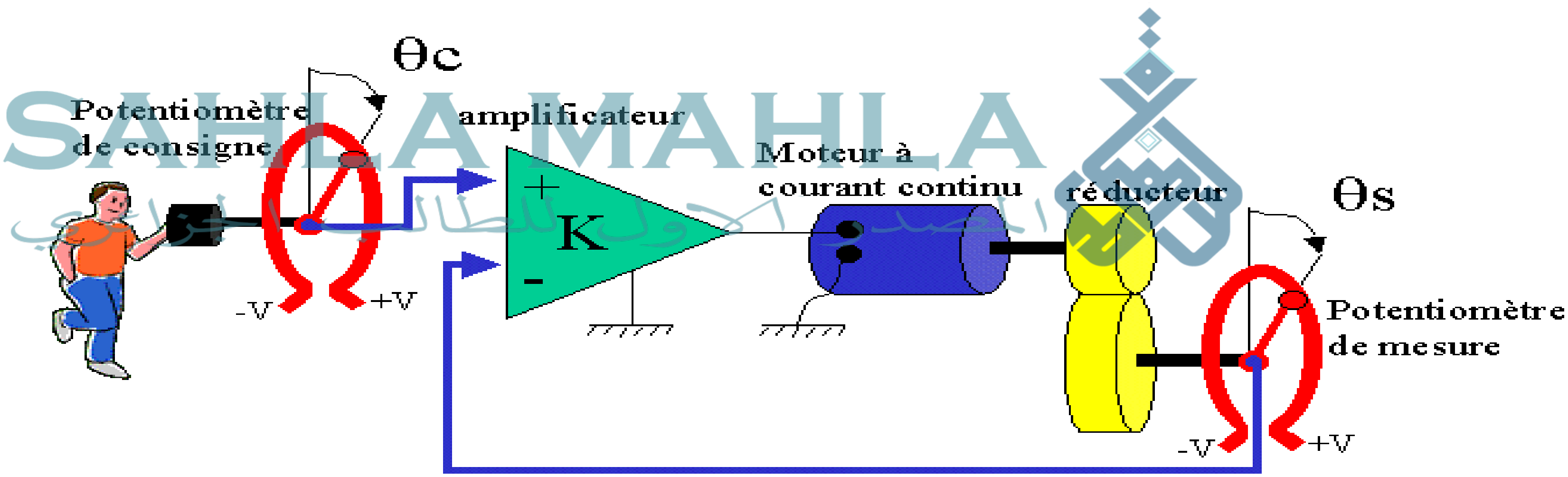


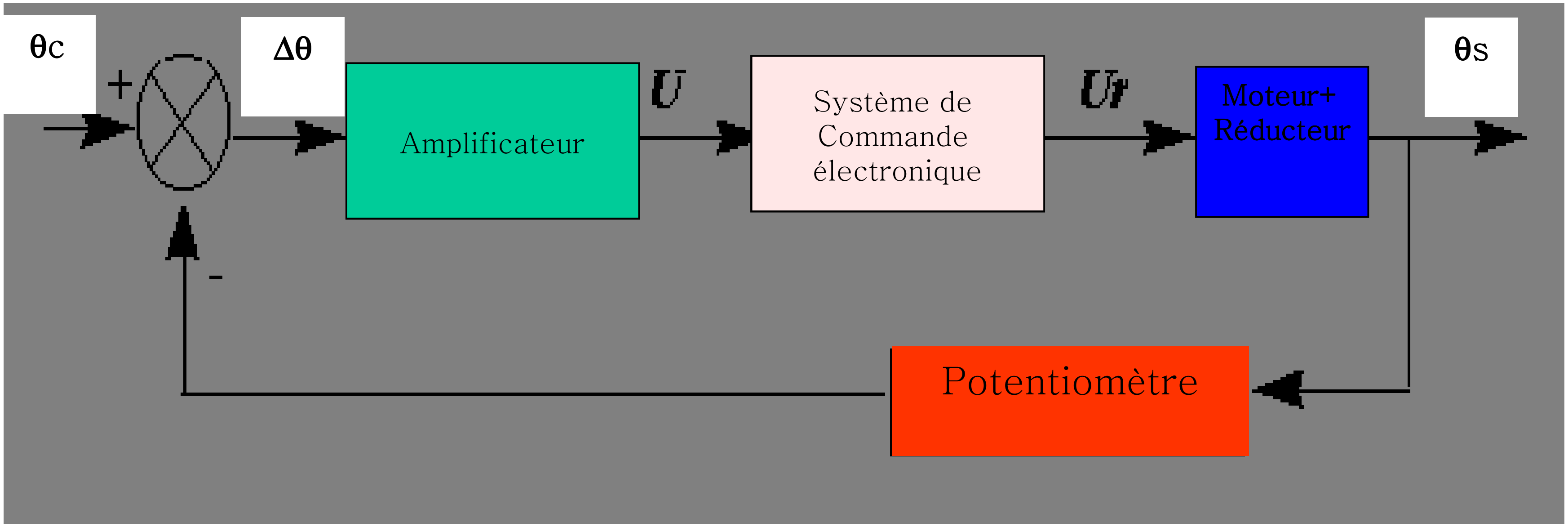
Schéma fonctionnel



Exemples :

Exemple 2 : ASSERVISSEMENT DE POSITION





Exemples :

Exemple 3 : REGULATION DE NIVEAU

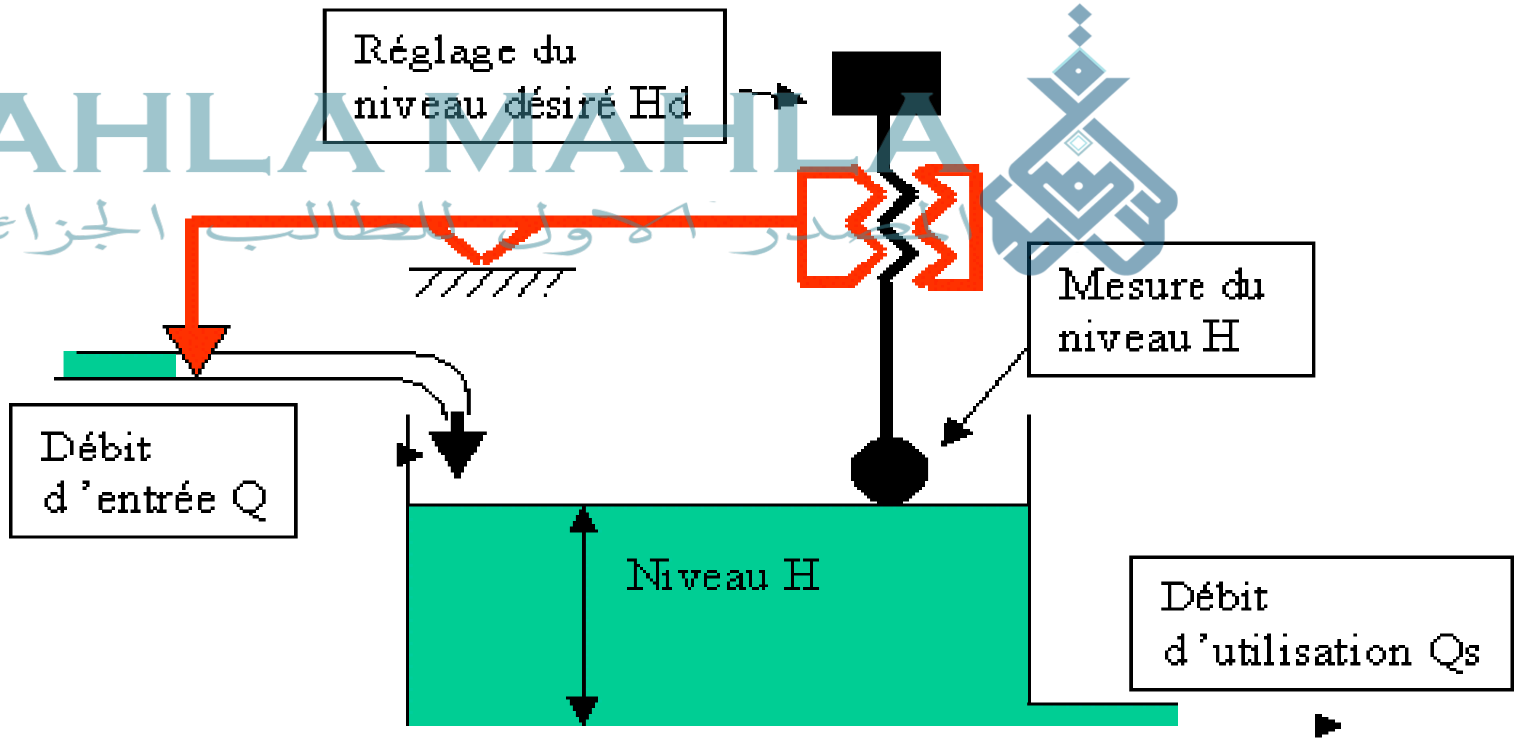
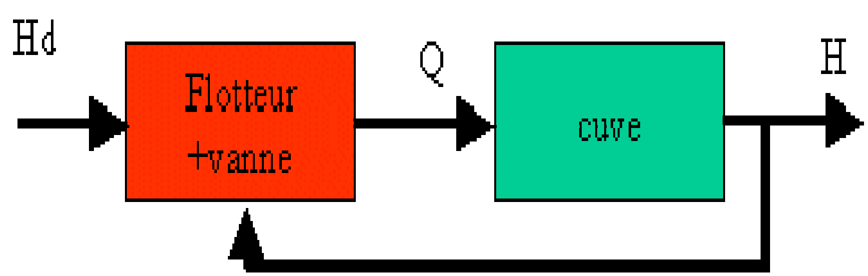
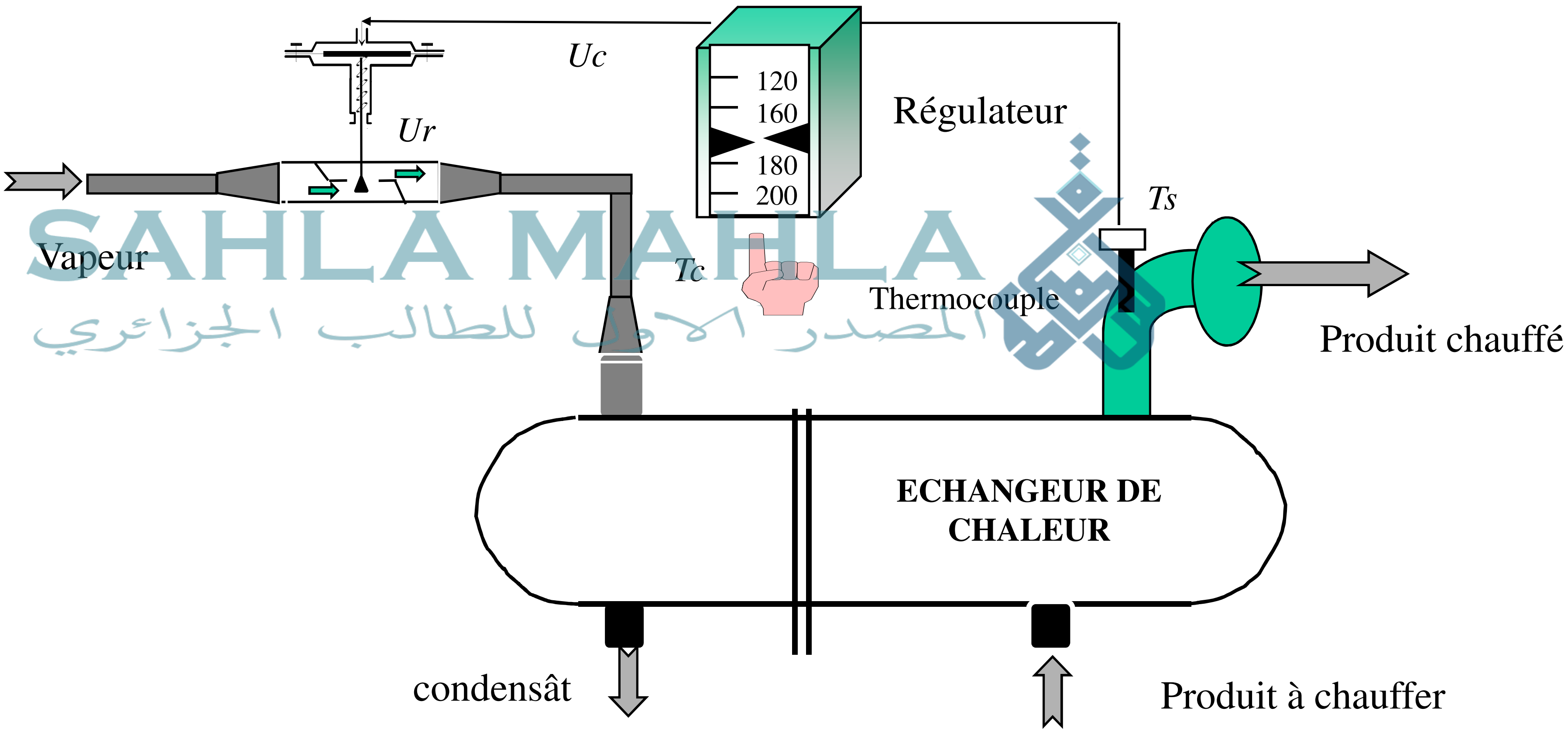


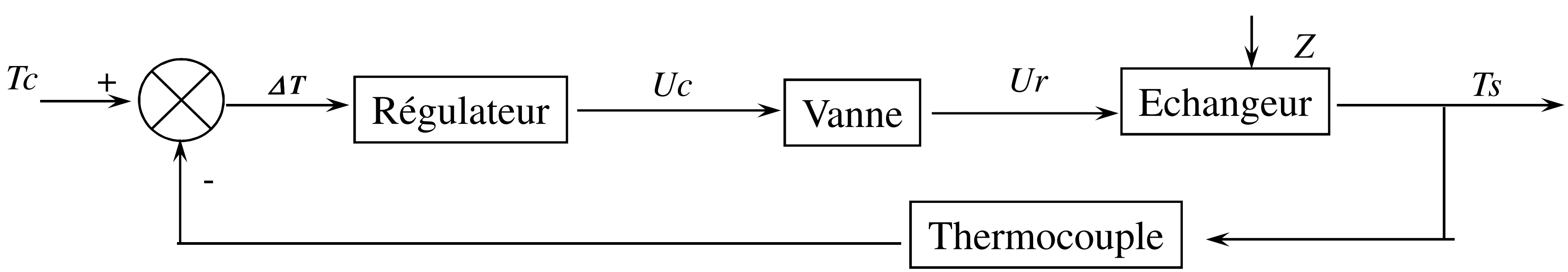
Schéma Fonctionnel



thermique



Uc
120
160
180
200
Régulateur
Ur
Ts
Vapeur
Tc
Thermocouple
Produit chauffé
ECHANGEUR DE
CHALEUR
condensât
Produit à chauffer



Tc
+
ΔT
Régulateur
Uc
Vanne
Ur
Z
Echangeur
Ts
-
Thermocouple

Concepts généraux à l'étude des systèmes asservis

- **Modèles** du processus à commander

  équation différentielle, fonction de transfert

- **Analyse** du système de commande

  méthodes temporelles, méthodes fréquentielles

- **Synthèse** de correcteur

  méthodes de Pivot, méthodes de Ziegler-Nichols

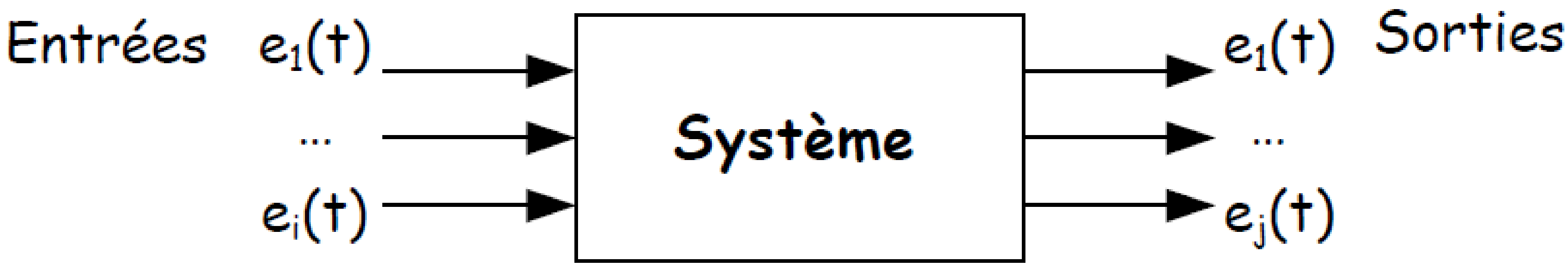
- **Ajustement** des paramètres du correcteur
- Méthodes d'**identification**

  Méthode de Strejc, Méthode de Broïda, Méthode harmonique

MODELISATION DES SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

Dans le cas général un système peut posséder plusieurs entrées (causes) et plusieurs sorties (effets). Il est représenté par un bloc contenant le nom du système. On étudie dans cette partie essentiellement les systèmes qui possèdent une entrée et une sortie, et les systèmes à deux variables d'entrée (entrée de consigne et entrée de perturbation) pour une sortie.



SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

Définition d'un système linéaire continu et invariant

Afin de pouvoir étudier et améliorer les performances d'un système asservi il faut pouvoir établir un **modèle**, à partir duquel nous pourrons réaliser des simulations. Pour cela il est impératif de connaître la validité de ce modèle.

Système linéaire : Un système est dit linéaire si la fonction qui décrit son comportement est elle-même linéaire. Cette dernière vérifie alors les principes de proportionnalité et de superposition :

Principe de proportionnalité : si s(t) est la réponse à l'entrée e(t) alors λ x s(t) est la réponse à l'entrée λ x e(t).

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

Principe de causalité

Définition : Un système d'entrée u(t) et de sortie y(t) est dit causal si, $\forall\, t < 0$, $u(t) = 0 \Rightarrow y(t) = 0$.

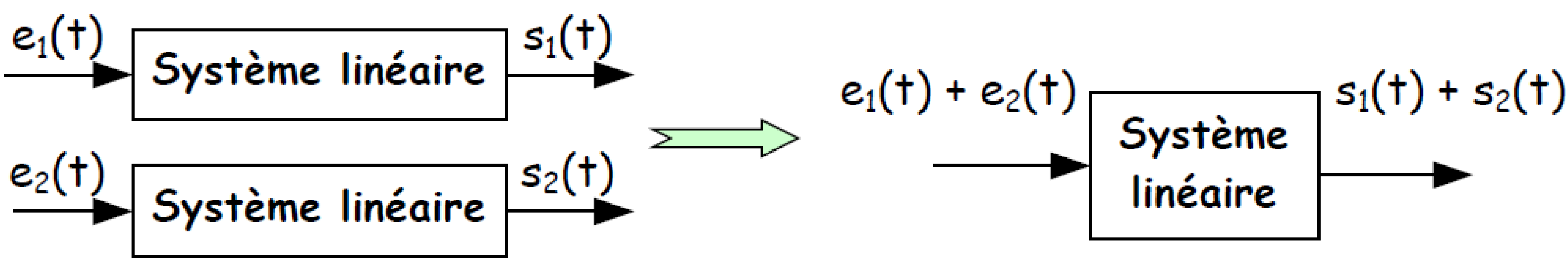
Cela signifie que la réponse du système ne précède pas son excitation.

On retiendra notamment que tout système physiquement réalisable est causal.

Définition (Causalité d'un signal): Un signal f(t) à temps continu est causal si $f(t) = 0$; $\forall\, t < 0$.

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

Principe de superposition : si s1(t) est la réponse à l'entrée e1(t) et s2(t) est la réponse à l'entrée e2(t) alors [s1(t) + s2(t)] est la réponse à l'entrée [e1(t) + e2(t)].

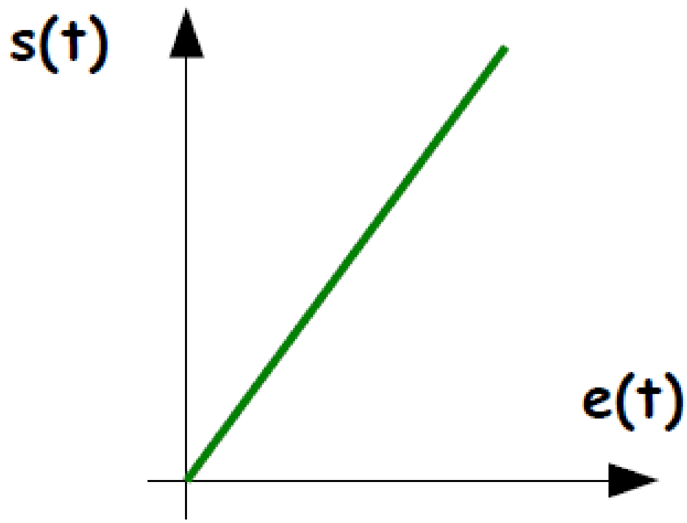


SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

Remarques :

• Relation entrée/sortie : pour un système linéaire, en **régime établi,** la courbe représentative s = f(e) est une droite.

Attention : ne pas confondre avec la réponse d'un système en fonction du temps s(t).



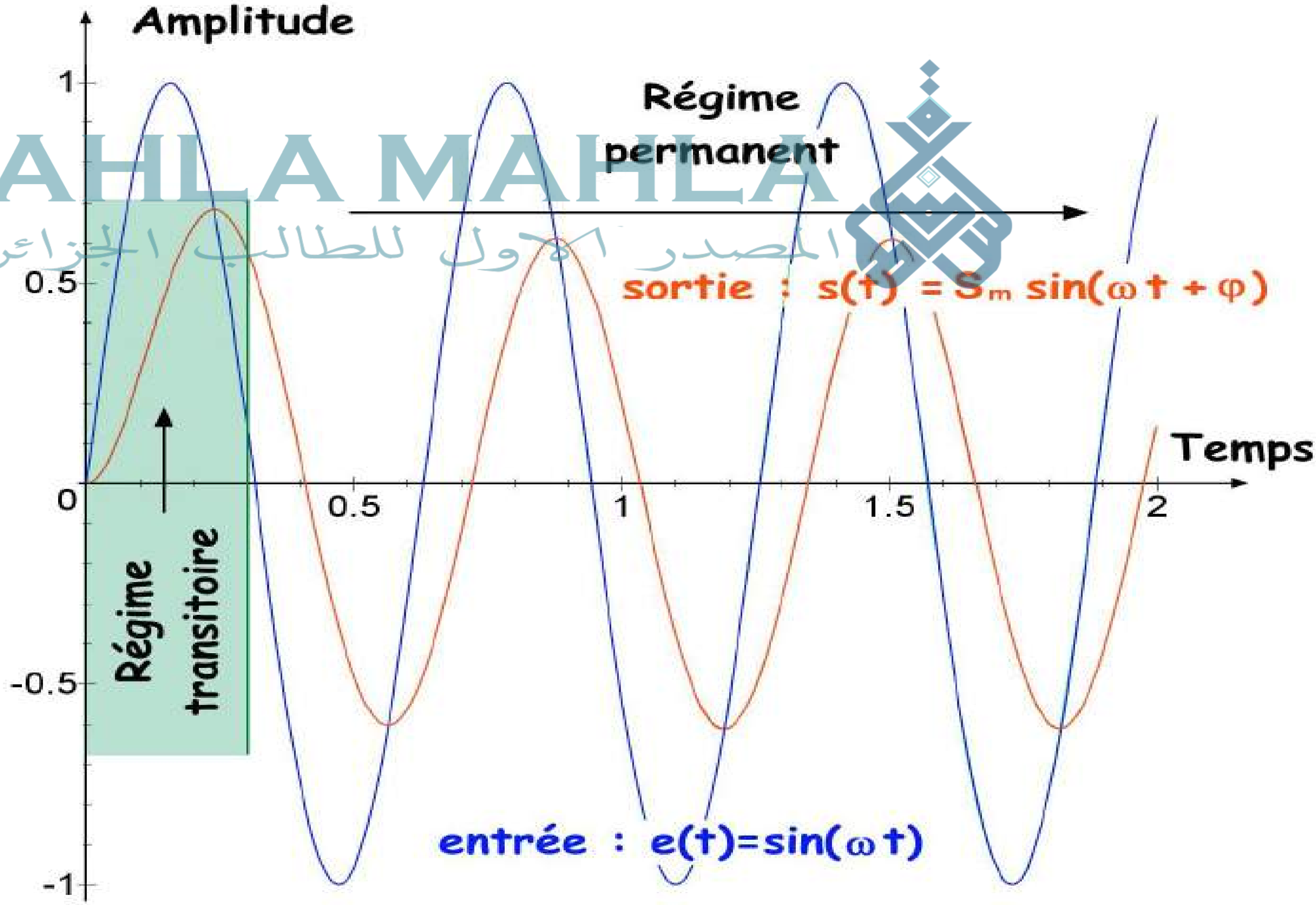
SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

- **Nature de la sortie** : pour un système linéaire la réponse en régime établi est de même nature que l'entrée.

La figure suivante montre la réponse d'un système linéaire à une entrée sinusoïdale.

On peut constater qu'au-delà du régime transitoire la réponse est une sinusoïde d'amplitude différente et en retard par rapport à l'entrée.

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)



SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

• Equations différentielles : les systèmes asservis sont des systèmes commandés, électromécaniques régis par les lois de la Physique (dynamique, hydraulique, électricité…). Un système linéaire sera régi par *des équations différentielles linéaires à coefficients constants.*

$$a_0 + a_1 y^{(1)} + \ldots + a_n y^{(n)} = b_0 + b_1 x^{(1)} + \ldots + b_n x^{(n)}$$

Remarque : $y^{(n)} = \dfrac{d^n(y(t))}{dt^n}$

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

❖ Un système est **continu,** par opposition à un système discret, lorsque les variations des grandeurs physiques sont définies à chaque instant (ils sont caractérisés par des fonctions continues). On parle aussi dans ce cas de système analogique.

La plupart des systèmes physiques, d'un point de vue macroscopique, sont continus. Dans les systèmes de commande modernes, l'information est traitée numériquement ce qui nécessite un **échantillonnage** des signaux.

On parle dans ce cas de systèmes échantillonnés ou discrets. Si l'échantillonnage est très rapide (période d'échantillonnage très petite), on peut traiter le système par un modèle continu.

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

❖ Un système est dit **invariant** si on suppose que les caractéristiques du système (masse, dimensions, résistance, impédance, ...) ne varient pas au cours du temps ("le système ne vieillit pas").

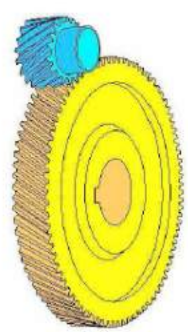
Equations caractéristiques des systèmes simples

Relation de proportionnalité

Pour beaucoup de systèmes simples la sortie s(t) s'exprime comme une grandeur proportionnelle de l'entrée e(t), et ce quel que soit t.

Exemples :

ressort



engrenage

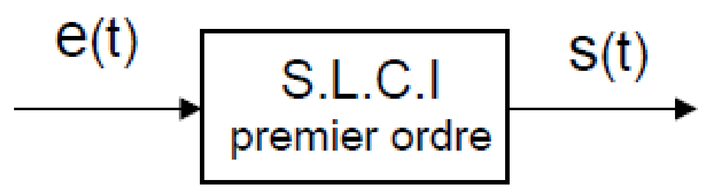
potentiomètre

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

Système du premier ordre

L'équation temporelle qui régit un système du premier ordre simple est une **équation différentielle linéaire du premier ordre** (à coefficients constants), elle s'écrit :

$$\boxed{\tau \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = K\, e(t)}$$



Avec **τ, constante de temps** (> 0) en secondes, et **K gain statique** du système.

Remarque : pour un premier ordre généralisé, l'équation devient :

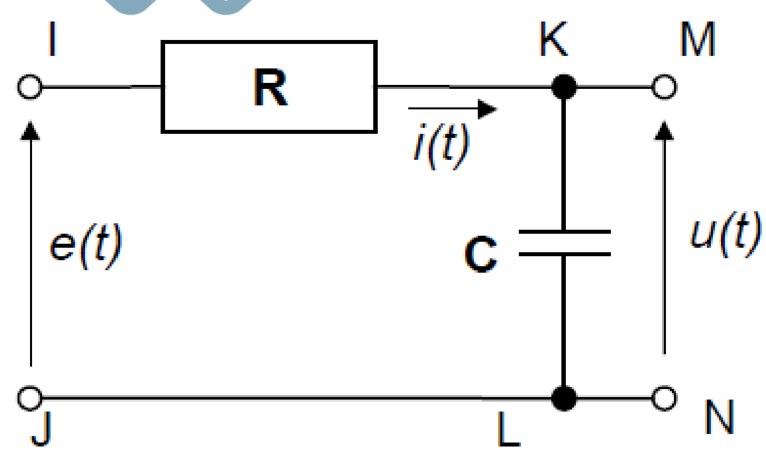
$$s(t) + \tau \frac{ds(t)}{dt} = k\,[\, e(t) + \tau' \frac{de(t)}{dt}\,]$$

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

Exemples : circuit RC

On considère le condensateur déchargé à l'instant $t = 0$ et on note $e(t)$ et $s(t)$, les tensions respectives d'entrée et de sortie.

Mise en équation : on utilise les lois de Kirchoff



Maille IMNJ : $e(t) = R\, i(t) + u(t)$

Maille KLMN : $i(t) = C d[s(t)]/ dt$

$$RC\frac{d[s(t)]}{dt} + s(t) = e(t)$$

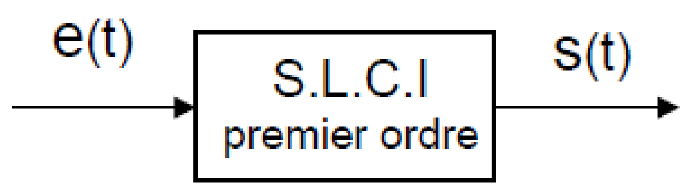
Le circuit RC proposé est donc d'un système du premier ordre, de constante de temps $\tau = RC$ et de gain statique $\mathbf{K = 1.}$

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

Système du deuxième ordre

L'équation temporelle qui régit un système du deuxième ordre simple est une **équation différentielle linéaire du deuxième ordre** (à coefficients constants), dans le cas général elle s'écrit :

$$s(t)+a_1\frac{ds(t)}{dt}+a_2\frac{d^2s(t)}{dt^2}=Ke(t)$$



Mais pour des raisons que nous verrons plus loin (solution du polynôme caractéristique) une autre forme est donnée à cette équation, forme qui fait intervenir deux grandeurs caractéristiques du système, ξ coefficient d'amortissement et w0 pulsation propre des oscillations non amorties du système. K est toujours le gain statique du système.

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

$$\frac{d^2s(t)}{dt^2} + 2\xi\omega_0 \frac{ds(t)}{dt} + \omega_0^2\, s(t) = K\, \omega_0^2\, e(t)$$

ξ : *sans unité* ω_0 : *rad.s^{-1}*

Remarques :

- A partir de la première forme de l'équation différentielle il suffit d'identifier les coefficients pour déterminer ξ et w**0.**
- w**0** est la pulsation des oscillations non amorties du système, pulsation qui correspond à $\xi = 0$.

Exemples : système [masse – ressort – amortisseur]

On considère :

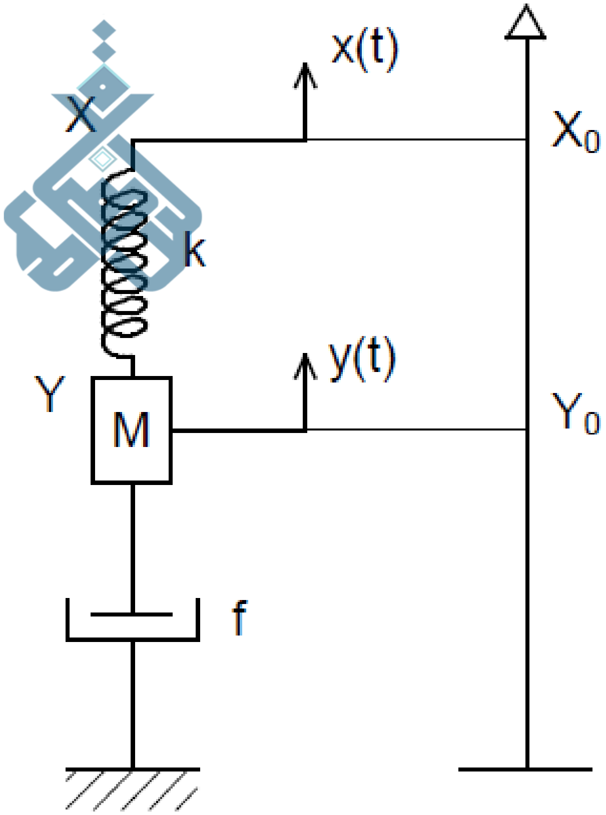
Un solide M, de masse **m.**

Un ressort de raideur **k.**

Un amortisseur de coefficient de frottement visqueux **f.**

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

$$m\frac{d^2y(t)}{dt^2}+f\frac{dy(t)}{dt}+ky(t)=kx(t)$$



SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

Système plus complexe : nécessité d'un outil mathématique adapté

Nous avons vu qu'un système global est constitué de plusieurs composants.

Le diagramme fonctionnel du système global conduit à combiner les différentes équations de chaque composant et on aboutit alors à une nouvelle équation différentielle d'ordre supérieur mettant en jeu l'entrée et la sortie du système.

D'une manière générale, un système linéaire continu invariant peut être modélisé par une équation différentielle d'ordre **n** qui s'écrit sous la forme :

$$a_n \frac{d^n s(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} s(t)}{dt^{n-1}} + \ldots + a_1 \frac{ds(t)}{dt} + a_0 s(t) = b_m \frac{d^m e(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} e(t)}{dt^{m-1}} + \ldots + b_1 \frac{de(t)}{dt} + b_0 e(t)$$

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

Pour poursuivre l'analyse des SLCI, et définir une modélisation performante du système global, deux remarques sont nécessaires :

-On veut obtenir la **réponse** du système pour une **entrée quelconque** afin d'analyser les performances globales du système ;

-On doit pouvoir prendre en compte dans le modèle global la **modification de modélisation** d'un composant.

En effet **:**

• La modélisation d'un composant d'un système global n'est pas unique. Un moteur à courant continu pourra par exemple être modélisé par un premier ordre, un deuxième ordre, voire par un troisième ordre (pour obtenir la position angulaire en sortie).

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

• Le correcteur est un composant qui par définition est appelé à évoluer au cours de l'étude.

On constate que dans ces deux situations l'écriture sous forme différentielle du SLCI n'est pas adaptée.

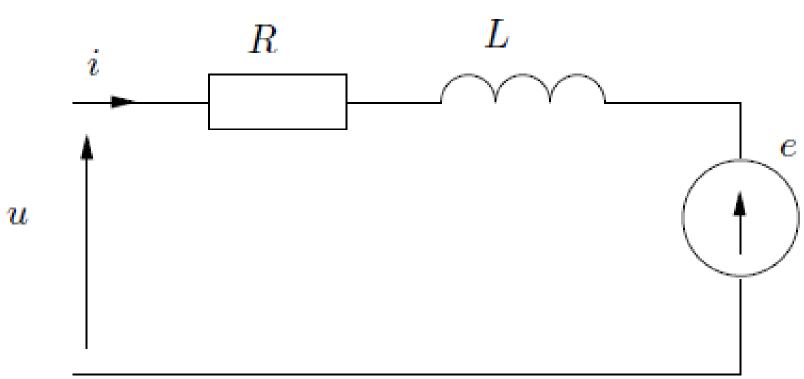
Ainsi, l'outil privilégié pour traiter un SLCI de manière efficace, tant pour analyser le comportement, que pour résoudre une équation d'ordre quelconque, est la **transformation de Laplace** qui permet d'obtenir une relation algébrique entre la sortie et l'entrée.

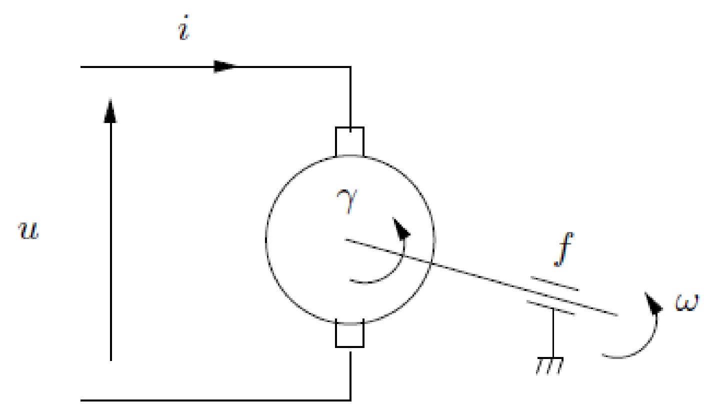
Cet outil est présenté dans le chapitre suivant.Par cet outil nous allons ainsi réalisé un changement d'espace, du domaine temporel, vers le domaine la placien.

{ Espace temporel } ⟷ **{ Espace laplacien }**

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

Exemple : Le MCC étant un système électromécanique, les équations dynamiques résultent de la combinaison des modélisations mécanique et électrique du moteur, schématiquement décrites par la figure suivante. Pour la partie électrique, on calcule la tension aux bornes de l'induit. L'équation électrique, liant la tension **u** aux bornes de l'induit et le courant d'induit **i** s'écrit :





$$Ri + L\frac{di}{dt} + e = u,$$

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

où R est la résistance de l'induit du moteur, L son inductance et e la force électromotrice, qui est proportionnelle `a la vitesse de rotation du rotor :

$$e = K_e \, \omega.$$

Pour la partie mécanique, on applique le principe fondamental de la dynamique autour de l'axe de rotation. L'équation mécanique rendant compte des couples agissant sur le rotor s'écrit :

$$\gamma - f\omega = J\frac{d\omega}{dt},$$

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

Où **γ** est le couple moteur, **f** le coefficient de frottement visqueux et **J** le moment d'inertie du rotor. On ne tient pas compte en première approximation du frottement sec, qui introduirait des termes non linéaires. Par construction, le couple **γ** est proportionnel au courant d'induit **i** :

$$\gamma = K_m i.$$

En règle générale les coefficients Ke et Km sont si proches qu'il est raisonnable de les considérer égaux, négligeant alors les pertes durant la conversion électromécanique de puissance.

En posant K = Ke = Km.

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

$$K i = f\omega + J\frac{d\omega}{dt}. \quad K\frac{di}{dt} = f\frac{d\omega}{dt} + J\frac{d^2\omega}{dt^2}.$$

$$\frac{R}{K}\left(f\omega + J\frac{d\omega}{dt}\right) + \frac{L}{K}\left(f\frac{d\omega}{dt} + J\frac{d^2\omega}{dt^2}\right) + K\,\omega = u.$$

$$\frac{d^2\omega}{dt^2} + \frac{RJ + Lf}{LJ}\frac{d\omega}{dt} + \frac{Rf + K^2}{LJ}\,\omega = \frac{K}{LJ}u.$$

Cette équation différentielle relie **ω** et **u** par l'intermédiaire de paramètres constants dans le temps. Il s'agit d'une équation différentielle linéaire à coefficients constants d'ordre 2.

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

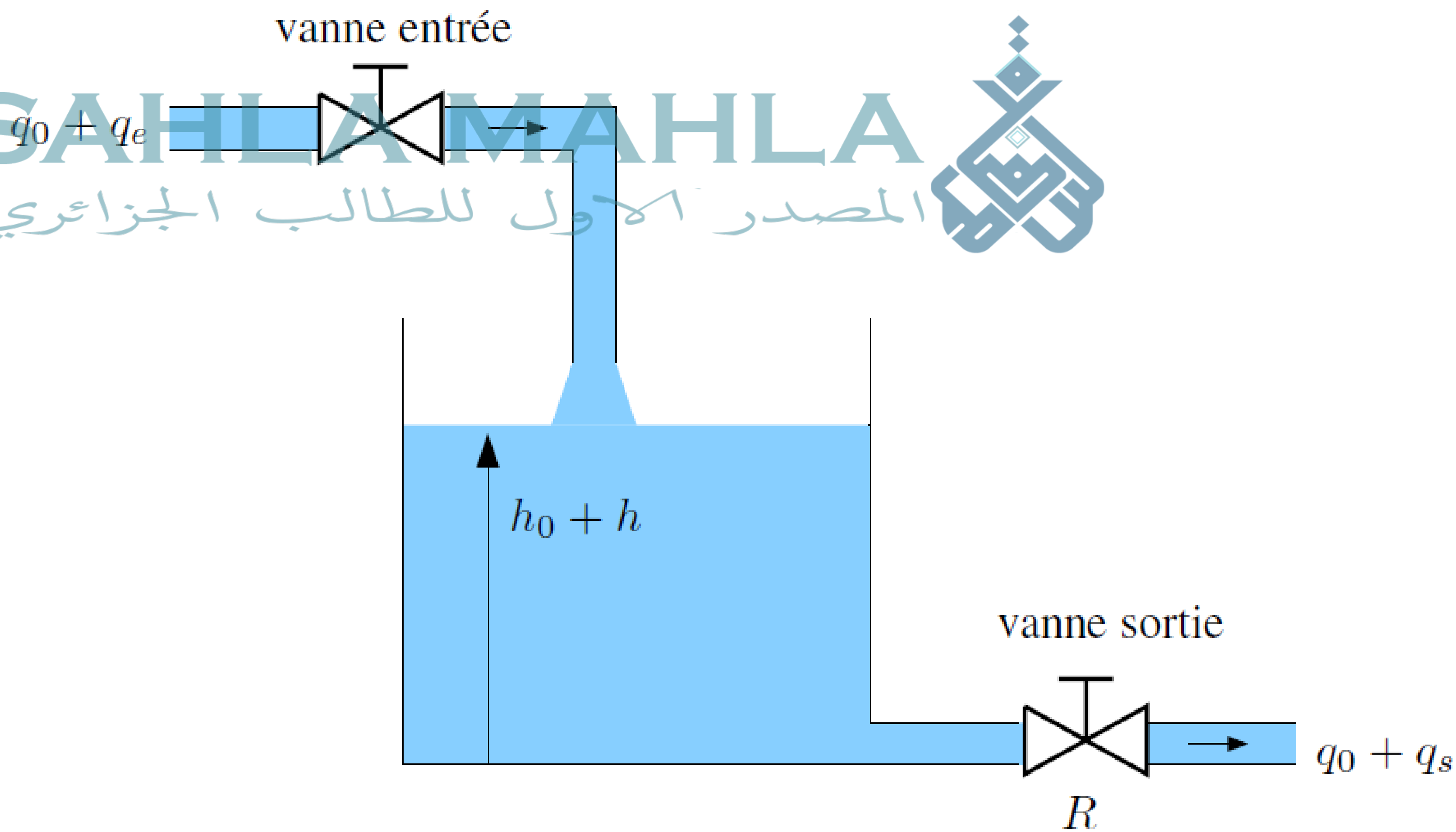
Exemple 2: régulateur de niveau

On considère le système de régulation de niveau de liquide représenté à la figure suivante.

Un réservoir est alimenté en liquide et le niveau réglé par l'intermédiaire de deux vannes placées d'une part dans la canalisation d'entrée et d'autre part à la sortie du réservoir.

On supposera que la vanne de sortie est laissée dans une position donnée et que la seule action sur le système résulte du réglage de la vanne d'entrée.

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)



SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

Modélisation

On peut modéliser le procédé en le considérant comme la superposition d'un régime continu donnant le point de fonctionnement nominal et de variations autour de ce point de fonctionnement.

Le point de fonctionnement nominal est caractéristique du régime permanent pour lequel le débit est q_0 et la hauteur d'eau h_0.

Les deux paramètres reliant les évolutions de la hauteur de liquide et les débits entrant et sortant sont d'une part la résistance du tuyau de sortie et d'autre part la section du réservoir.

La résistance du tuyau de sortie est représentée par la variation de niveau ramenée à la variation de débit de sortie.

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

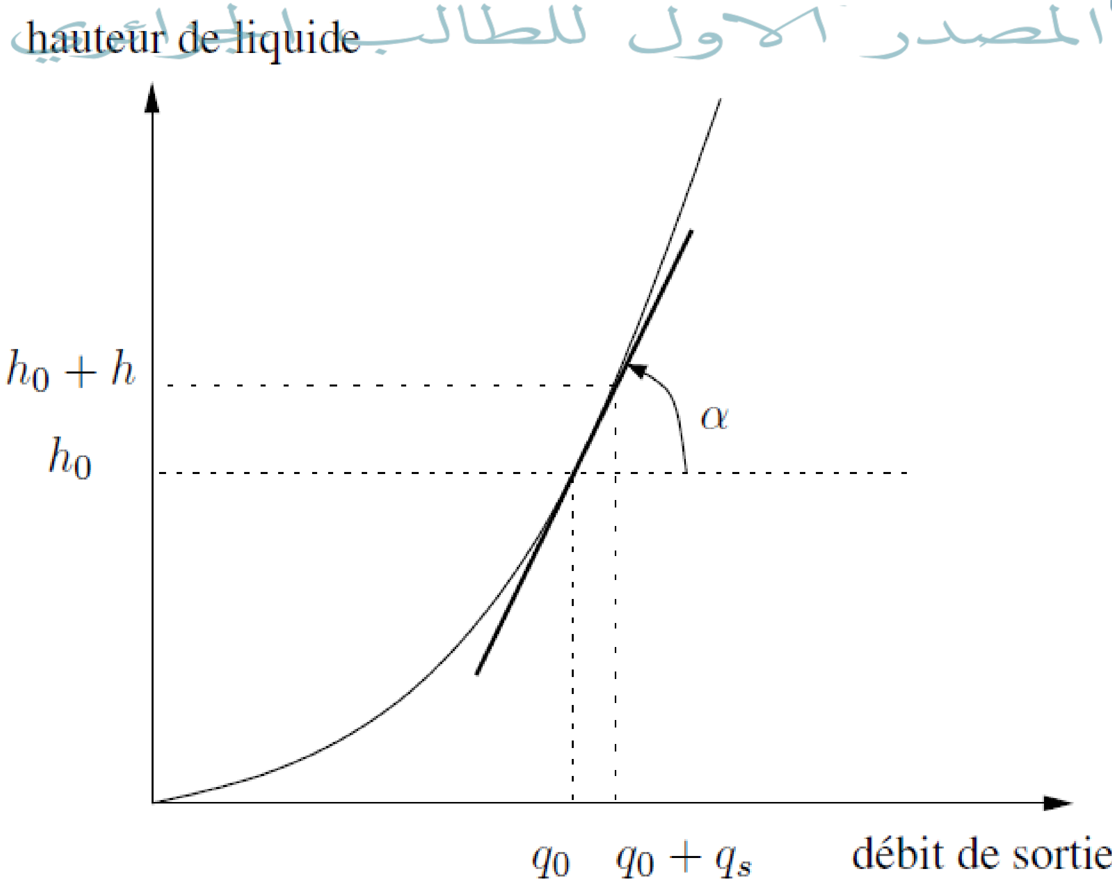
Selon que le flux est turbulent, la relation entre débit de sortie et hauteur d'eau sera linéaire ou non. Dans tous les cas, on peut considérer de petites variations $\mathbf{q_s}$ et **h** autour du point de fonctionnement ($\mathbf{q_0; h_0}$). La résistance est donc donnée par la pente de la caractéristique $\mathbf{h(q_s)}$ au point de fonctionnement qui dépend de la nature de l'écoulement. Une illustration graphique, pour un fluide turbulent possédant une relation débit-hauteur non linéaire est donnée à la figure suivante.

La résistance **R** en (q_0; h_0) vaut $\mathbf{R = \tan\alpha}$ (q_0). Si l'on considère de petites variations qs du débit de sortie et h de la hauteur d'eau, autour du point de fonctionnement :

$$R = \frac{h}{q_s}.$$

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

La variation de la quantité de liquide dans le réservoir dépend quant à elle de la section **C** supposée constante du réservoir et de la variation de la hauteur de liquide stocké :



$$C dh = (q_e - q_s) dt$$

$$RC \frac{dh}{dt} + h = R q_e ,$$

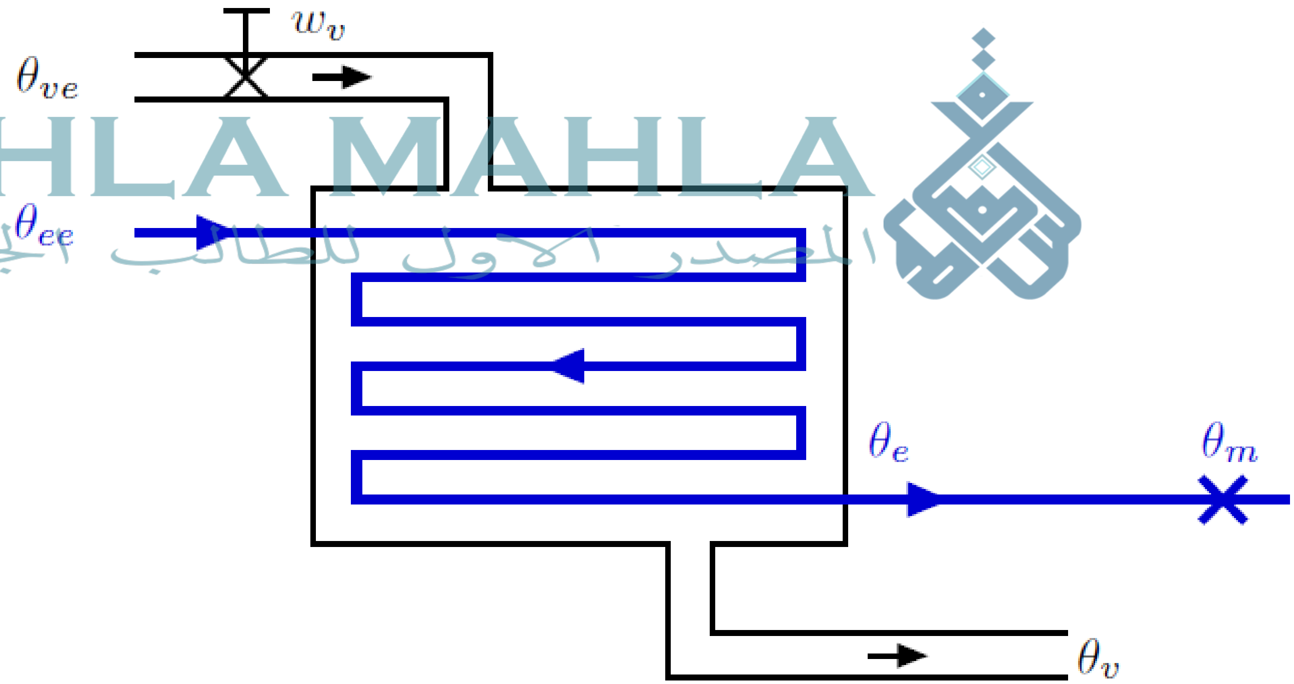
SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

où **R** est considéré comme constant. On notera que les anglophones appellent capacitance la section **C** faisant ainsi l'analogie entre ce système d'écoulement d'eau et un circuit électrique **RC**.

Exemple : échangeur thermique

On considère le cas d'un échangeur thermique. Le système échange de l'énergie thermique entre de la vapeur circulant dans l'enceinte de l'échangeur et de l'eau circulant dans une tuyauterie qui serpente dans l'enceinte de l'échangeur, comme représenté sur la figure suivante.

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)



La vapeur entre dans l'échangeur à la température θ_{ve} et en sort à la température θ_v. L'eau, quant à elle, entre à la température ambiante θ_{ee} et ressort à la température θ_e. Le débit de vapeur est réglé par une vanne placée dans le tuyau d'arrivée de vapeur.

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

Modélisation

La température de l'eau comme celle de la vapeur varient continûment dans l'enceinte et on comprend bien qu'un modèle précis de cet échange thermique devrait tenir compte de la variation de température tout le long du serpentin. Un tel modèle dépendrait de la géométrie du circuit d'eau et des propriétés locales de l'enceinte. Il en résulterait une modélisation complexe.

En première approximation, on préfère considérer que l'enceinte est parfaitement isolée, que la température **y** est parfaitement uniforme et que la chaleur **q_v** amenée par la vapeur est proportionnelle à la différence de température entre la vapeur à l'entrée et à la sortie de l'échangeur :

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

$$q_v = w_v c_v(\theta_{ve} - \theta_v)$$

où ω_v est le débit massique de vapeur qui peut être ajusté par action sur la vanne d'entrée et C_v la chaleur massique de la vapeur.
Le système étant supposé sans perte lors de l'échange, un bilan de chaleur permet de déduire le modèle de l'échangeur. La chaleur échangée est proportionnelle à la différence de température entre eau et vapeur :

$$q_e = \frac{\theta_v - \theta_e}{R}$$

où **R** est la résistance thermique moyenne de l'échangeur. Le flux de chaleur net est donné par la différence entre la chaleur amenée par la vapeur chaude et la chaleur échangée avec l'eau. L'évolution de la température de la vapeur en sortie est alors liée au flux de chaleur par :

$$C_v \frac{d\theta_v}{dt} = q_v - q_e$$

où $\mathbf{C_v}$ est la capacité thermique de la vapeur

$$C_v \frac{d\theta_v}{dt} = w_v c_v (\theta_{ve} - \theta_v) - \frac{\theta_v - \theta_e}{R}. \qquad (*)$$

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

De la même manière, en faisant un bilan sur l'eau, on trouve

$$C_e \frac{d\theta_e}{dt} = w_e c_e (\theta_{ee} - \theta_e) + \frac{\theta_v - \theta_e}{R},$$

où **c_e, ω_e** et **C_e** sont respectivement la chaleur massique, le débit massique et la capacité thermique de l'eau. Enfin, étant donné que la circulation du flux n'est pas instantanée, la température de l'eau en sortie est mesurée avec un retard . Comme on suppose que est suffisamment petit pour que la température n'ait pas varié entre la sortie de l'échangeur et le point de mesure, il vient :

$$\theta_m(t) = \theta_e(t - \tau)$$

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

On peut considérer que la température d'entrée de la vapeur est constante et ainsi la commande du système est donnée par le réglage de l'ouverture de la vanne et donc par ω_v.

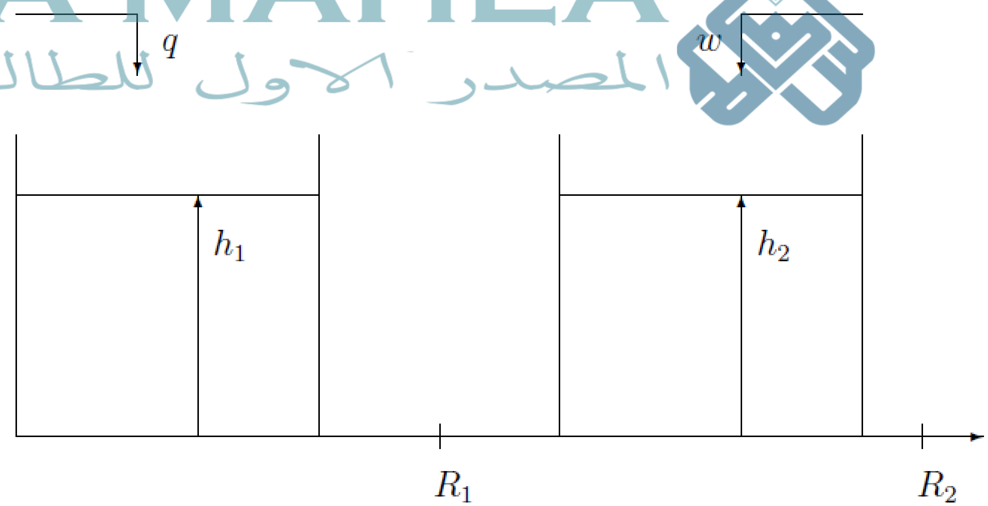
Le système possède deux sorties : la température de l'eau en sortie qui est mesurée par θ_m et la température de la vapeur en sortie θ_v. Comme dans l'eq (*) apparaît le produit $\omega_v * \theta_v$ le système n'est pas linéaire. Par ailleurs, la mesure de température de l'eau introduit un terme de retard.

Ces deux éléments sont des caractéristiques originales de ce procédé, en comparaison avec les procédés des exemples précédents.

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

Exemple :

Deux réservoirs en série avec perturbation (ω)

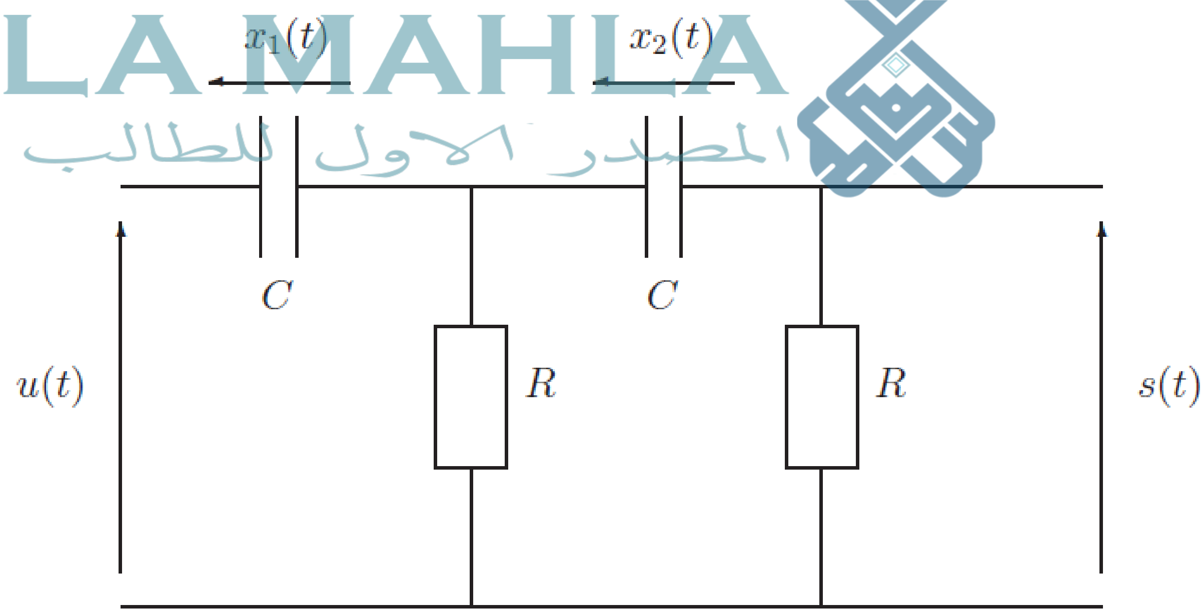


On écrit les équations qui régissent le fonctionnement du système :

$$S_1 \frac{dh_1}{dt} = q - \frac{h_1 - h_2}{R_1} \qquad S_2 \frac{dh_2}{dt} = w + \frac{h_1 - h_2}{R_1} - \frac{h_2}{R_2}$$

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

Exemple : Circuit électrique



$$s(t) = u(t) - x_1(t) - x_2(t)$$

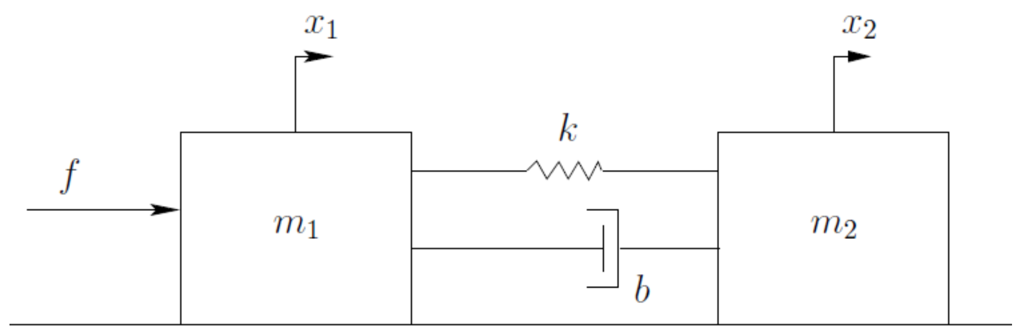
$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{-1}{RC} x_1 - \frac{1}{RC} x_2 + \frac{1}{RC} u$$

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{-2}{RC} x_1 - \frac{1}{RC} x_2 + \frac{2}{RC} u$$

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

Exemple : système mécanique

On considère le système mécanique suivant, constitué de 2 masselottes de masses **m1** et **m2** reliées par un ressort de raideur **k** et un amortisseur **b**.



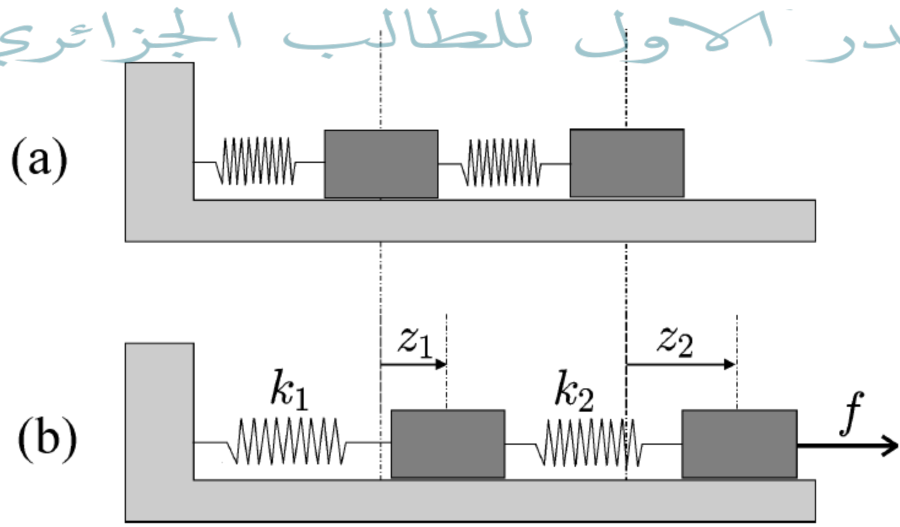
$$m_1\,\ddot{x}_1 = -b\,(\dot{x}_1-\dot{x}_2)-k\,(x_1-x_2)+f$$

$$m_2\,\ddot{x}_2 = -b\,(\dot{x}_2-\dot{x}_1)-k\,(x_2-x_1)$$

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

Exemple : système mécanique

On considère le système d'entrée f et de sortie z1 de la figure suivante



Notations :

– f : force appliquée sur le deuxième chariot

– zi : écart du $i^{ème}$ chariot par rapport `a sa position d'équilibre

– mi : masse du i`eme ressort

– ki : raideur du $i^{ème}$ ressort

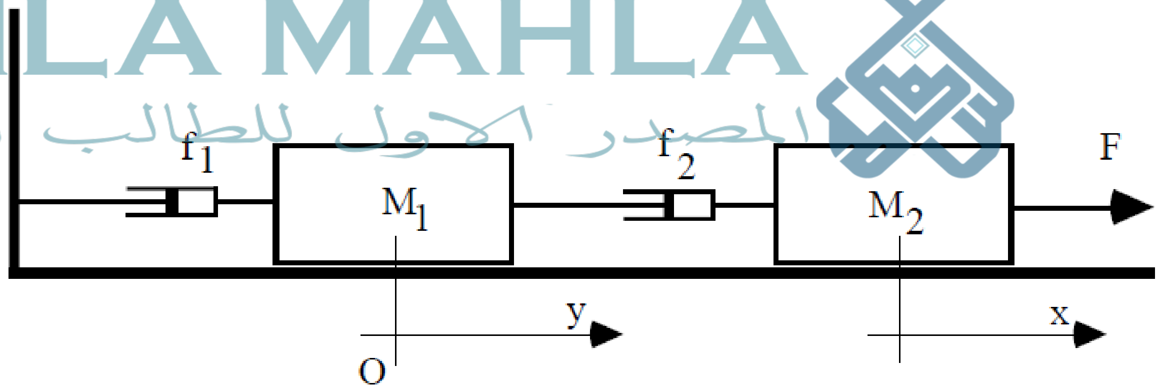
– α: coefficient de frottement visqueux

$$m_2 \ddot{z}_2 + \alpha \dot{z}_2 + k_2(z_2 - z_1) = f$$

$$m_1 \ddot{z}_1 + k_1 z_1 + \alpha \dot{z}_1 - k_2(z_2 - z_1) = 0$$

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

Exemple : système mécanique

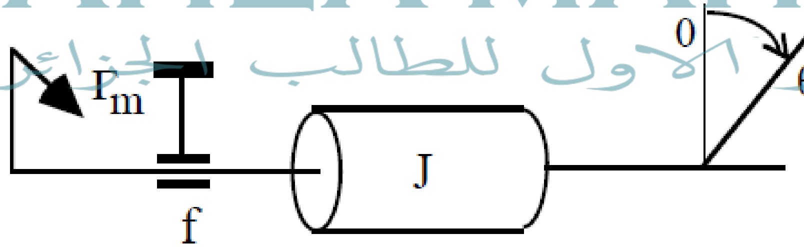


$$M_1 \frac{d^2y}{dt^2} + f_1 \frac{dy}{dt} = f_2 \frac{d(x-y)}{dt}$$

$$M_2 \frac{d^2x}{dt^2} + f_2 \frac{d(x-y)}{dt} = F$$

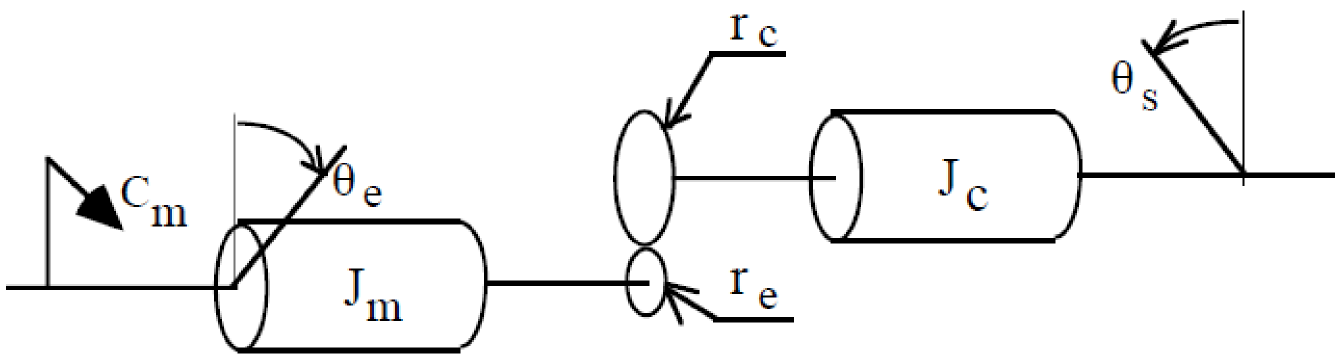
SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

Systèmes en rotation : on applique la relation : $\boxed{J\,\dfrac{d^2\theta}{dt^2} = \sum_i \Gamma_i}$



$$J\,\frac{d^2\theta}{dt^2} = -f\,\frac{d\theta}{dt} + \Gamma_m$$

Exemple : Système moto-réducteur + charge



SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

$$J_m \frac{d^2\theta_e}{dt^2} = C_m - Fr_e$$

F. re est le couple résistant sur l'arbre d'entrée

L'équilibre dynamique de l'arbre de sortie s'écrit : $J_c \frac{d^2\,\theta_s}{dt^2} = Fr_c$

$$\frac{\theta_e}{\theta_s} = \frac{r_c}{r_e} = n$$ (rapport du réducteur)

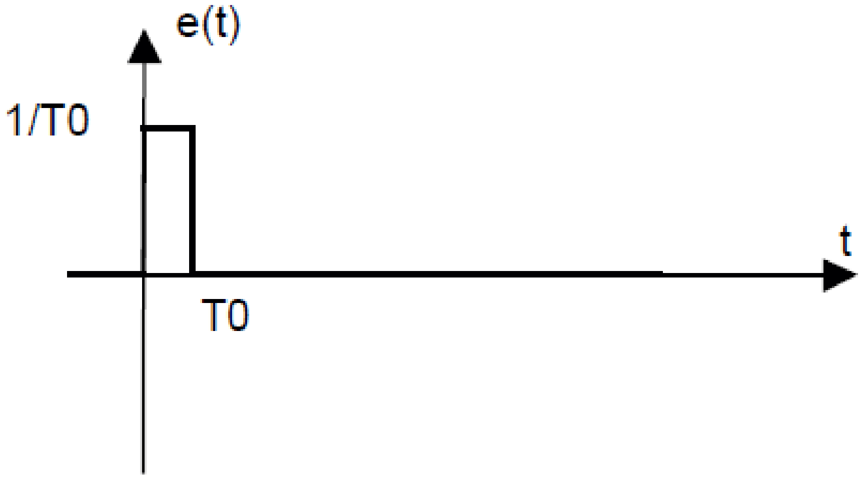
SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

Caractéristiques dynamiques d'un système asservi.

Les caractéristiques dynamiques permettent de quantifier les performances du système asservi. Elles sont appréciées à partir de la réponse du système à des entrées « types ».

Entrées « types ».

Impulsion ou Dirac



$e(t)=0$ pour $t<0$ et $t>T0$

$e(t)=1/T0$ pour $0 \leq t \leq T0$

avec $T0 \rightarrow 0$

on note $e(t)=\delta(t)$

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

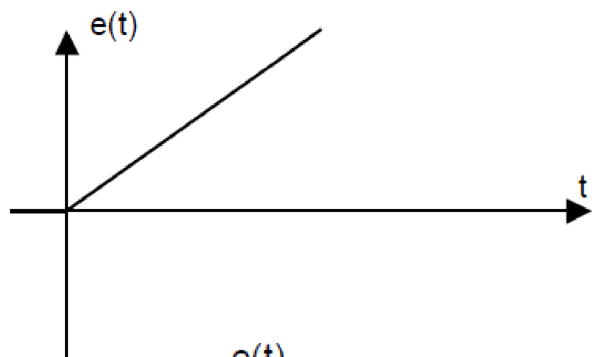
Echelon unitaire

$e(t)=0$ pour $t<0$

$e(t)=1$ pour $t\geq 0$

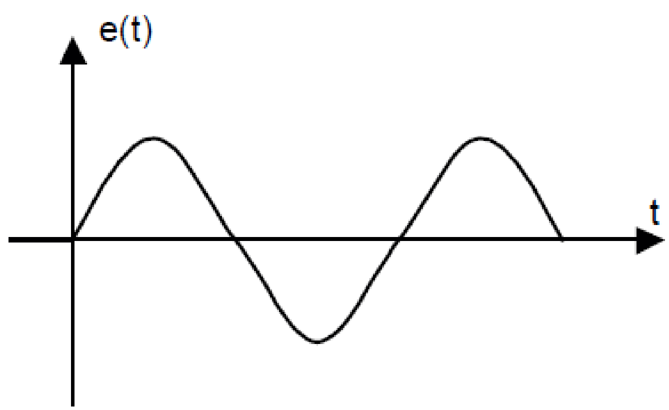
on note $e(t)=u(t)$

Rampe



$e(t)=a.t.u(t)$ où a constante

Harmonique

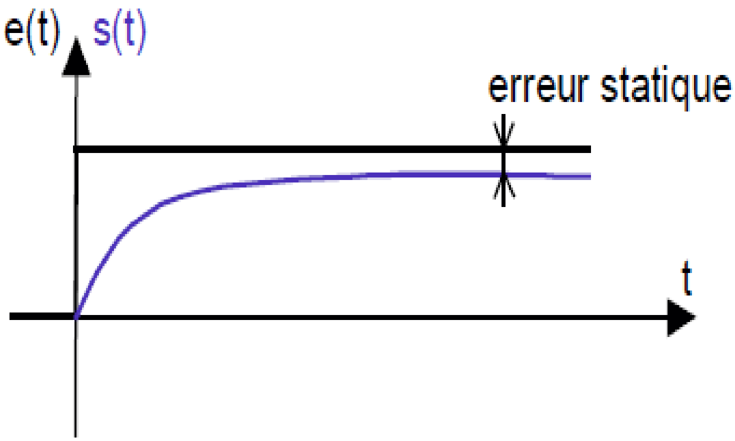


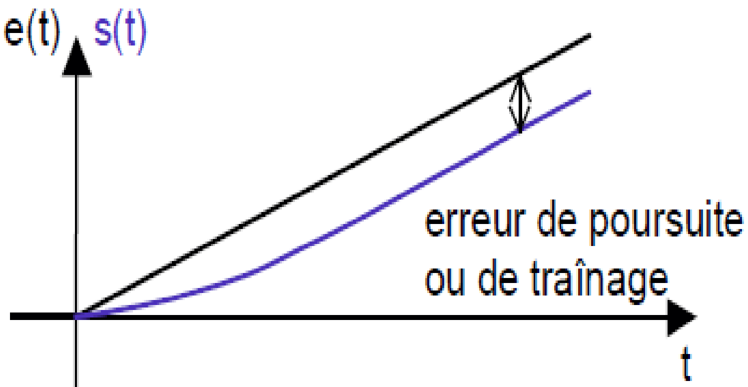
$e(t)=\sin\omega t.u(t)$

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

Performances

La précision : quantifie l'erreur lorsque l'équilibre est atteint.



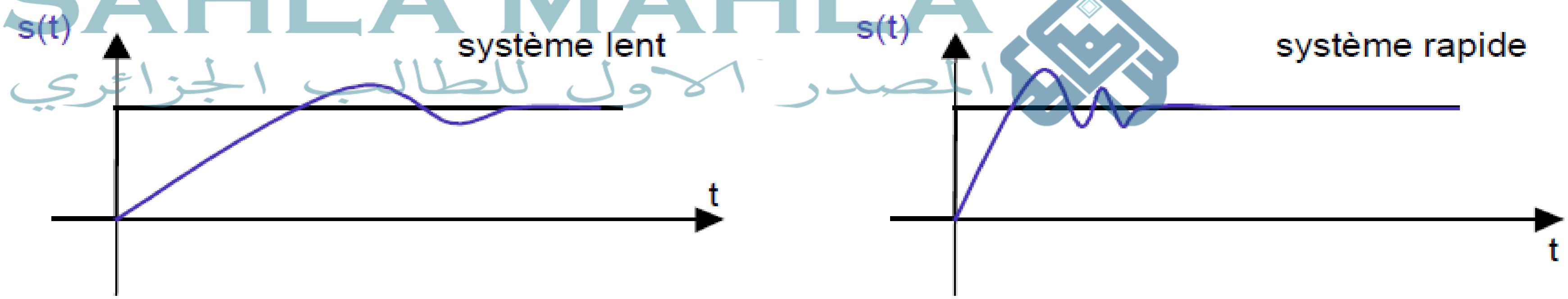


avec e(t) et s(t) de même nature. Autrement, l'erreur est mesurée en sortie du comparateur.

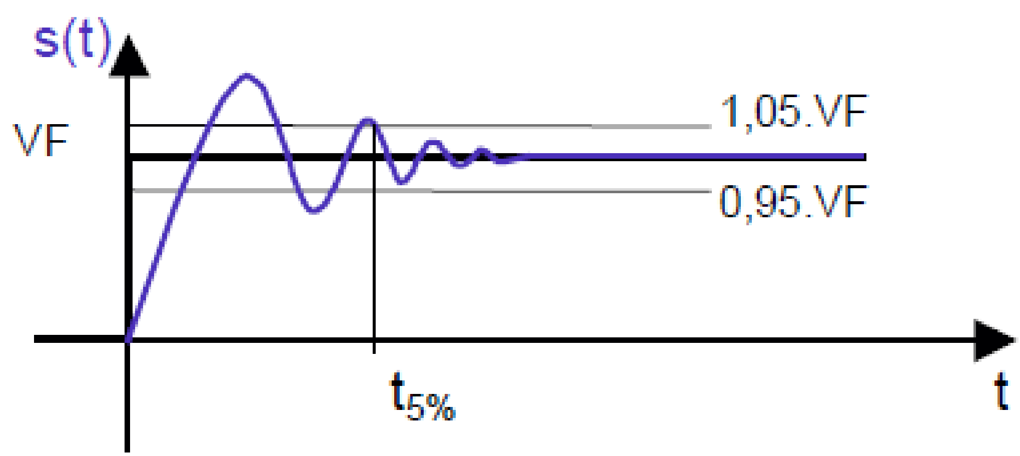
SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

Performances

La rapidité : quantifie le temps de réponse du système



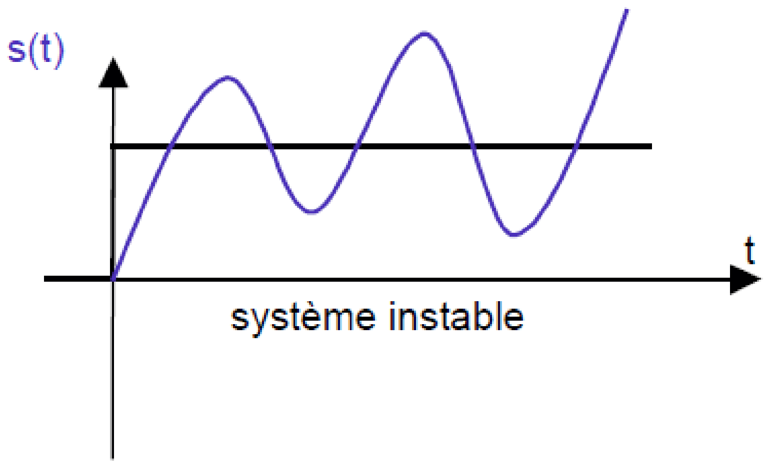
Le temps mis par la réponse pour atteindre à moins de 5% la valeur finale est retenu comme critère de rapidité : $t_{5\%}$

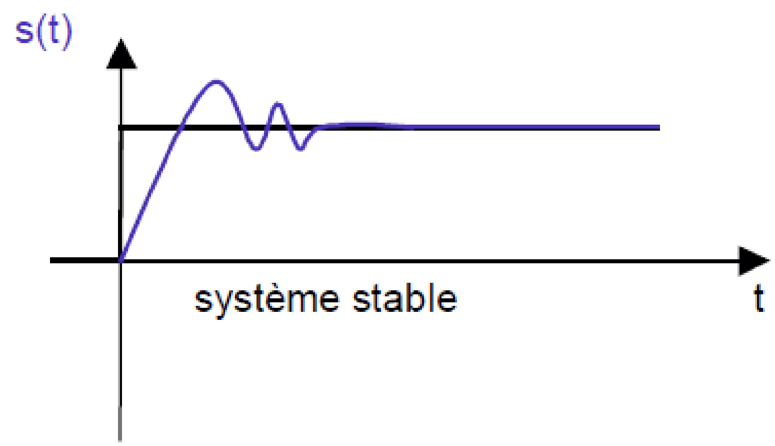


SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

Performances

La stabilité : d'un système est la capacité à converger vers une valeur constante lorsque l'entrée est constante, et en l'absence de perturbation.

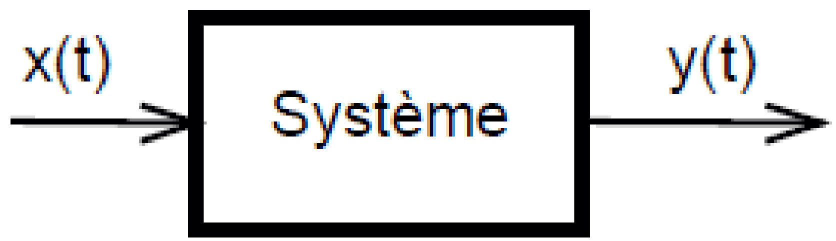




SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

Représentation des systèmes linéaires, continus et invariants.

Il sont représentés par une équation différentielle à coefficients constants.

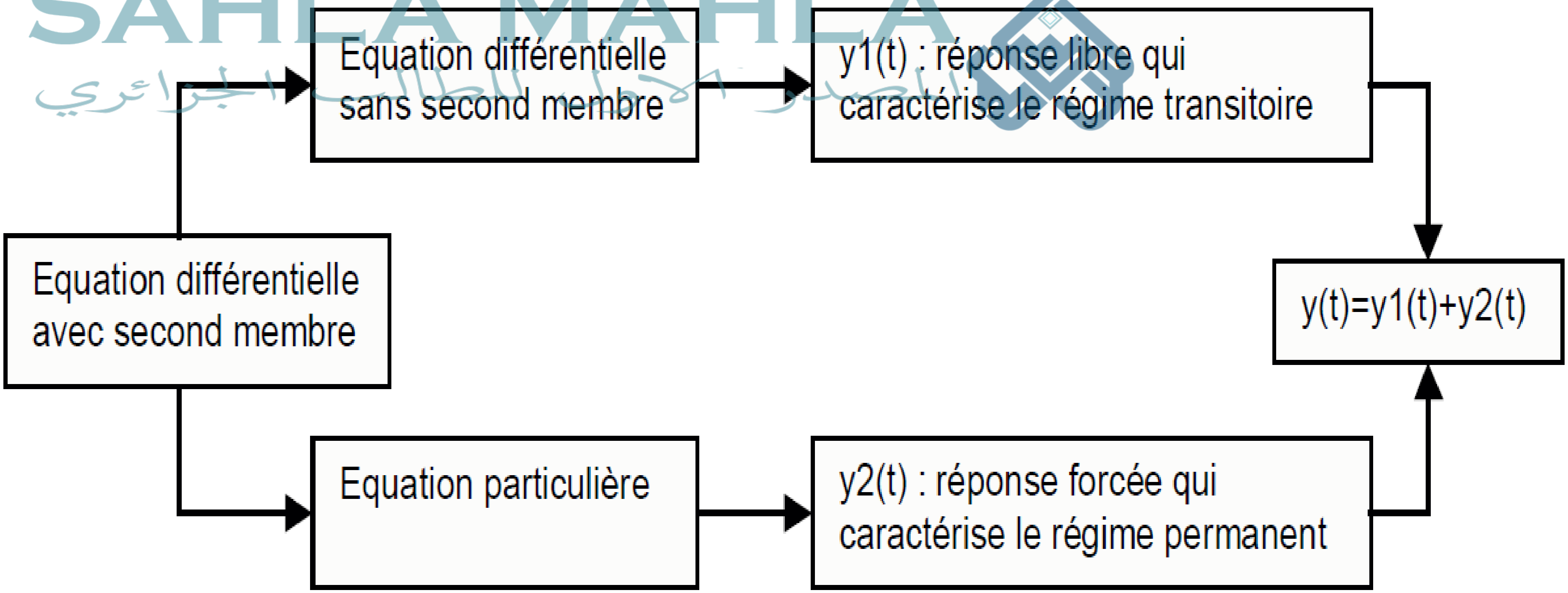


$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + \ldots + a_0 y = b_m \frac{d^m x}{dt^m} + \ldots + b_0 x$$

Les systèmes réels étudiés impliquent $m \leq n$. **n est l'ordre du système.** La résolution de cette équation différentielle permet de connaître la réponse théorique du système à une entrée fixée. Ce n'est qu'un modèle.

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

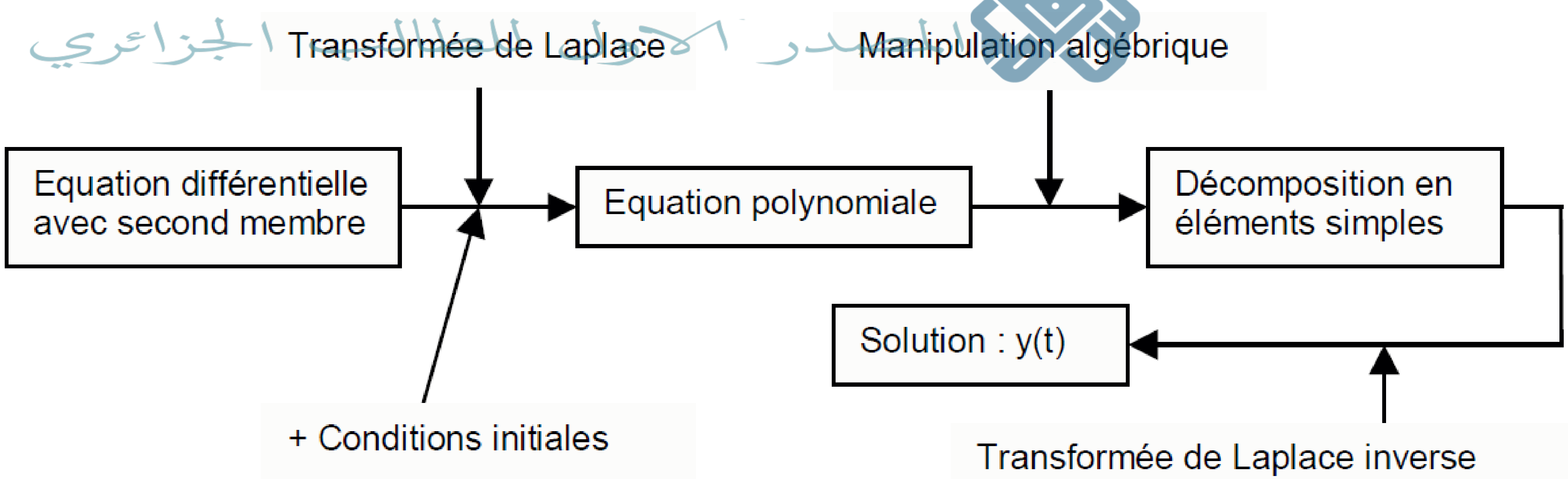
Technique de résolution classique.



SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

Technique utilisée par les automaticiens :

elle repose sur les transformées de Laplace.



SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

Systèmes linéaires continus : Vers une formulation fréquentielle

Etude temporelle : résolution d'équations différentielles

$\Rightarrow$ complexe.

Domaine fréquentiel à l'aide de la transformée de Laplace :

$\Rightarrow$ + simple.

$$\mathscr{L}\left(\frac{d^i x(t)}{dt^i}\right) = s^i X(s)$$

$$\mathscr{L}\left(\frac{d^i y(t)}{dt^i}\right) = s^i Y(s)$$

S.L.C.I

Transformée de Laplace : Définition et propriétés

Définition de la transformée Laplace (fonction holomorphe) :

$$F(s) = \mathscr{L}(f(t)) = \int_0^{+\infty} e^{-st} f(t)dt$$

$$f(t) = \mathscr{L}^{-1}(F(s))$$

Propriétés de la transformée de Laplace :

- Linéarité :

$$\mathscr{L}(\alpha f(t) + \beta g(t)) = \alpha \mathscr{L}(f(t)) + \beta \mathscr{L}(g(t))$$

- Différentiation :

$$\mathscr{L} f(t) = F(s) \Rightarrow \mathscr{L} f'(t) = sF(s) - f(0)$$

$$avec \quad f(0) = \lim_{t \to 0} f(t)$$

Transformée de Laplace : Propriétés (suite)

- Intégration :

$$\mathscr{L}f(t) = F(s) \Rightarrow \mathscr{L}\left(\int_0^t f(\tau)d\tau\right) = \frac{F(s)}{s}$$

- Théorème du retard :

$$\mathscr{L}f(t) = F(s) \Rightarrow \mathscr{L}\left(f(t-\tau)\right) = e^{-s\tau}F(s)$$

- Théorème du changement d'échelle :

$$\mathscr{L}f(t) = F(s) \Rightarrow \mathscr{L}\left(f\left(\frac{t}{a}\right)\right) = aF(a.s)$$

S.L.C.I

Transformée de Laplace : Propriétés (suite)

- Translation dans le domaine de Laplace :

$$\mathscr{L}f(t) = F(s) \Rightarrow \mathscr{L}\left(e^{at}f(t)\right) = F(s-a)$$

- Transformée de Laplace d'un produit de convolution :

$$\mathscr{L}f(t) = F(s), \quad \mathscr{L}g(t) = G(s)$$

$$\Rightarrow \quad \mathscr{L}\int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau = F(p)G(p)$$

S.L.C.I

Transformée de Laplace : Propriétés (suite)

Théorème de la valeur initiale :

$$\mathscr{L}f(t) = F(s) \Rightarrow \lim_{t \to 0^+} f(t) = \lim_{s \to +\infty} sF(s)$$

Théorème de la valeur finale :

$$\mathscr{L}f(t) = F(s) \Rightarrow \lim_{t \to +\infty} f(t) = \lim_{s \to 0} sF(s)$$

S.L.C.I

Transformée de Laplace : Tableau des transformées de Laplace usuelles

F(p)	f(t)
1	$\delta(t)$ (Dirac)
$\frac{1}{p}$	1 (Echelon)
$\frac{1}{p^2}$	t (Rampe)
$\frac{1}{p^n}$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$
$\frac{1}{p+a}$	e^{-at}
$\frac{1}{(p+a)^2}$	te^{-at}
$\frac{\omega}{p^2+\omega^2}$	$sin(\omega t)$
$\frac{p}{p^2+\omega^2}$	$cos(\omega t)$
$\frac{p+a}{(p+a)^2+\omega^2}$	$e^{-at}cos(\omega t)$

S.L.C.I

Fonctions de transfert : Modélisation d'un système linéaire avec conditions initiales nulles

En supposant que les conditions initiales sont nulles :

$$x(0) = \frac{dx}{dt}(0) = \ldots = \frac{d^n x}{dt^n}(0) = 0$$

$$y(0) = \frac{dy}{dt}(0) = \ldots = \frac{d^m y}{dt^m}(0) = 0$$

On a dans ce cas :

$$A_n \frac{d^n x(t)}{dt^n} + \ldots + A_1 \frac{dx(t)}{dt} + A_0 = B_m \frac{d^m y(t)}{dt^m} + \ldots + B_1 \frac{dy(t)}{dt} + B_0$$

$$\Rightarrow \quad (A_n s^n + \ldots + A_1 s + A_0) X(s) = (B_m s^m + \ldots + B_1 s + B_0) Y(s)$$

S.L.C.I

Fonctions de transfert : Modélisation d'un système linéaire avec conditions initiales nulles

On définit la fonction de transfert par le rapport de la sortie sur l'entrée :

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{A_n s^n + \ldots + A_1 s + A_0}{B_m s^m + \ldots + B_1 s + B_0}$$

S.L.C.I

Fonctions de transfert : Modélisation d'un système linéaire avec conditions initiales nulles

Rappel (propriété de différenciation) :

$$\mathscr{L}\frac{d^i f(t)}{dt^i} = s^i F(s) - \sum_{k=1}^{i} s^{i-k} \frac{d^{k-1}x}{dt^{k-1}}(0)$$

En supposant que les conditions initiales sont non nulles, on a :

$$A_n \frac{d^n x(t)}{dt^n} + \ldots + A_1 \frac{dx(t)}{dt} + A_0 = B_m \frac{d^m y(t)}{dt^m} + \ldots + B_1 \frac{dy(t)}{dt} + B_0$$

$$(A_n s^n + \ldots + A_1 s + A_0)X(s) = (B_m s^m + \ldots + B_1 s + B_0)Y(s) + P(s)$$

Avec P(s) un polynôme correspondant aux conditions initiales

S.L.C.I

Fonctions de transfert : cas avec conditions initiales non nulles

On a donc dans ce cas :

$$Y(s) = H(s)X(s) + \frac{P(s)}{B_m s^m + \ldots + B_1 s + B_0}$$

Fonctions de transfert : Relation domaine réel-domaine de Laplace

Réponse temporelle du système :

$$y(t) = H(x(t)) = \mathscr{L}^{-1}\left[H(s)\mathscr{L}(x(t))\right]$$

Méthode de calcul :

$$\begin{array}{ccc} x(t) & & y(t) = H(x(t)) \\ \Downarrow (\mathscr{L}) & & \Uparrow (\mathscr{L}^{-1}) \\ X(s) & \Rightarrow & H(s)X(s) \end{array}$$

S.L.C.I

FT : Exemple d'application : équation mécanique d'une machine à courant continu

La vitesse de rotation du rotor d'une MCC est liée au couple moteur C par la relation :

$$J\frac{d\Omega}{dt} + \lambda\Omega = C$$

$\lambda\Omega$ correspond à un frottement fluide à l'intérieur de la MCC.

Conditions initiales :

$$\Omega(0) = \Omega_0$$

A $t = 0$, on applique un échelon de couple d'amplitude C_0,

déterminer l'expression de la vitesse en fonction du temps.

S.L.C.I

FT : Exemple d'application : équation mécanique d'une machine à courant continu

Application de la transformée de Laplace à l'équation différentielle :

$$J(s\Omega(s) - \Omega_0) + \lambda(\Omega(s)) = C(s) = \frac{C_0}{s}$$

On a donc :

$$\Omega(s)(s + \frac{\lambda}{J}) = \frac{C_0}{Js} + \Omega_0$$

$$\Rightarrow \quad \Omega(s) = \frac{\frac{C_0}{J}}{s(s + \frac{\lambda}{J})} + \frac{\Omega_0}{(s + \frac{\lambda}{J})}$$

$$\Rightarrow \quad \Omega(s) = \frac{\frac{C_0}{J} + \Omega_0 s}{s(s + \frac{\lambda}{J})}$$

S.L.C.I

FT : Exemple d'application : équation mécanique d'une machine à courant continu

On décompose en éléments simples :

$$\Omega(s) = \frac{a}{s} + \frac{b}{s + \frac{\lambda}{J}}$$

$$\Rightarrow \quad \Omega(s) = \frac{a(s + \frac{\lambda}{J}) + bs}{s(s + \frac{\lambda}{J})}$$

En identifiant, on obtient :

$$a = \frac{C_0}{\lambda}$$

$$b = \Omega_0 - \frac{C_0}{\lambda}$$

S.L.C.I

FT : Exemple d'application : équation mécanique d'une machine à courant continu

On a donc :

$$\Omega(s) = \frac{\frac{C_o}{\lambda}}{s} + \frac{\Omega_0 - \frac{C_o}{\lambda}}{s + \frac{\lambda}{J}}$$

En revenant dans le domaine temporel, on obtient :

$$\Omega(t) = \left(\frac{C_o}{\lambda} + \left(\Omega_0 - \frac{C_o}{\lambda}\right) e^{-\frac{\lambda}{J}t}\right) u(t)$$

On vérifie bien que à $t = 0 : \Omega = \Omega_0$

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

Transmittance ou fonction de transfert d'un système dans le domaine de Laplace.

On applique la transformée de Laplace à l'équation différentielle.

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + \ldots + a_0 y = b_m \frac{d^m x}{dt^m} + \ldots + b_0 x$$

$$\mathcal{L} \quad \Downarrow$$

$$\left[a_n p^n + \ldots + a_0\right] Y(p) = \left[b_m p^m + \ldots + b_0\right] X(p) + C_0(p)$$

où $X(p) = \mathcal{L}\ (x(t))$ et $Y(p) = \mathcal{L}\ (y(t))$

$C_0(p)$ est un polynôme qui dépend des conditions initiales

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

La réponse dans le domaine de Laplace s'écrit :

$$Y(p) = \frac{b_m p^m + \ldots + b_0}{a_n p^n + \ldots + a_0} X(p) + \frac{C_0(p)}{a_n p^n + \ldots + a_0}$$

La fonction de transfert du système dans le domaine de Laplace est:

$$H(p) = \frac{b_m p^m + \ldots + b_0}{a_n p^n + \ldots + a_0}.$$

La fonction de transfert caractérise le comportement du système indépendamment de l'entrée. Elle est propre au système.

Cas particulier : si toutes les conditions initiales sont nulles, conditions dites d'Heaviside, la fonction de transfert s'écrit :

$$H(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}$$

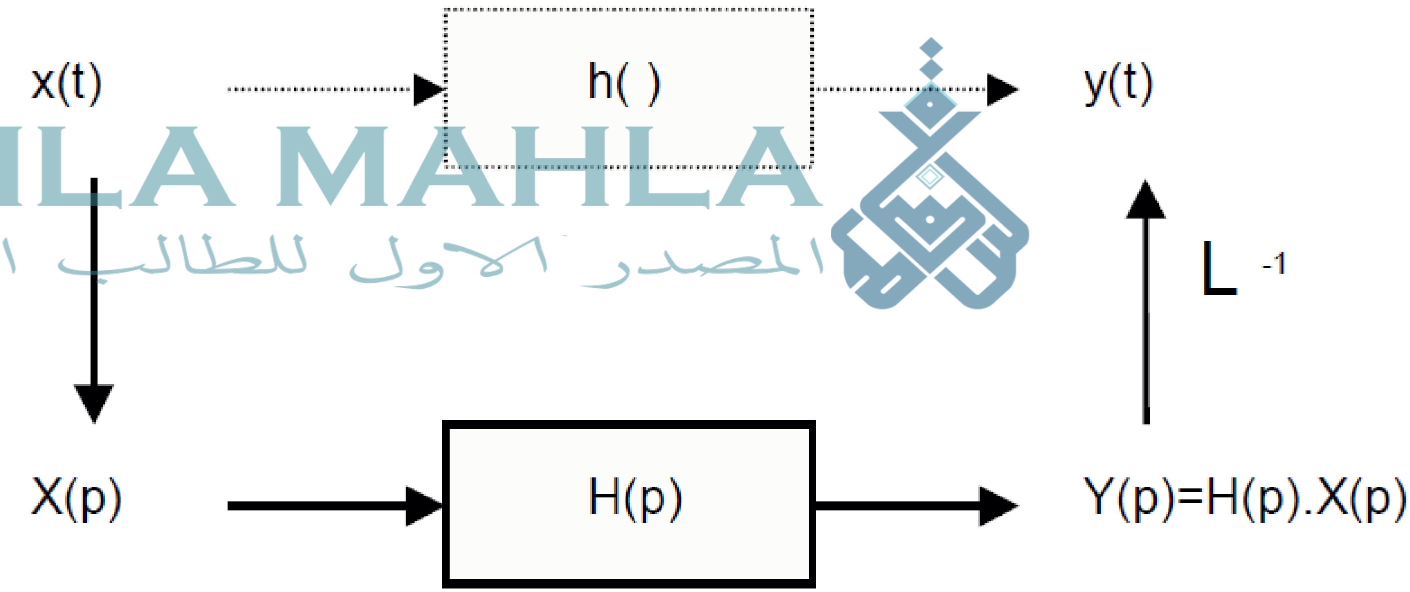
SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

Application à la résolution des équations différentielles.

Données : Equation différentielle.
Entrée temporelle du système x(t).
Conditions initiales nulles (c'est le plus souvent le cas).
Objectif : Recherche de la réponse temporelle du système y(t).
Démarche :

1- calcul de la fonction de transfert H(p).
2- calcul de l'entrée dans le domaine de Laplace X(p).
3- calcul de la sortie dans le domaine de Laplace Y(p).
4- calcul de la sortie temporelle en appliquant la transformée de Laplace inverse y(t).

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

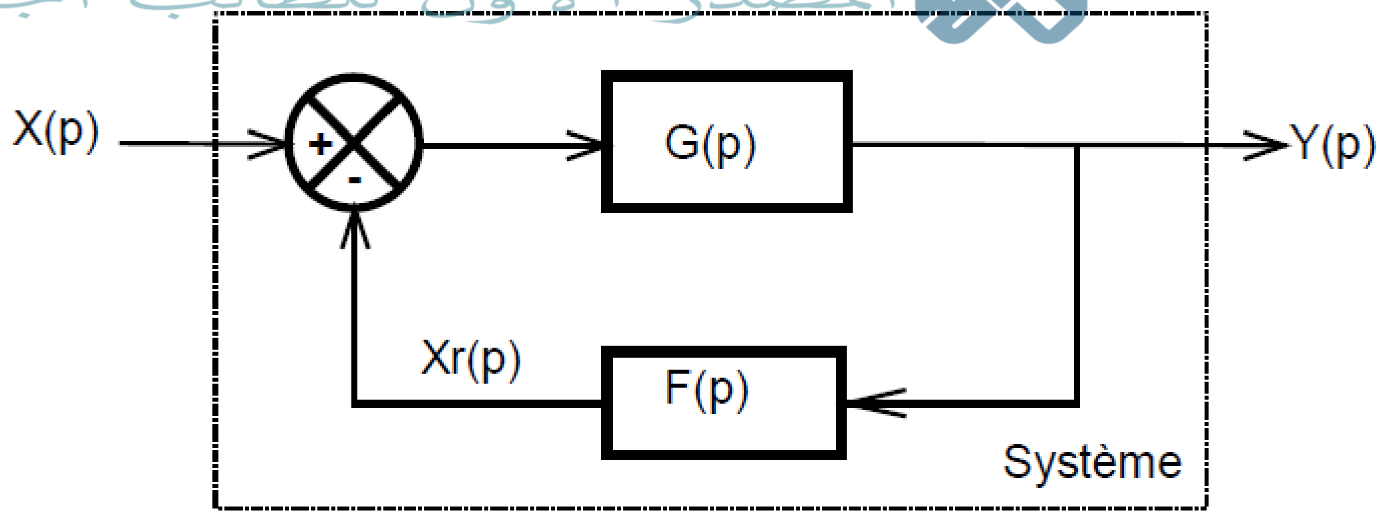


Le calcul de la transformée de Laplace inverse de Y(p) nécessite une décomposition en éléments simples dont les transformées inverses sont connues.

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

Les schémas fonctionnels ou schémas blocs.

Les schémas fonctionnels sont utilisés avec les transformées de Laplace.



où G(p) est la fonction de transfert de la chaîne d'action
F(p) est la fonction de transfert de la chaîne de réaction

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

Les règles d'écriture des schémas fonctionnels sont les suivantes :

Les branches représentent les variables.

Les blocs représentent les transmittances.

Les sommateurs additionnent algébriquement les variables.

Les jonctions servent à prélever les valeurs des variables.

Calcul de la fonction de transfert H(p) du système à partir du schéma fonctionnel :

$$\left[X(p)-Xr(p)\right].G(p)=Y(p) \quad soit \quad G(p)X(p)=Y(p).\left[1+F(p)G(p)\right]$$

$$H(p)=\frac{Y(p)}{X(p)}=\frac{G(p)}{1+G(p)F(p)}$$

H(p) est aussi appelé la Fonction de Transfert en Boucle Fermée : FTBF

G(p)F(p) est appelé la Fonction de Transfert en Boucle Ouverte : FTBO

G(p) est appelé la fonction de transfert de la chaîne d'action

SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS (SLCI)

En résumé: $H(p) = FTBF = \dfrac{\text{Chaîne d'action}}{1 + FTBO}$.

Manipulations sur les schémas fonctionnels.

Les schémas fonctionnels ne sont pas toujours de structure simple. Des manipulations peuvent permettre de réduire leur complexité.