

Université Saad Dahleb BLIDA1

M 1 : Agroalimentaire et contrôle qualité

SAHLA MAHLA

المصدر الاول للطالب الجزائري



Cours Rhéologie

Dr.Djedri-Bani.S

Chapitre I : Introduction à la mécanique des fluides

SAHLA MAHLA



I.1 Principe de base sur la mécanique des fluides

- Un liquide réel en mouvement s'organise en « lames », elles-mêmes en mouvement les unes par rapport aux autres.
- La lame qui est en contact avec la paroi de la « canalisation » est immobile,
- A cause de la viscosité, il existe un gradient de vitesse : chaque lame se déplace à une vitesse différente.

- La force de frottement entre deux lames successives du liquide est donnée par :

$$F = -\eta A \frac{dv}{dy}$$

المصدر الاول للطالب الجزائري



A est l'aire de contact entre les lames, η la viscosité et dv/dy le gradient de vitesse.

I.2. Les différents types de fluides

1. Les fluides parfaits

En mécanique des fluides, un fluide est dit parfait s'il est possible de décrire son mouvement sans prendre en compte les effets de frottement.

2. Les Fluides réels

Contrairement à un fluide parfait, qui n'est qu'un modèle pour simplifier les calculs, pratiquement inexistant dans la nature, dans un fluide réel les forces tangentielles de frottement interne qui s'opposent au glissement relatif des couches fluides sont prise en considération. Ce phénomène de frottement visqueux apparaît lors du mouvement du fluide.

C'est uniquement au repos, qu'on admettra que le fluide réel se comporte comme un fluide parfait,

3. Les fluides incompressibles

Un fluide est dit incompressible lorsque le volume occupé par une masse donnée ne varie pas en fonction de la pression extérieure. Les liquides peuvent être considérés comme des fluides incompressibles (eau, huile, etc.)

4. Les Fluides compressibles

Un fluide est dit compressible lorsque le volume occupé par une masse donnée varie en fonction de la pression extérieure. Les gaz sont des fluides compressibles.

المصدر الأول للطالب الجزائري
Par exemple, l'air, l'hydrogène, le méthane à l'état gazeux, sont considérés comme des fluides compressibles.

I.3. Loi de Poiseuille dans la mécanique des fluides

• D'après Bernoulli, la pression d'un fluide dans un tuyau horizontal de section constante doit être constante.

المصدر الاول للطالب الجزائري



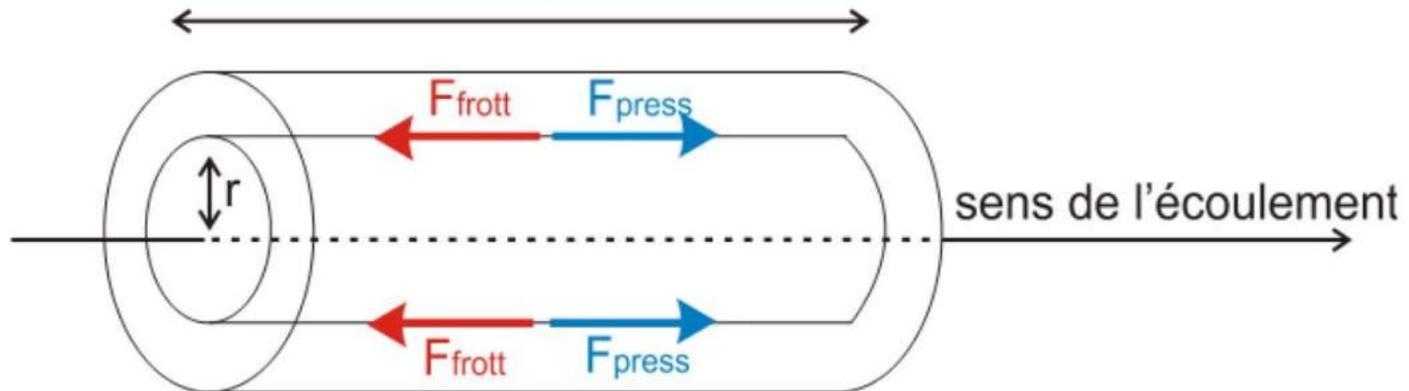
• Ce n'est vrai que pour les fluides parfaits, qui ne subissent aucune force de frottement.

• Pour un fluide de viscosité non nulle, on assiste à une baisse de pression ΔP le long de la canalisation. Cette différence de pression sert à « vaincre » les forces de frottements et à maintenir l'écoulement.

- Pour une « lame » de forme cylindrique dans le liquide, on peut calculer la force de pression et la force de frottement

SAHLA MAHLA

المصدر الاول للطالب الجزائري



$$F_{frott} = -\eta (2\pi RL) \frac{dv}{dr} \quad \text{et} \quad F_{press} = \Delta P \pi r^2$$

- Si l'écoulement est uniforme (avec un débit constant), les deux forces se compensent.

SAHLA MAHLA

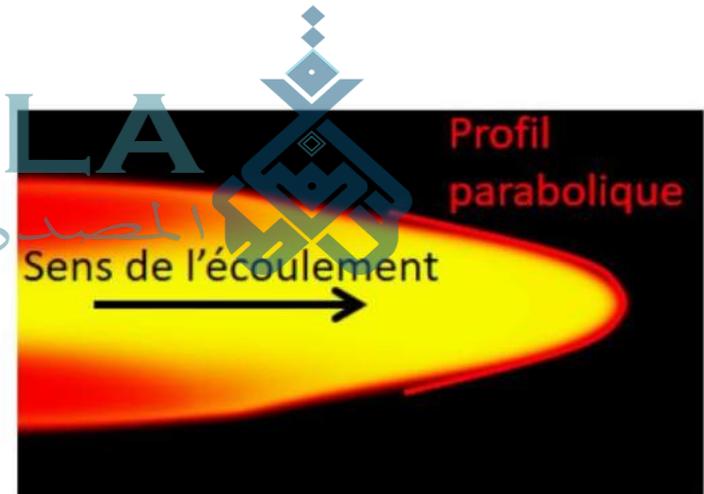
المصدر الاول للطالب الجزائري

$$F_{frott} = -\eta(2\pi RL) \frac{dv}{dr} = F_{press} = \Delta P \pi r^2$$

Donc, on obtient : $\frac{dv}{dr} = -\frac{\Delta P}{2\eta L} r$

Ce qui permet de calculer

$$v(r) = \frac{\Delta P}{4\eta L} (R^2 - r^2) \quad (1) \Rightarrow \text{répartition parabolique des vitesses!}$$



- Mesurer $v(r)$ est difficile, on travaille plutôt avec la vitesse moyenne et le débit

: SAHLA MAHLA

المصدر $D = \pi R^2 \bar{v}$ للطالب الجزائري



- En calculant la vitesse moyenne à l'aide de (1), on peut écrire la loi de Poiseuille :

$$D = \frac{\pi \Delta P R^4}{8 \eta L}$$

Uniquement en régime laminaire!

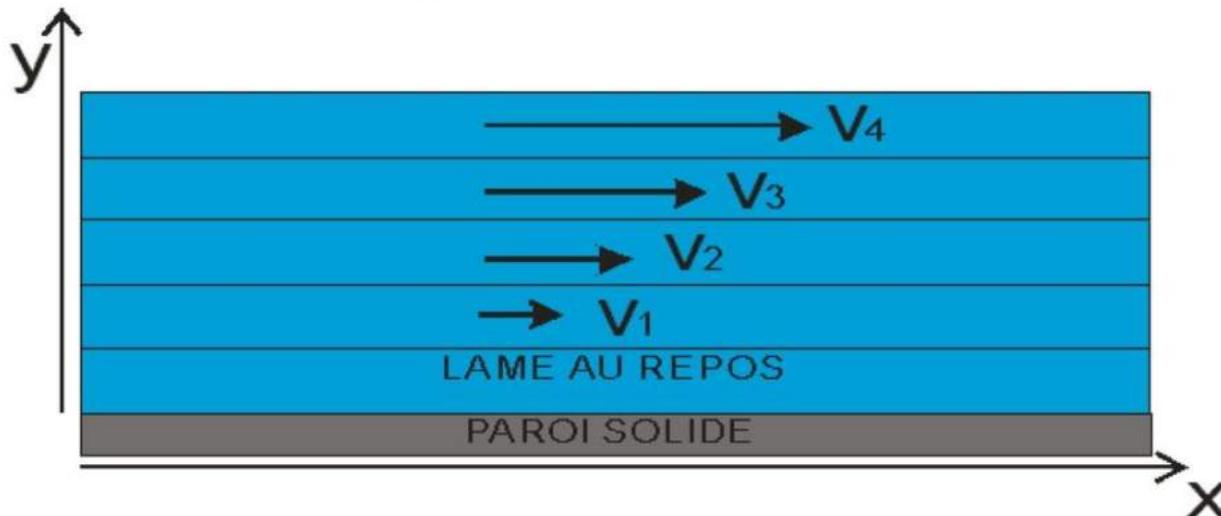
I.4. Les différents types d'écoulement

✓ ÉCOULEMENT LAMINAIRE

L'écoulement laminaire est un mode d'écoulement caractérisé par des trajets lisses ou réguliers du particule du fluide. ces particules se déplacent en couches parallèles sans se mélanger les unes aux autres.

La distribution de la vitesse du fluide dans le tuyau n'est pas homogène.

Dans la zone périphérique, le fluide est freiné sous l'effet des frottement du tuyau et se déplace plus lentement que sur l'axe



✓ ECOULEMENT TURBULENT

le liquide ne s'écoule pas toujours comme des tranches de fluide glissant les unes sur les autres. Il peut se produire des tourbillons, menant à des échanges de particules entre tranches de fluides.

✓ comment savoir dans quel régime l'on se trouve?

En calculant le nombre de Reynolds :

$$N_R = \frac{\bar{v} \rho a}{\eta}$$

\bar{v} est la vitesse moyenne de l'écoulement, a est le rayon de la canalisation, ρ la masse volumique du liquide et η sa viscosité.

• N_R est un nombre sans dimensions (attention aux unités employées).

• SI $N_R < 1000 \Rightarrow$ ECOULEMENT LAMINAIRE

• SI $N_R > 1500 \Rightarrow$ ECOULEMENT TURBULENT



Pour $1000 < N_R < 1500$, régime transitoire entre turbulent et laminaire.

Remarque : en réalité, l'écoulement n'est parfaitement laminaire que lorsque $N_R \ll 1000$.

I.5. les propriétés physiques des fluides

1. Masse volumique :

$$\rho = \frac{m}{V}$$

المصدر الأول للطالب الجزائري



Ou:

m: masse en kg

V : volume en m³

ρ de l'eau = 1000 kg m⁻³

P de l'huile d'olive = 918 kg m⁻³

2. Poids volumique

$$w = \rho \cdot g$$

Ou

ρ : masse volumique en Nm⁻³

g: l'accélération de la pesanteur en m. s⁻²

3. La densité

$$d = \frac{\text{masse volumique du fluide}}{\text{masse volumique du fluide de référence}}$$

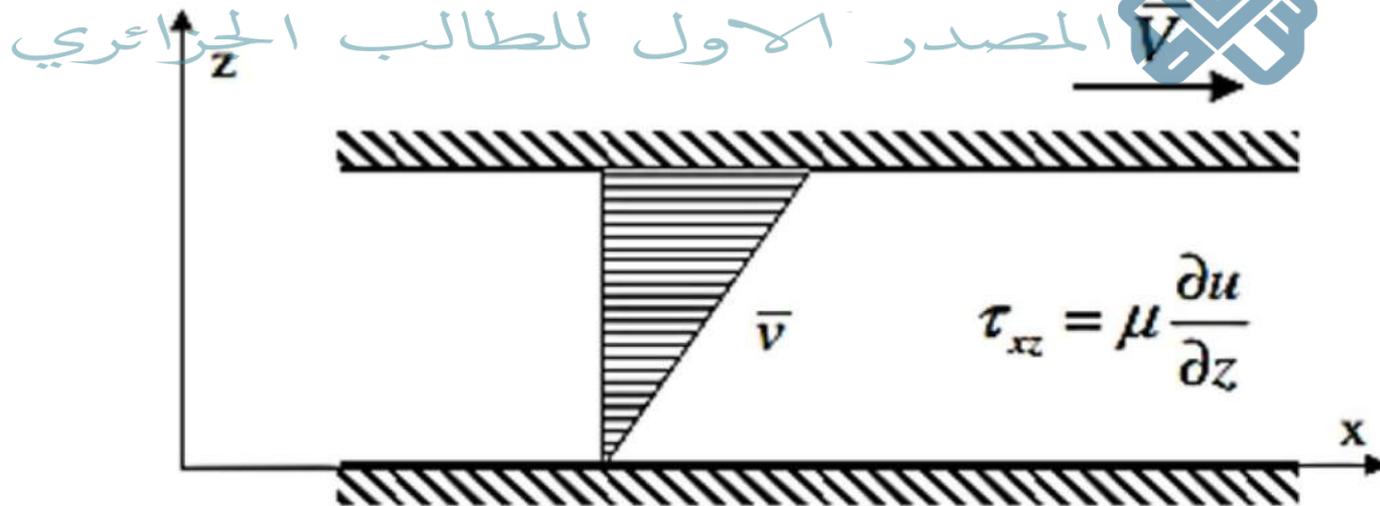
المصدر الأول للطالب الجزائري

Dans le cas des liquides l'eau est le fluide de référence

Dans le cas des gaz ,l'air est fluide de référence

4. viscosité :

La viscosité caractérise l'aptitude d'un fluide à s'écouler. A l'échelle microscopique, la viscosité se manifeste par la résistance à l'écoulement d'un système soumis à une contrainte tangentielle.



➤ Viscosité dynamique

$$\tau_{xz} = \mu \frac{\partial u}{\partial z}$$

■ μ est le coefficient de viscosité dynamique

– 1 poiseuille = 1 kg/m s = 1 N s/m²

➤ Viscosité cinématique ν :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad \text{m}^2/\text{s}$$

SAHLA MAHLA

المصدر الأول للطالب الجزائري



Où ρ est la masse volumique du fluide.

➤ Viscosité relative μ_r :

Elle est donnée par la relation :

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_s}$$

avec μ_s : viscosité du solvant .

Elle est définie comme étant la viscosité d'un liquide donné par rapport à celle d'un autre liquide de référence (solvant par exemple).

Les paramètres dont dépend la viscosité des fluides :

- **La température :**

la viscosité varie en fonction de la température une loi exponentielle croissante (loi d'Arrhenius).

$$\mu = Ae^{\Delta E/RT}$$

ΔE représente l'énergie d'activation, c.à.d.. la hauteur de la barrière d'énergie à franchir, par mouvement brownien, pour déplacer une molécule d'une position d'équilibre à une autre.

Expérimentalement, il est donc très important de réguler la température lorsqu'on veut faire une mesure précise de la viscosité. La plupart des appareils permettent de travailler à 0.01°C près.

| Fluide | Température (°C) | Viscosité μ (N s/m ²) |
|----------------|------------------|---------------------------------------|
| Eau | 100 | 0.0002818 |
| Eau | 20 | 0.001002 |
| Essence | 20 | 0.0006 |
| Plasma sanguin | 37 | 0.0013 |
| Huile de ricin | 25 | 0.650 |
| Hydrogène | 20 | 0.000009 |
| Vapeur d'eau | 100 | 0.000013 |
| Air | 20 | 0.000018 |
| Oxygène | 20 | 0.000020 |

- **La pression :**

pour les liquides : son influence est négligeable.

pour les gaz : si la pression augmente, il y a plus de frottements au sein du

fluide, la viscosité augmente un peu.

exemple : air à 20 °C : $\mu = 1.72 \cdot 10^{-5}$ Pa.s sous 1 atm ; $\mu = 1.82 \cdot 10^{-5}$ Pa.s

sous 20 atm

- **Le temps :**

L'influence du temps, combinée avec celle de la contrainte de cisaillement τ , peut être complexe et peut donner lieu à des phénomènes thixotropiques ou rhéopexiques .

- **La contrainte de cisaillement :**

variable à prendre en considération quand on considère des conditions d'écoulements pratiques. Il peut varier sur une très large gamme comme la viscosité.

7 Ordres de grandeurs de viscosités typiques

| Phénomène | typique (s^{-1}) | Application |
|-------------------------------------|----------------------|---|
| Sédimentation | $10^{-6} - 10^{-4}$ | peintures |
| Étalement par tension superficielle | $10^{-2} - 10^{-1}$ | peintures, encres |
| coulure par gravité | $10^{-1} - 10^1$ | peintures |
| extension | $10^0 - 10^2$ | polymères fondus |
| malaxage | $10^1 - 10^2$ | agro-alimentaire |
| mélangeage, agitation, pompage | $10^1 - 10^3$ | |
| application pinceau, pulvérisation | $10^3 - 10^4$ | pulvérisation, injection, peintures |
| étalement par friction | $10^4 - 10^5$ | cosmétique, lotion et crème sur la peau |
| enduction haute vitesse | $10^5 - 10^6$ | papier |

I.6. le cisaillement

- Mouvements de cisaillement

SAHILA MAHILA المصدر
Un mouvement de cisaillement simple est celui du mouvement d'un échantillon entre 2 surfaces planes,



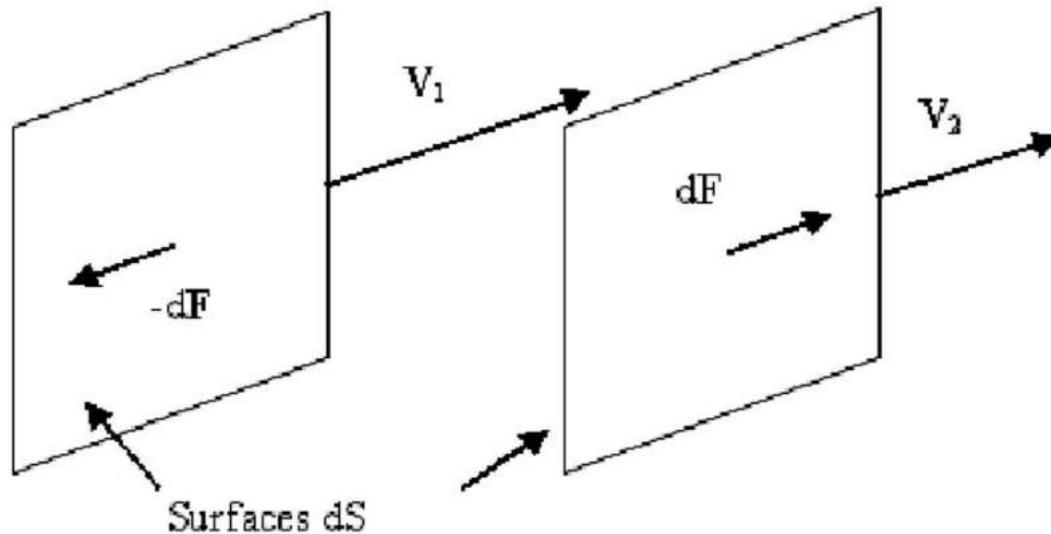
- l'une au repos
- l'autre animée d'un déplacement parallèle à elle même analogue à une peinture brossée sur un mur, une crème cosmétique étalée sur une peau, du beurre étalé sur une tartine...

Conditions :

- Le mouvement est laminaire (non turbulent). Les couches glissent les unes sur les autres.
- Le matériau est assimilé à une superposition de couches adjacentes d'épaisseur « d_e » infiniment minces sans qu'il y ait transfert de matière entre les couches.

- Contrainte tangentielle

Si 2 couches au contact l'une de l'autre, se déplacent l'une par rapport à l'autre, il en résulte l'apparition de forces de frottement qui s'exercent tangentiellement la surface de la couche : les forces de cisaillement. Contrainte de cisaillement



$V_1 > V_2$
① exerce sur ② une force dF qui tend à accélérer ①.
D'après le principe des actions réciproques, ② exerce sur ① une force $-dF$ qui tend à freiner ②.

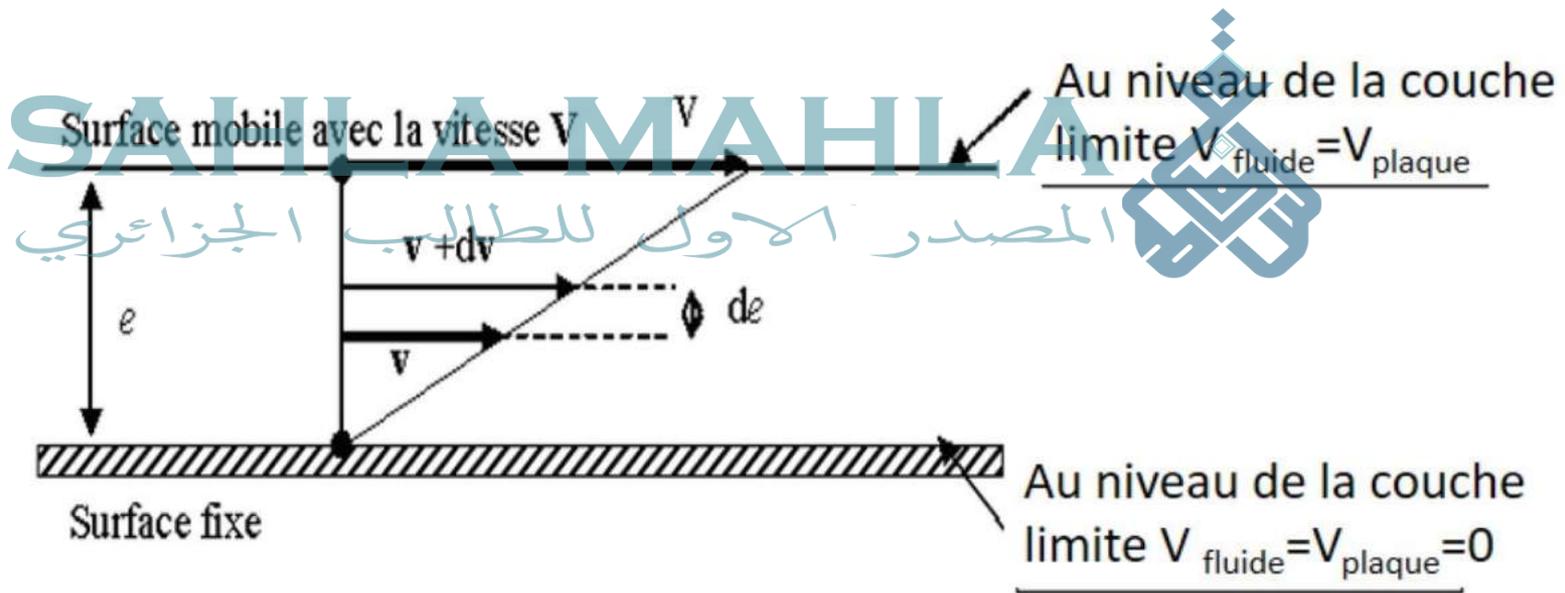
Ces forces dépendent de la surface considérée :

$$\tau = \frac{dF}{dS}$$

N.m⁻² ou Pa

La contrainte est aussi notée σ

- Vitesse de cisaillement (shear rate), ou gradient de cisaillement



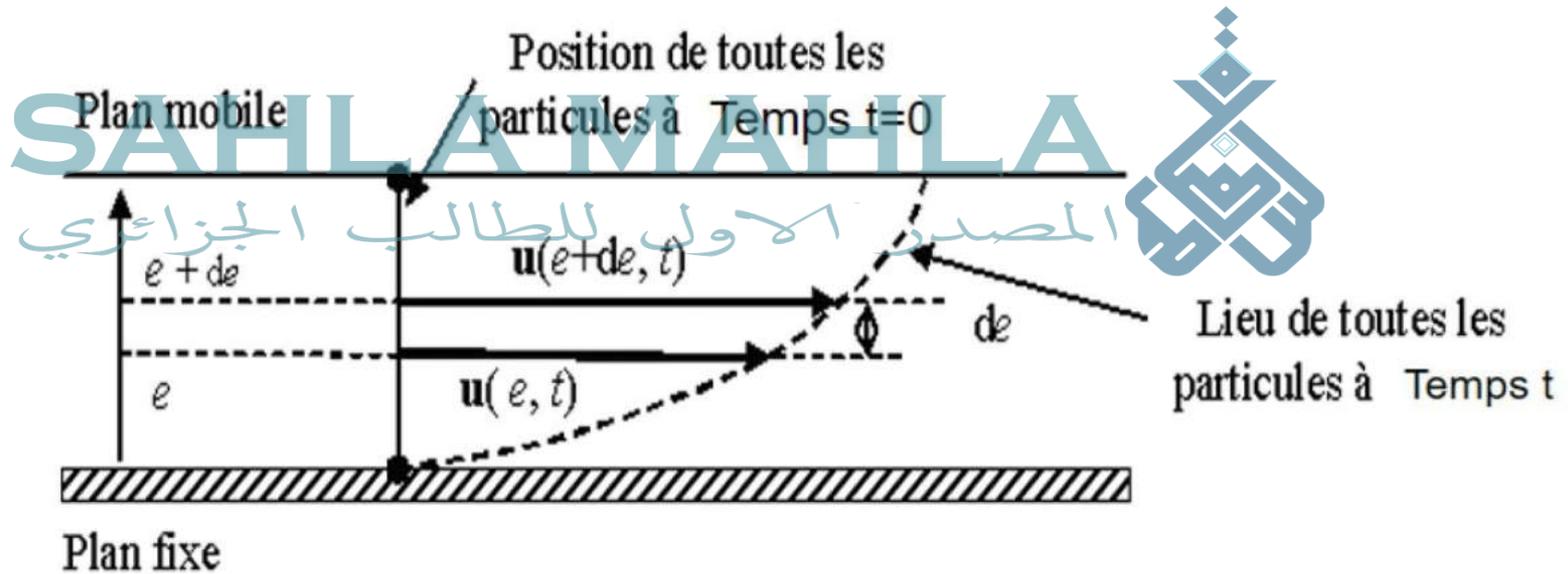
Des vitesses de cisaillement très importantes peuvent être atteintes même avec v très petite, si e est très faible :

- Appelée aussi taux de cisaillement $\gamma = \frac{dv}{de} \text{ (s}^{-1}\text{)}$

NB: La vitesse de cisaillement est aussi notée ϵ

exemple d'une crème une fine couche de beurre étalé sur une surface (pain grillé)

Il ne faut pas confondre vitesse de cisaillement et déformation de cisaillement



$$\gamma = \frac{du}{de}$$

Déformation de cisaillement

$$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt} = \frac{d}{dt} \frac{du}{de} = \frac{d}{de} \frac{du}{dt} = \frac{dv}{de}$$

Vitesse de cisaillement

Chapitre II : la rhéologie

II.1. Définition de la rhéologie

Le terme « rhéologie » a été proposé par Eugène Cook Bingham en 1928, pour désigner « la science qui étudie les déformations et l'écoulement de la matière », et qui prolonge et complète les différentes branches de la mécanique : élasticité, plasticité, mécanique des fluides, hydraulique, etc.

Plus exactement, l'objet de la rhéologie est l'étude du comportement mécanique, c'est à dire des relations entre les déformations et les contraintes de la matière.

tout matériau est susceptible de s'écouler ; tout dépend de l'échelle de temps considéré. l'écoulement

SAHILA MAHLA

المصدر الأول للطالب الجزائري



❖ d'un fleuve est la seconde

❖ d'un glacier l'année

❖ d'un massif rocheux, le million d'années

Le matériau subit une contrainte, se déforme plus ou moins,

il restitue la déformation quand la contrainte cesse,

il restitue l'énergie stockée pendant l'application de la contrainte.

Loi de Hooke :

$$E = \frac{\tau}{\gamma}$$

Module élastique = Contrainte/déformation

Ainsi, la rhéologie comporte différents aspects :

– caractérisation du comportement du fluide

– modélisation des comportements (lois de comportement)

– calculs prédictifs des comportements lors de la mise en forme, de l'utilisation des matériaux.

– compréhension des origines physiques des comportements

– ajustement du fluide aux propriétés d'écoulement désirées (c'est une partie du rôle de la formulation)



SAPHLA MAHLA

المصدر الأول للطلاب الجزائري

II.2. Classification des Fluides en Fonction de Leur Comportement Rhéologique :

SAHLA MAHLA 
L'état fluide est caractérisé par deux principaux types de comportement rhéologique suivant la nature des paramètres qui influent sur l'aspect de la courbe d'écoulement :

- Les fluides « indépendants du temps » .
- Les fluides « dépendants du temps » .

II.2.1.LES FLUIDES « INDÉPENDANT DU TEMPS » :

Ce sont les fluides pour lesquels il existe une relation biunivoque entre la contrainte de cisaillement τ et la vitesse de cisaillement $\dot{\gamma}$

Leur comportement rhéologique est indépendant de la durée d'application de la contrainte. Leur équation générale s'écrit :

$$\tau = \tau (\dot{\gamma})$$

Cette catégorie de fluides est subdivisée en :

- Fluides newtoniens au comportement indépendant du temps .
- Fluides non newtoniens au comportement indépendant du temps .
- Fluides plastiques à contrainte seuil.

1. Les fluides newtoniens :

Ces fluides sont caractérisés par une relation proportionnelle entre la contrainte de cisaillement τ et la vitesse de cisaillement $\dot{\gamma}$.

المصدر الاول للطالب الجزائري

Cette relation s'écrit :

$$\tau = \mu \dot{\gamma}$$

avec μ : viscosité dynamique ou absolue du fluide (Pa.s)

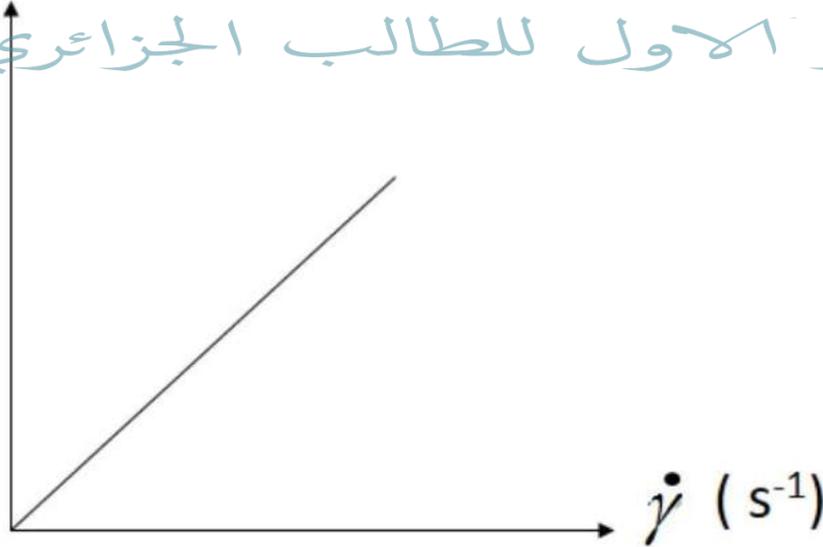
La viscosité dynamique μ est indépendante de la vitesse de cisaillement.

Elle ne dépend que de la température, de la pression et de la nature du fluide.

Le rhéogramme d'un tel comportement est une droite qui passe par l'origine

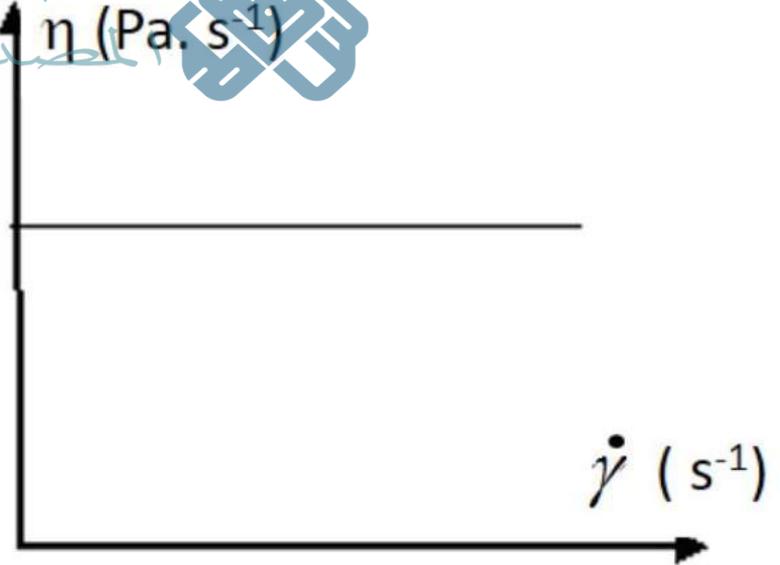
Le rhéogramme d'un tel comportement est une droite qui passe par l'origine

τ (Pa)



Rhéogramme d'un fluide newtonien

η (Pa. s⁻¹)



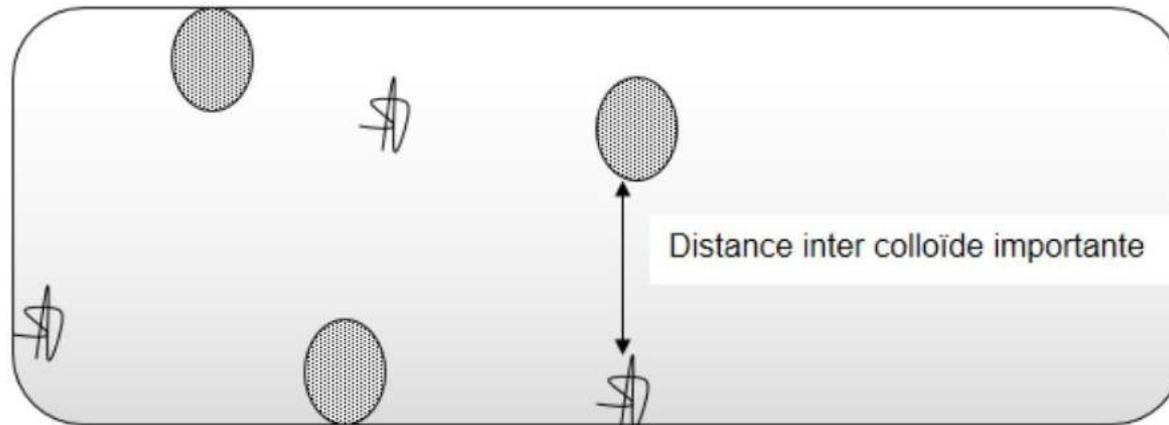
Courbe de viscosité d'un fluide newtonien

Interprétation à l'échelle microscopique :

pour ces fluides, (émulsions, suspensions, solutions polymériques,..., etc.), les distances interparticulaires sont importantes si bien que les interactions entre les colloïdes sont négligeables, voir nulles.

La résistance de ces colloïdes à l'écoulement reste la même quelque soit l'intensité de l'écoulement et donc quelque soit la vitesse de déformation de cisaillement $\dot{\gamma}$

En conséquence $\mu = \text{constante}$ et ne dépend pas de $\dot{\gamma}$.



Etat structural d'un système colloïdal à comportement newtonien en écoulement ou au repos.

2. Les fluides non newtoniens :

Les fluides non newtoniens au comportement indépendant du temps sont caractérisés par une relation générale de type :

$$\tau = \mu_a \dot{\gamma}$$

avec μ_a : viscosité apparente dépendante de la vitesse déformation et de cisaillement.

Les raisons du caractère non-newtonien d'un fluide sont liées à :

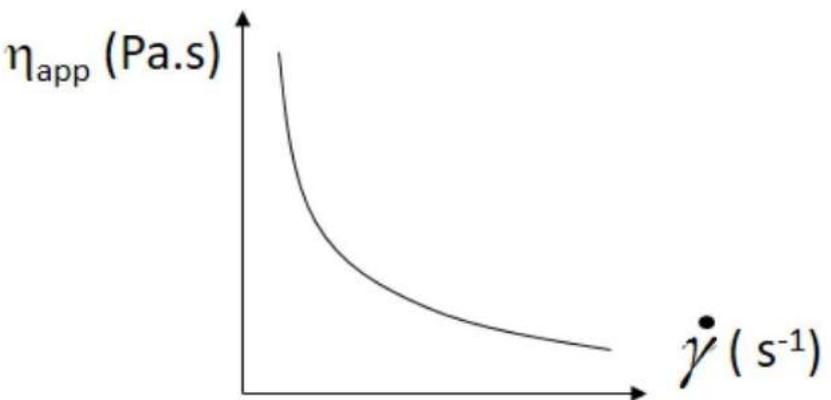
- La taille des particules,
- leur concentration dans la phase continue,
- leur forme, leur nature ,
- leur aptitude à la déformation.

▪ **Les fluides à comportement rhéofluidifiant :**

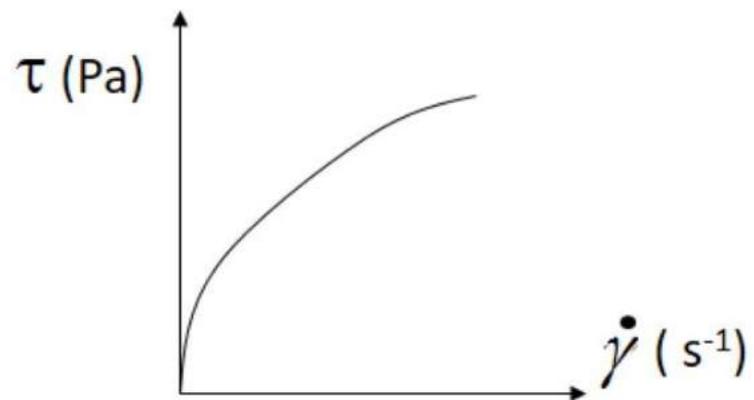
Dans le cas de ce type de fluide, en écoulement, la viscosité apparente diminue avec l'augmentation de la vitesse de déformation de cisaillement et donc

La représentation du rhéogramme contrainte= f(vitesse de cisaillement), $\tau = f(\dot{\gamma})$

présente une courbure concave qui passe par l'origine



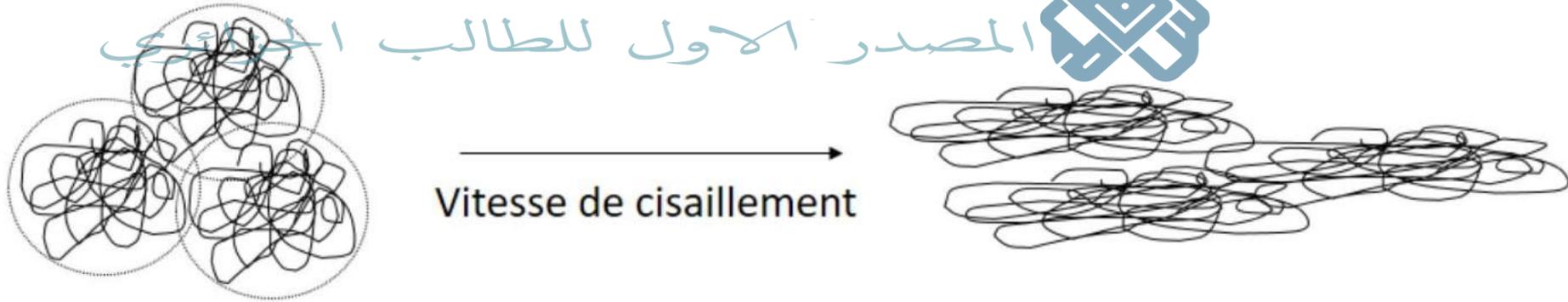
**Courbe de viscosité
d'un fluide rhéofluidifiant**



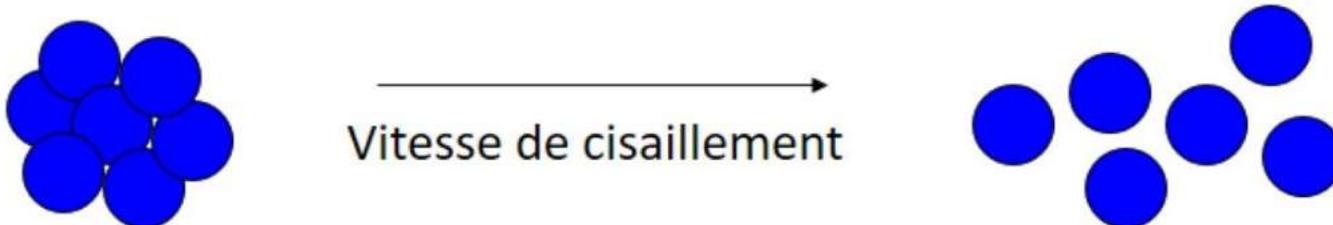
**Rhéogramme d'un fluide
rhéofluidifiant**

Interprétation à l'échelle microscopique :

les molécules, sous l'effet de la vitesse de cisaillement ont tendance à s'aligner progressivement le long des couches ce qui favorise leur glissement relatif.

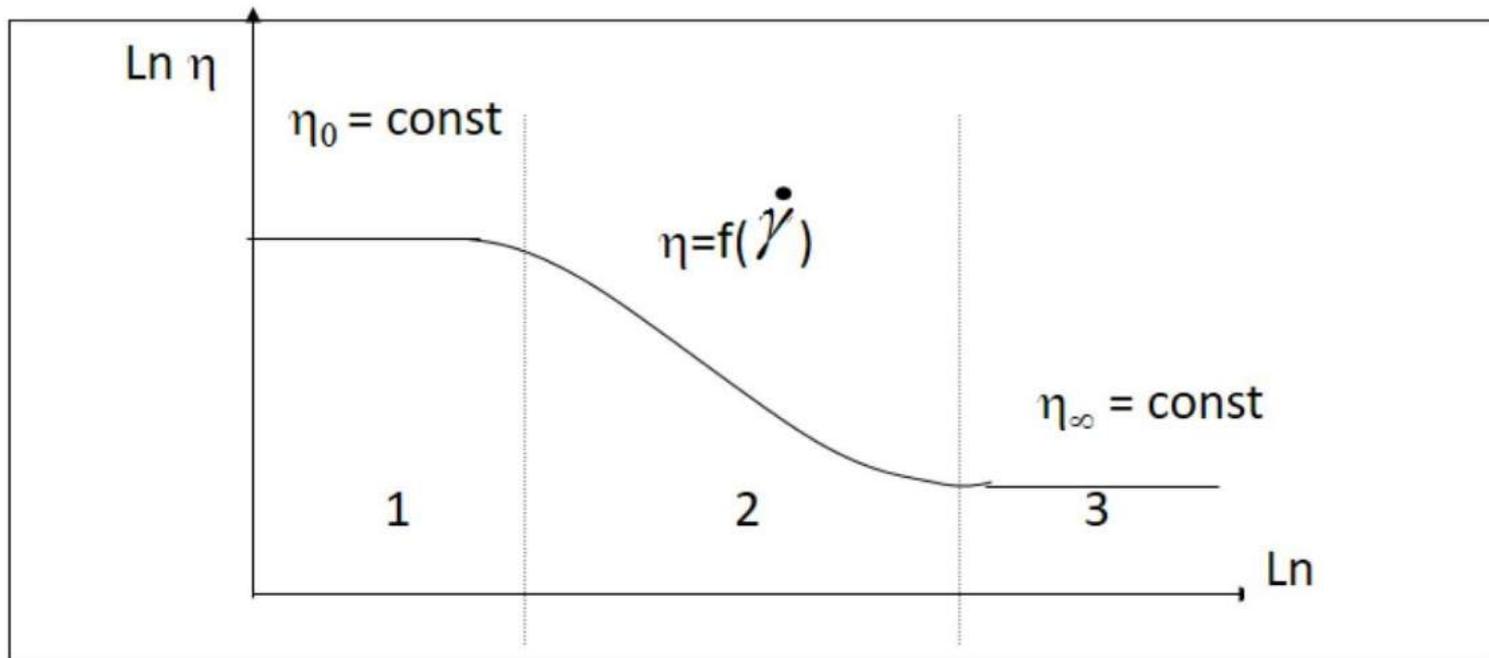


Une seconde interprétation consiste à envisager une modification de la structure du matériau sous l'effet du gradient de vitesse (déstructuration par rupture de liaison de type Van der Waals, défloculation des particules...)



La courbe de viscosité apparente d' une telle solution polymérique en fonction de la déformation de cisaillement, en échelle double logarithmique, montre l'existence de trois régions distinctes.

Ce comportement de viscosité se présente seulement pour les solutions polymériques où les macromolécules s'enroulent pour former des pelotes.



Courbe de viscosité (en échelle logarithmique) d'une solution polymérique de PE.

1) Première région newtonienne avec une valeur constante de la viscosité pour un taux de cisaillement nul (zero shear viscosity η_0).

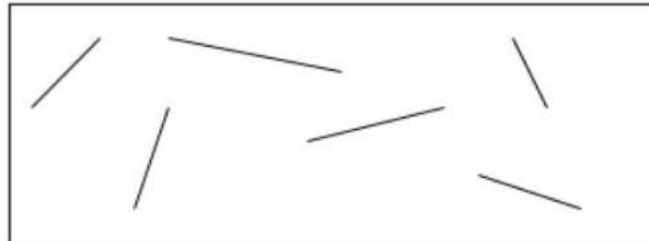
2) Région correspondant à un comportement rhéofluidifiant, où $\eta=f(\dot{\gamma})$.

3) Seconde région newtonienne avec une valeur constante de la viscosité pour un taux de cisaillement infini (infinite-shear viscosity η_∞).

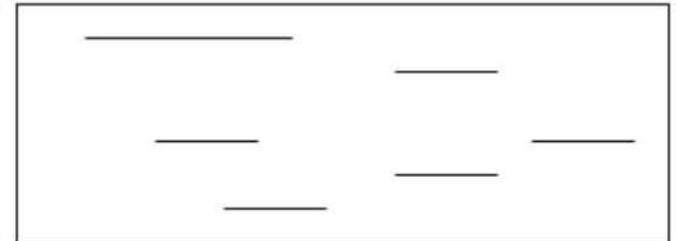
D'autres matériaux peuvent également afficher un comportement rhéofluidifiant, à l'instar des systèmes dispersés (suspensions, émulsions etc.), où sous cisaillement, les particules en suspensions s'orientent suivant la direction de l'écoulement et enregistrent une désagrégation et un changement au niveau de leur forme.

Durant ce processus, les forces d'interaction entre les particules diminuent causant ainsi, un affaiblissement de leur résistance à l'écoulement.

Suspension avec de particules sous forme de bâtonnets ou d'aiguilles

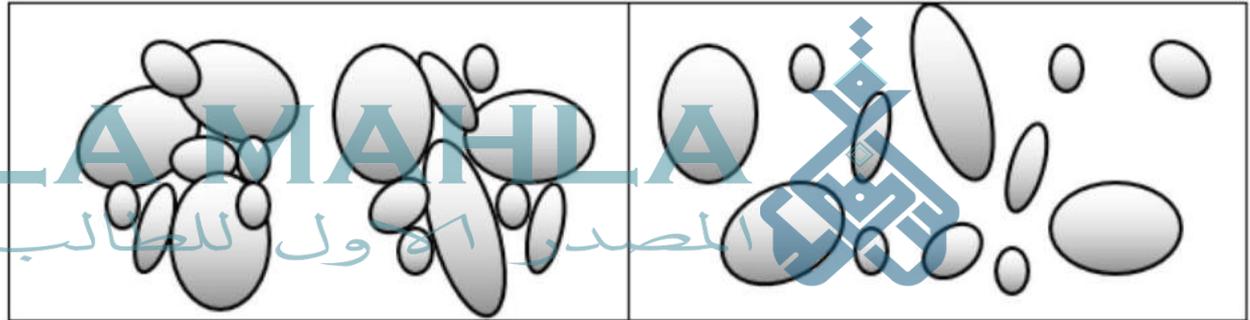


Particules aléatoirement en suspension, en absence d'interaction



Particules orientées

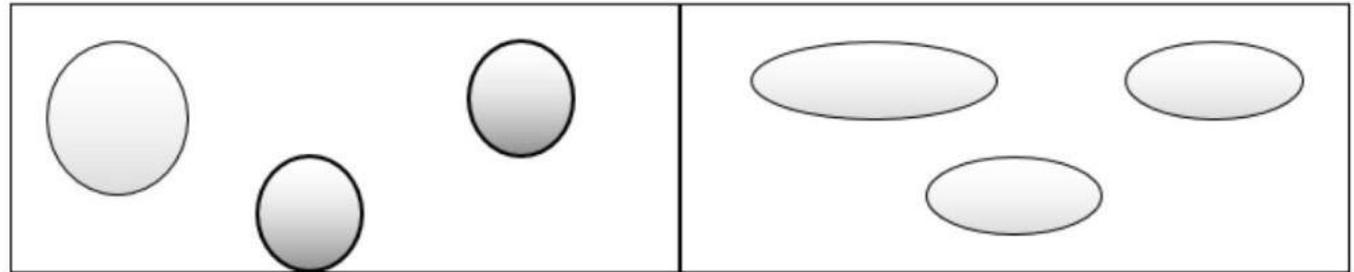
Particules
agglomérée



Particules agrégées
emprisonnant du liquide.

Particules désagrégées

Emulsion



Gouttelettes dispersées
sous forme de sphères.

Particules déformées sous
forme d'ellipses.

Modèle(s) mathématique(s) :

Aucune équation ne peut prétendre venir à bout de ce type de comportement.

L'empirisme est roi ; c'est pourquoi plusieurs modèles doivent être essayés.

المصدر الأول للطالب الجزائري

Ces modèles s'expriment sous la forme

$$\tau = f(\dot{\gamma})$$

La viscosité est définie dans tous les cas par

$$\eta_{(\dot{\gamma})} = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = \frac{f(\dot{\gamma})}{\dot{\gamma}}$$

Empiriquement, le modèle le plus simple pour décrire la rhéofluidité consiste à établir une **loi de puissance** de la viscosité en fonction de la vitesse de cisaillement

SAHLA MAHLA

المصدر الأول للطالب الجزائري



$$\tau = K.(\dot{\gamma})^n$$

$$\eta_{(\dot{\gamma})} = K.(\dot{\gamma})^{n-1}$$

K : est un indice de consistance, traduit en fait la viscosité à 1 s⁻¹

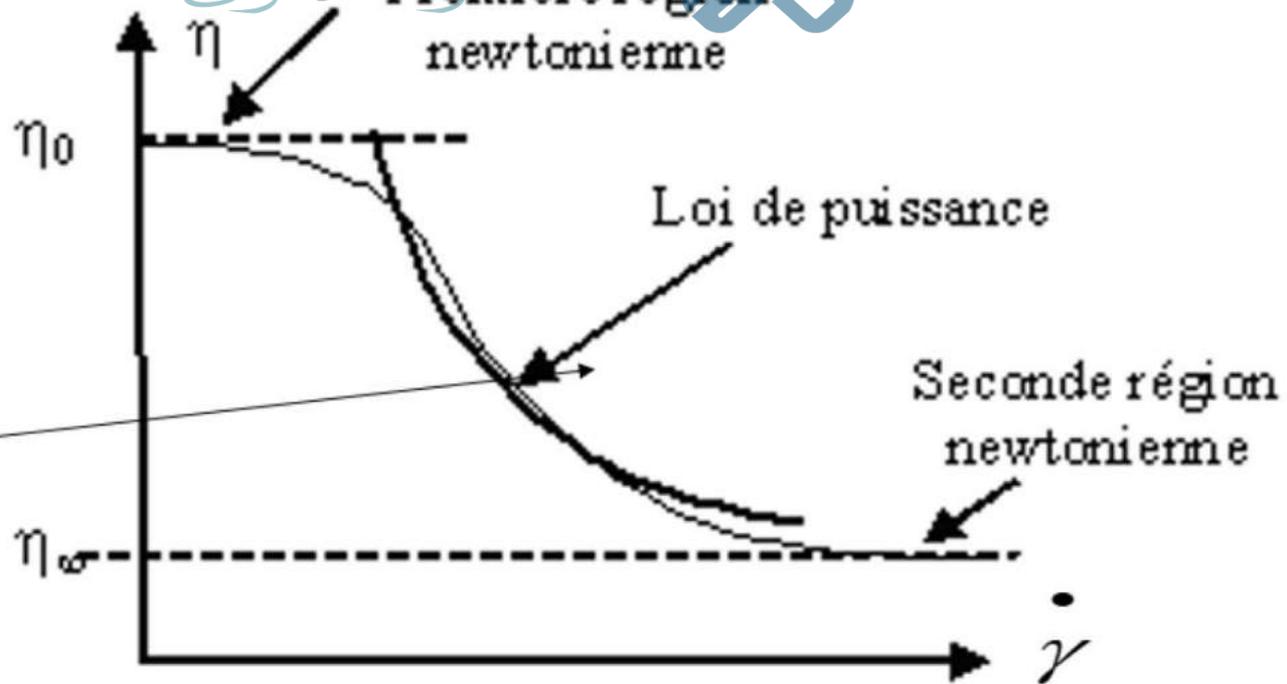
n : est l'indice de rhéofluidité (n<1), traduit l'écart au comportement newtonien

ce modèle ne décrit que la zone de rhéofluidité, mais pas l'ensemble du comportement

SAHLA MAHLA

الاول للطلاب الجزائري

$$\eta_{(\dot{\gamma})} = K.(\dot{\gamma})^{n-1}$$



La loi de puissance ne décrit donc pas les 2 zones de comportement

Newtonien aux faibles et fortes vitesses de cisaillement, Il faut envisager

dans la plupart des cas un modèle empirique plus consistant avec

le comportement réel.

De tels modèles doivent bien sur considérer :

- ✓ la viscosité newtonienne à faible cisaillement (h_0)
- ✓ la viscosité newtonienne aux forts cisaillements (h_∞)

L'un des modèles les plus courant est le **modèle de Cross** :

$$\eta_{(\dot{\gamma})} = \frac{\eta_0 - \eta_\infty}{1 + (C\dot{\gamma})^n}$$

SAHLA MAHLA

المصدر الاول للطلبة الجزائري

OU Cest le couple



Un modèle simplifié du modèle de **Cross** est le **modèle de Williamson**

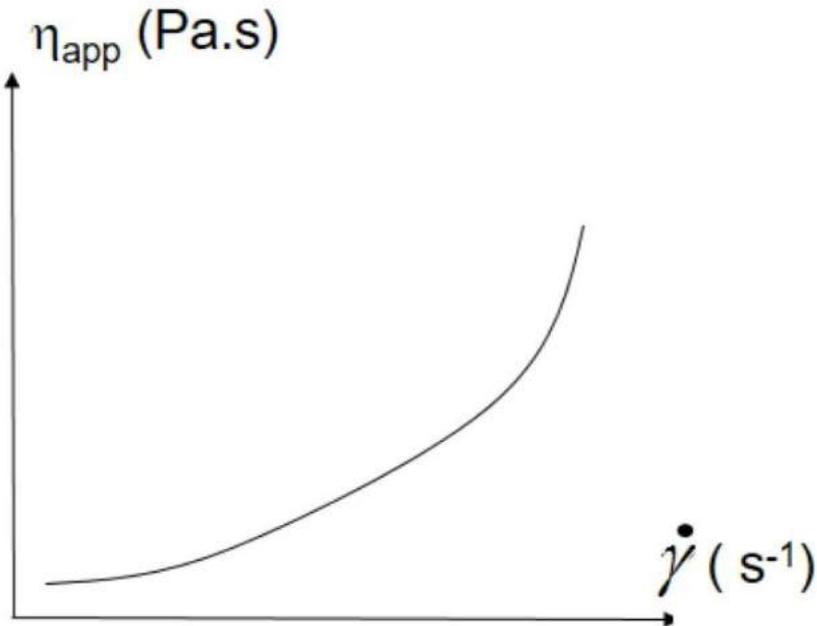
qui pose simplement η_∞ négligeable devant les autres grandeurs de

Viscosité (η à un cisaillement donné et η_0)

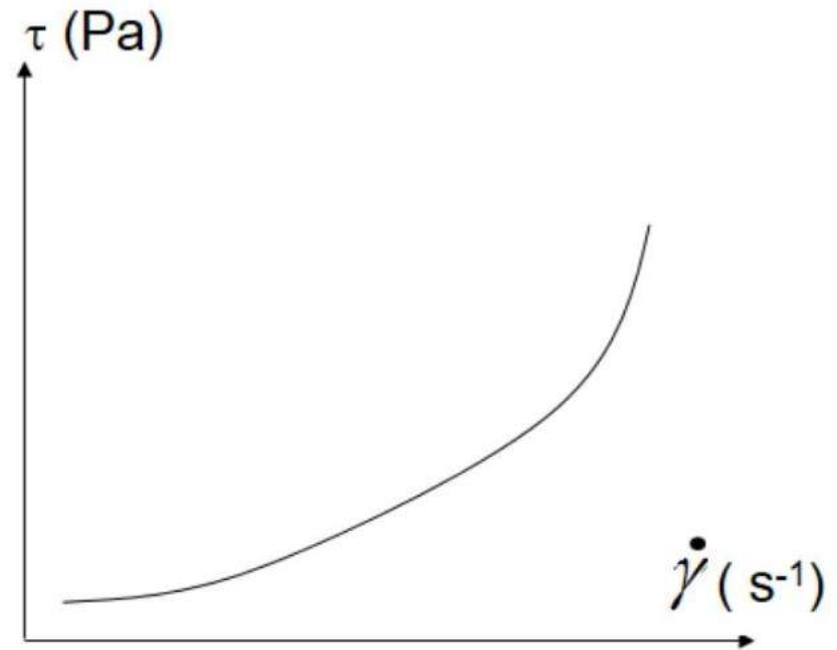
$$\eta_{(\dot{\gamma})} = \frac{\eta_0}{1 + (C\dot{\gamma})^n}$$

- **Les fluides à comportement rhéoépaississant ou dilatant:**

Le comportement rhéoépaississant se traduit par une augmentation de la viscosité apparente avec l'accroissement du cisaillement. Le rhéogramme d'un tel comportement présentent une convexité de la courbure.



**Courbe de viscosité
d'un rhéoépaississant**



**Rhéogramme d'un fluide
rhéoépaississant**

Ce comportement est beaucoup moins fréquent. Il concerne :

✓ des dispersions très concentrées,
SAHLA MAHLA

✓ les solutions d'amidon, المصدر الحلال الجزائري



✓ sables mouillés et compactés

✓ certaines huiles polymériques

3. Les fluides plastiques à contrainte seuil ou fluides plastiques :

Ils sont caractérisés par une contrainte de cisaillement seuil t_0 en dessous de laquelle l'écoulement n'est pas possible. Autrement dit, lorsqu'ils sont soumis à une contrainte très faible, leur viscosité est tellement forte qu'ils ne peuvent s'écouler.

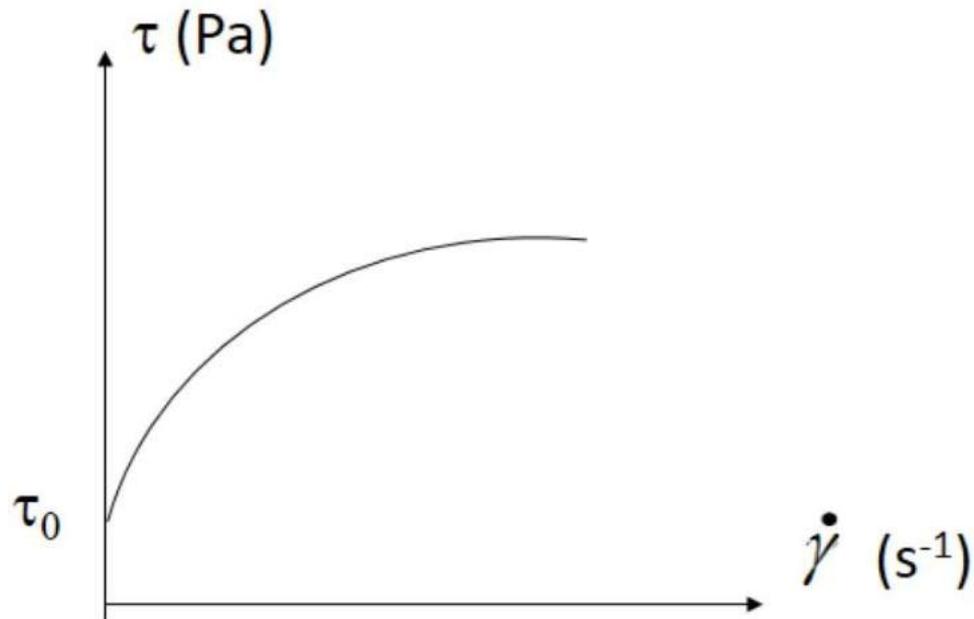
Exemples dans l'industrie agroalimentaire ; la moutarde, le chocolat fondu.

La contrainte seuil apparente ne peut être déterminée directement par mesure, mais elle s'obtient par extrapolation du Rhéogramme à $\dot{\gamma} = 0$. Sa détermination nécessite alors un ajustement mathématique par un modèle rhéologique,

□ Courbe d'écoulement à contrainte de cisaillement imposée: Contrainte seuil comme valeur limite produisant l'écoulement.

❖ Courbe d'écoulement à contrainte de cisaillement imposée:

On impose une rampe en contrainte et on observe le début de mouvement de l'instrument de mesure. La plus grande valeur de la contrainte au delà de laquelle il y a mouvement, représente la contrainte seuil apparente

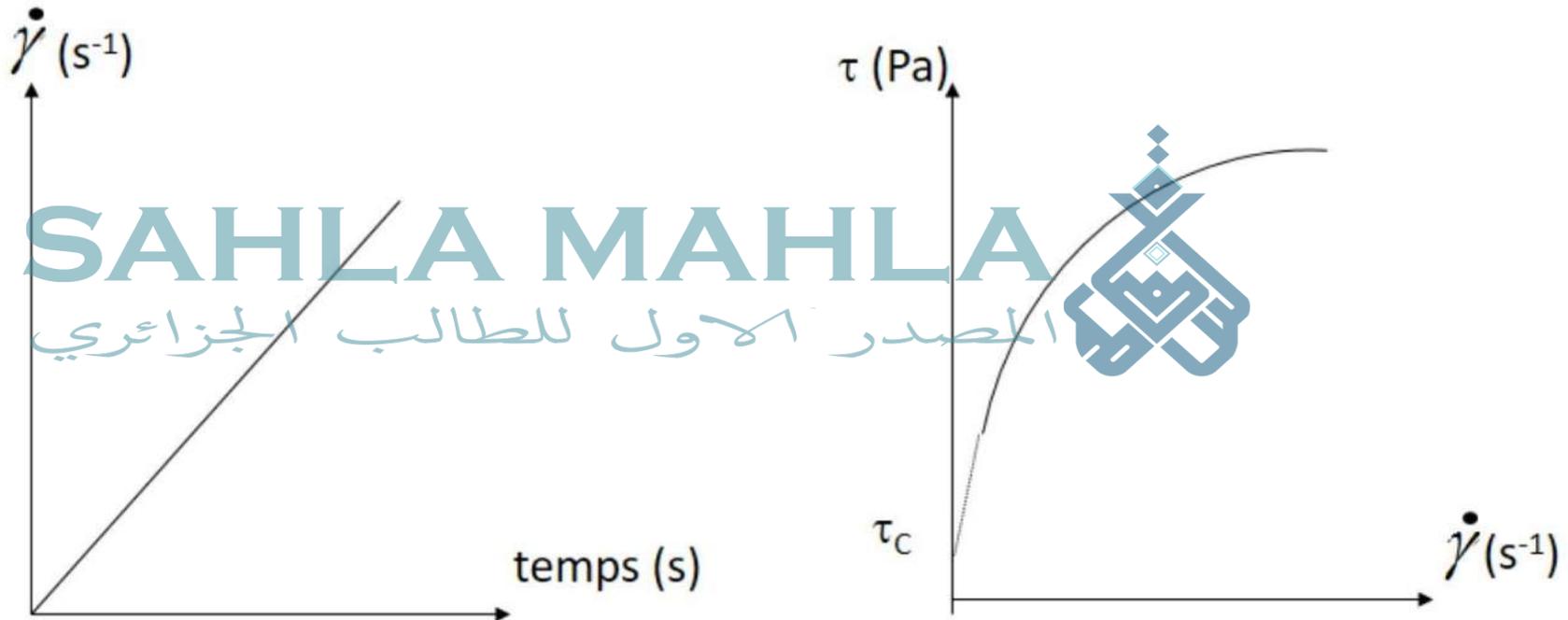


Rhéogramme expérimental.

Il est à noter que la valeur de la contrainte seuil dépend de la résolution de la vitesse du rhéomètre. En effet, un instrument qui arrive à détecter une très faible vitesse ($\dot{\gamma} = 0.0001 \text{ min}^{-1}$) peut afficher une plus faible valeur de t_0 qu'un instrument qui ne peut détecter qu'une vitesse minimale de 0.5 min^{-1} .

❖ Courbe d'écoulement à vitesse de cisaillement imposée

La contrainte seuil apparente ne peut être déterminée directement par mesure, mais elle s'obtient par extrapolation du rhéogramme à $\dot{\gamma} = 0$.



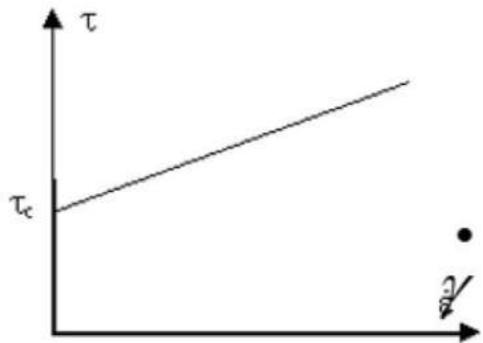
Rampe linéaire de $\dot{\gamma}$ en fonction du temps. Rhéogramme expérimental.

Cette méthode de détermination est utilisée seulement pour le contrôle de qualité (QC) et non pour un travail de recherche ou de développement.

A partir de cette notion de contrainte seuil, plusieurs comportements rhéologiques peuvent être observés

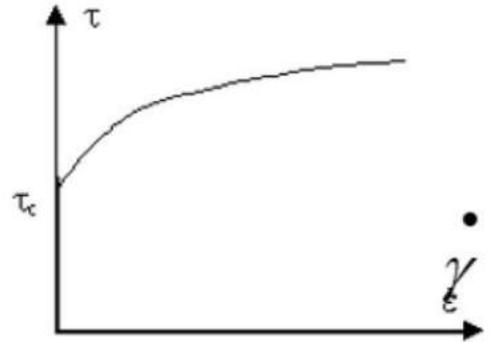


Au delà de τ_s ,
le comportement est newtonien



Liquide plastique idéal
ou **fluides de Bingham**
(anciennes peintures à l'huile)

Au delà de τ_s ,
le comportement est rhéofluidifiant



Liquide plastique non-idéal
ou **fluides de Casson**
cas le plus répandu
(dispersions nouvelles peintures,
dentifrices...)

La loi de Bingham :

SAHLA MAHLA

$$\tau = \tau_c + \mu_p \dot{\gamma} \quad \text{si } \tau > \tau_c$$
$$\dot{\gamma} = 0 \quad \text{si } \tau < \tau_c$$



avec τ_c : contrainte seuil (Pa) .

μ_p : viscosité plastique (Pa.s) .

La loi de Casson :

$$\tau^{1/2} = \tau_c^{1/2} + \dot{\gamma}^{1/2} \quad \tau > \tau_c$$

$$\dot{\gamma} = 0 \quad \tau < \tau_c$$

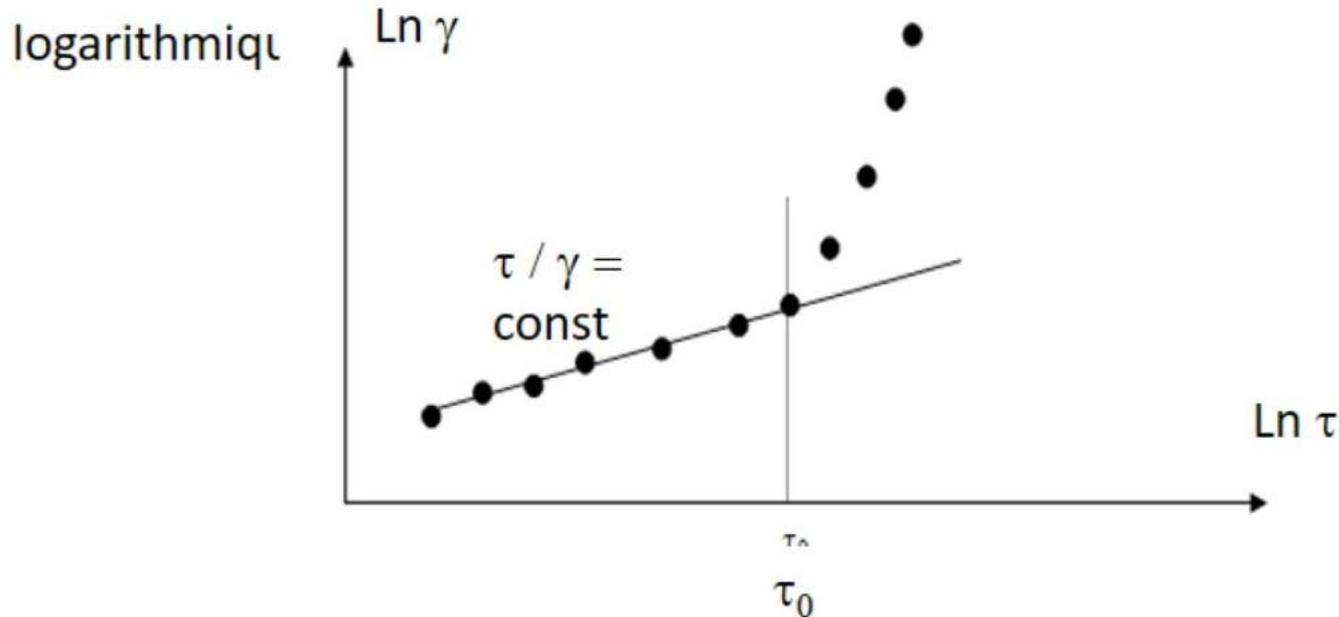
4. Contrainte seuil entre les domaines de déformation élastique et visqueuse (méthode de la tangente).

SAHLA MAHLA

المصدر الأول للطالب الجزائري



En appliquant une rampe en contrainte de cisaillement, la contrainte seuil est obtenue lorsque la région linéaire d'élasticité est excédée. Les points expérimentaux de mesure sont les déformations en fonction des contraintes. Ces points sont représentés en échelle double logarithmique



exemple pour du Ketchup,

le temps référence est de l'ordre de $1/10$ seconde, se qui correspond environ à 25Pa.

Si vous retournez la bouteille sans exercer de force particulière seule la gravité s'exerce sur la sauce. Cette contrainte est bien inférieure à 25Pa. Ainsi sur $1/10$ de seconde, la contrainte seuil n'est pas atteinte et le produit ne coule pas.

II.2.2. Les fluides dépendants du temps

Le comportement rhéologique des fluides dépendants du temps est conditionné par les modifications de leur structure interne.

المصدر الاول للطالب الجزائري



très rapides. Dans ce cas, le temps n'intervient pas de manière apparente dans les équations d'écoulement, la viscosité apparente est alors fixée uniquement pour une valeur donnée de la contrainte ou de la vitesse de cisaillement.

lentes, les caractéristiques de l'écoulement du fluide seront influencées par les traitements antérieurs et la viscosité apparente dépendra dans ce cas d'un autre paramètre : le temps .

Ces modifications peuvent être

Alors, on distinguera trois catégories de fluides dépendants du temps :

SAHLA MAHLA

المصدر الأول للطب الجزائري



Les fluides thixotropes .

Les fluides rhéopèxes .

Les fluides viscoélastiques .

1. Les fluides thixotropes

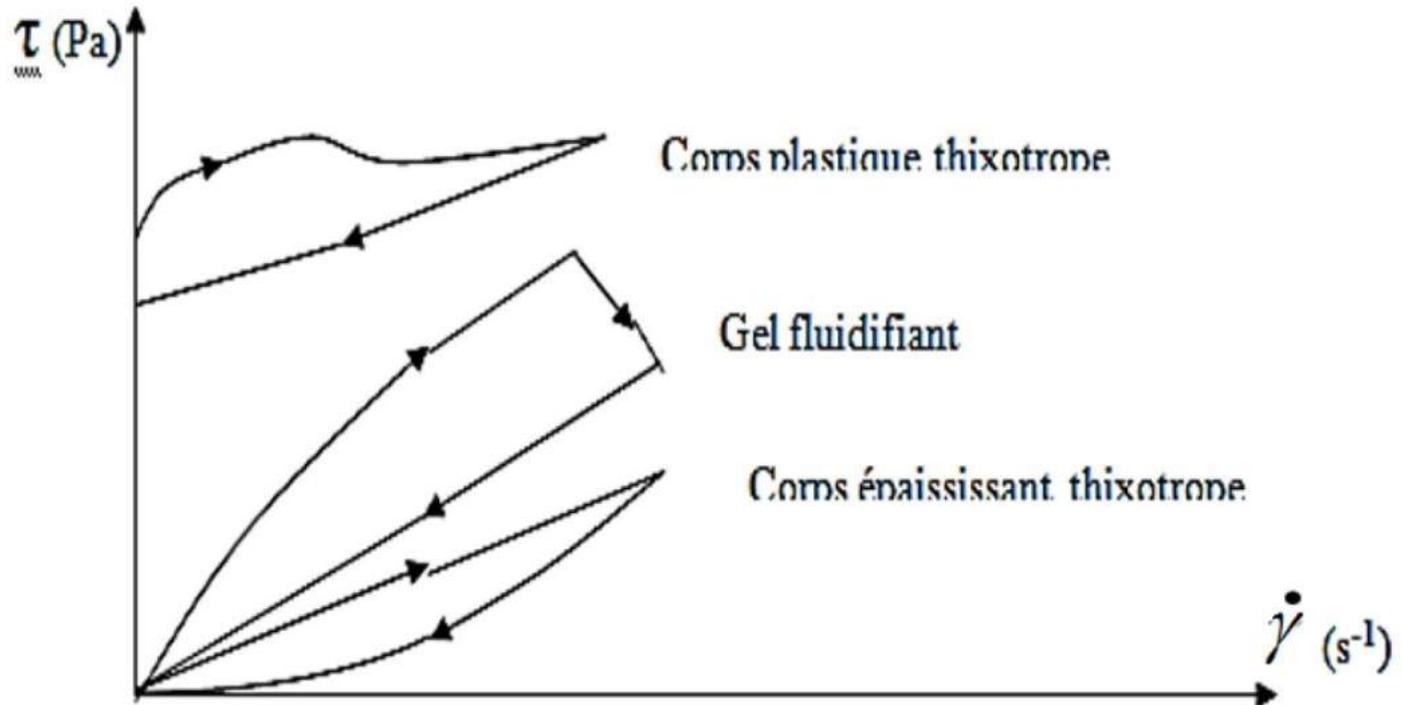
Les fluides thixotropes voient leur viscosité diminuer avec le temps lorsqu'ils sont soumis à un cisaillement constant ou à une contrainte constante. À l'arrêt du cisaillement, la viscosité augmente avec le temps, ce qui indique une réversibilité (au moins partielle) du phénomène

La thixotropie est un phénomène rhéologique de grande importance industrielle. Elle est soit :

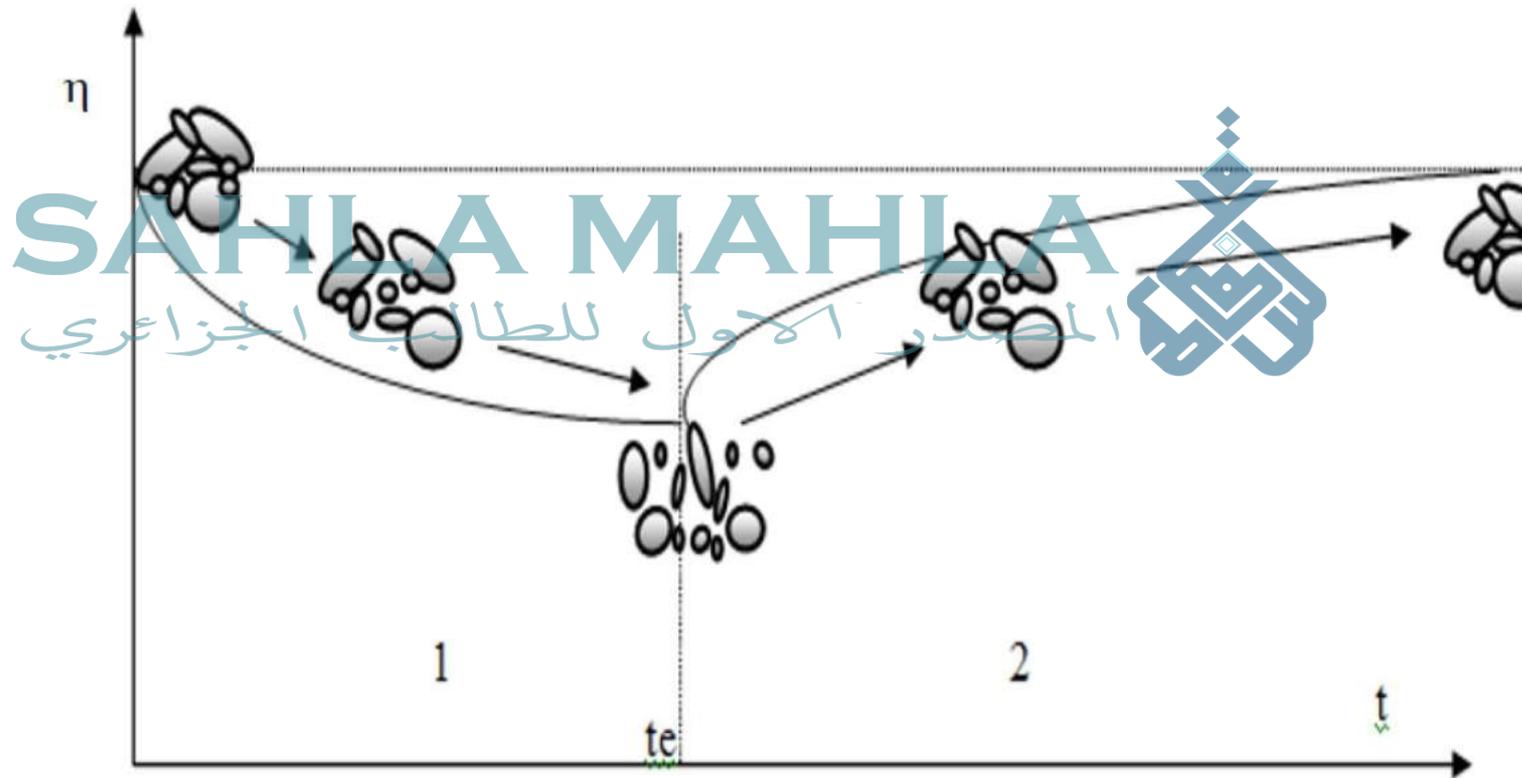
- néfaste dans le cas du démarrage d'installations de pompage,
- recherchée, car il peut être intéressant d'avoir un matériau qui se liquéfie lorsqu'on le met en œuvre et qui se raidit lorsqu'on le stocke ou lorsqu'on le laisse au repos

• Caractérisation du comportement thixotrope :

Un fluide thixotrope est caractérisé par la boucle d'hystérésis obtenue lorsqu'on trace les deux rhéogrammes correspondant à une expérience de charge (cisaillement croissant) suivie d'une décharge (cisaillement décroissant). La taille de la boucle d'hystérésis dépend du temps mis pour atteindre les différentes contraintes ou vitesses de cisaillements de la mesure



Exemple : la mayonnaise et le blanc d'oeuf frais.



- zone 1: Décomposition progressive de la structure sous l'action d'un cisaillement,
- Zone 2: Régénération progressive de la structure lorsque le cisaillement est supprimé.

SAHLA MAHLA

الجزائري

1

Les forces de cisaillement de dispersion domine la cinétique de recomposition de la structure (forces d'attraction de Van Der Waals). En conséquence, les colloïdes résistent de moins en moins à l'écoulement, par le fait qu'ils sont de plus en plus désagrégés. Ainsi, la viscosité apparente accuse une perte progressive dans le temps.

2

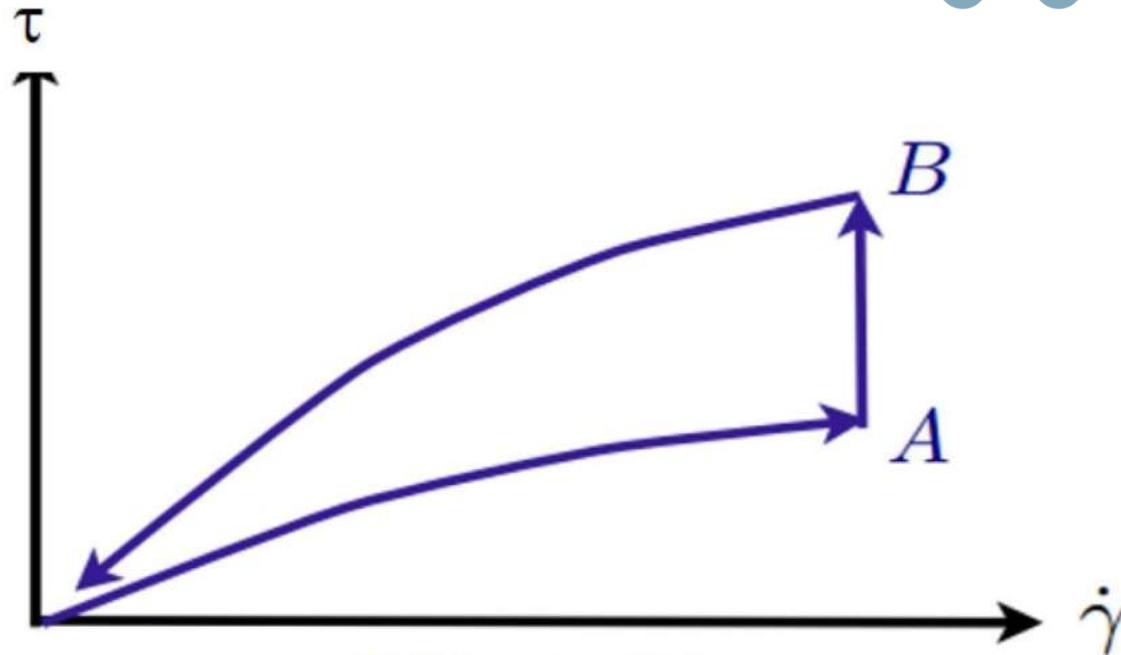
Les forces de cisaillement de dispersion étant supprimées, les colloïdes s'interagissent par des forces d'attraction, forces responsables de la régénération de la structure. A noter que le temps mis pour une régénération totale est beaucoup plus grand que le temps d'équilibre.

Dans la région

les fluides **antithixotropes (plus rares)** sont ceux dont la viscosité augmente **sous** l'effet du cisaillement et diminue à l'arrêt du cisaillement. Ex : la crème fouettée

SAHLA MAHLA

المصدر الأول للطالب الجزائري



antithixotropie
(rhéopexie)

Fluides rhéopexes ou La rhéopexie

est un phénomène extrêmement complexe qui n'a guère été étudié. Dans ce type de fluides, il apparaît qu'un faible cisaillement est susceptible de favoriser la restructuration du produit.

Exemple :

les émulsions d'eau dans de l'huile ou la cristallisation du plâtre à faible cisaillement.

II.2.3. Comportement viscoélastique

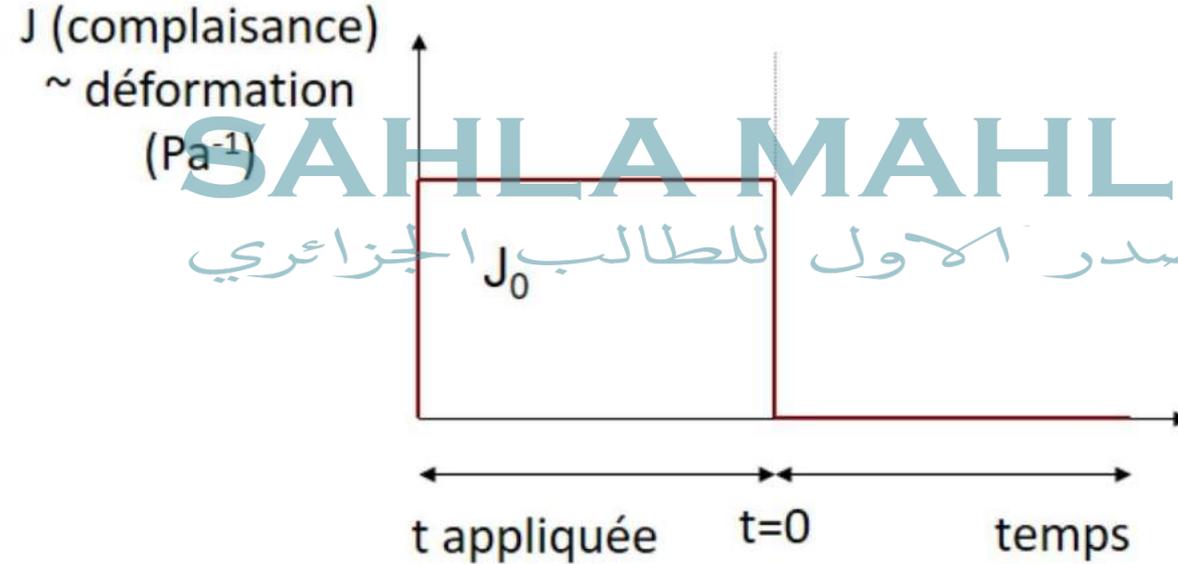
Le nombre de Déborah ou de Weissenberg correspond au rapport entre l'échelle de temps caractéristique du matériau et l'échelle de temps de l'expérience ou de l'application

$$De = We = \frac{t_c}{t_e}$$

- si $De \ll 1$, la contrainte n'a pas le temps de déstructurer l'échantillon (pas de thixotropie)
- si $De \gg 1$, la contrainte déstructure l'échantillon et il est possible (selon l'échantillon) d'observer une thixotropie

Pour des nombres de Déborah proche de l'unité, Le matériau présente un comportement viscoélastique

✓ Comportement purement élastique (solide)



Le matériau se déforme instantanément jusqu'à sa déformation maximale qui est maintenue tant que la contrainte est appliquée.

Lorsque la contrainte cesse, le matériau retrouve son état initial sans déformation résiduelle.

L'énergie reçue par le matériau est conservée puis entièrement restituée.

Le modèle parfait de ce comportement est un ressort.



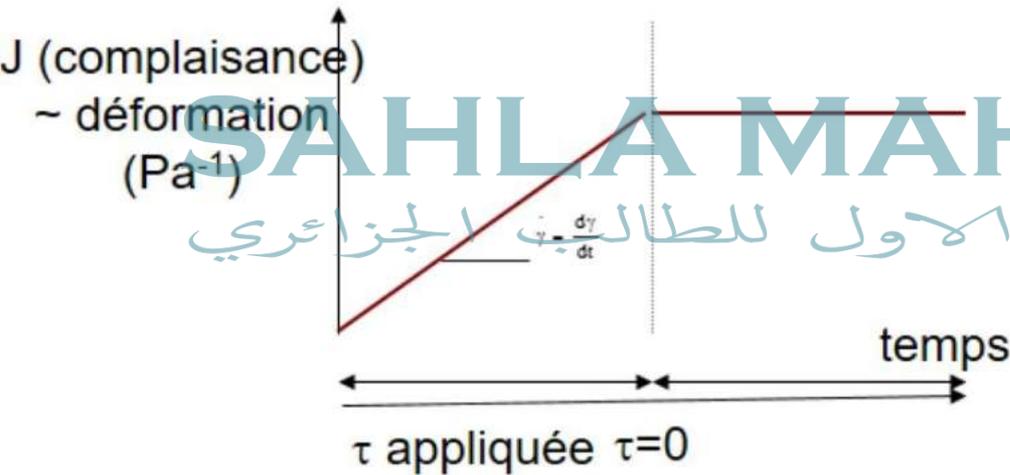
Loi de Hooke

$$\tau = \frac{1}{J_0} \dot{\gamma} = G_0 \dot{\gamma}$$

J_0 : complaisance instantanée

G_0 : élasticité instantanée

✓ Comportement purement visqueux (liquide)



Sous l'action de la contrainte, le matériau se déforme de façon continue et uniforme. la pente de la variation $g=f(t)$ correspond au gradient de cisaillement.

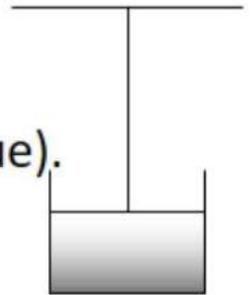
à t fixe on a donc une valeur de la viscosité

$$\eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}$$

Lorsque la contrainte cesse, la déformation est conservée.

Ainsi, toute l'énergie fournie au système a été dissipée en chaleur (effet joule) et cette énergie est perdue (contraire au caractère élastique).

Le modèle parfait de ce comportement est un amortisseur.

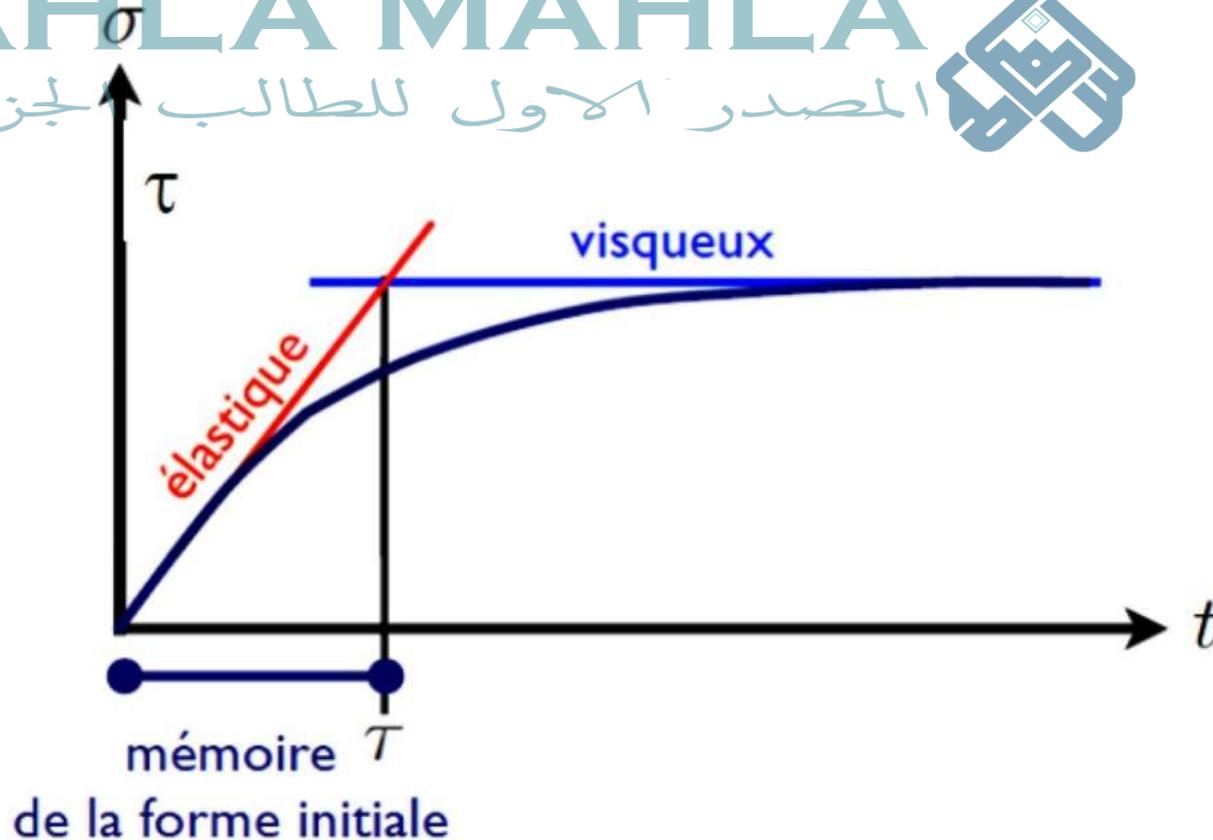


Ce modèle correspond à la loi de Newton $\tau = \eta \dot{\gamma}$

- Maxwell remarque que les fluides sont à la fois visqueux et élastiques.
- Tout est une question d'échelle de temps.

SAHLA MAHLA

المصدر الأول للطالب الجزائري



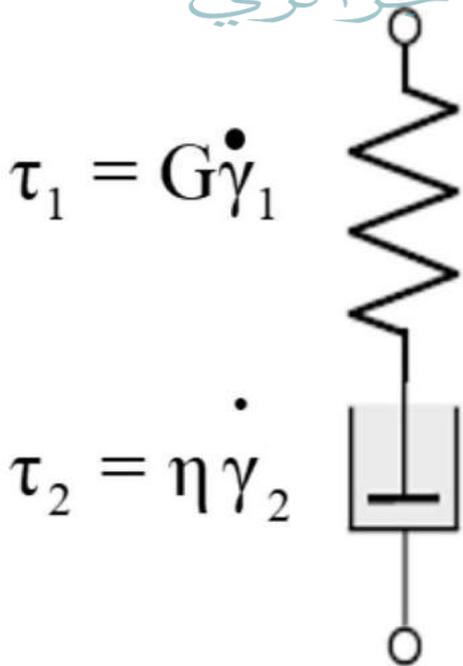
• Modèle phénoménologique de Maxwell :

- composantes élastiques et visqueuses

- composantes en série

SAHLA MAHLA

المصدر الاول للطالب الجزائري



$$\tau_1 = G \dot{\gamma}_1$$

$$\gamma_1 = \frac{\tau_1}{G}$$

$$\dot{\gamma}_2 = \frac{\tau_2}{\eta}$$

$$\dot{\gamma}_1 + \dot{\gamma}_2 = \frac{\tau_1}{\eta} + \frac{\tau_2}{G}$$

$$\tau_2 = \eta \dot{\gamma}_2$$

$$\tau = \tau_1 = \tau_2$$

$$\dot{\gamma} = \frac{\tau}{\eta} + \frac{\tau}{G}$$

$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_1 + \dot{\gamma}_2$$

$$\dot{\gamma} \cdot \eta = \tau + \frac{\tau \cdot \eta}{G}$$

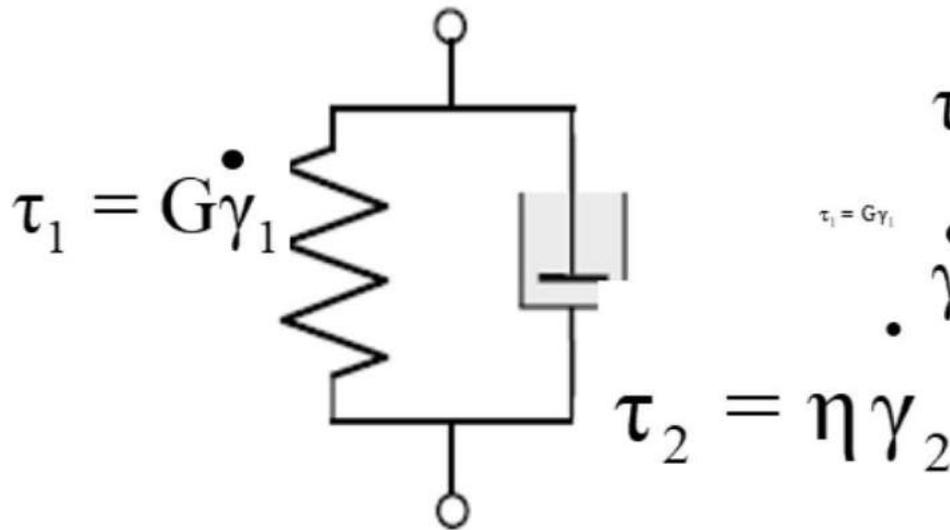
• Modèle phénoménologique de Kelvin-Voigt :

- composantes élastiques et visqueuses

- composantes en parallèle

SAHILA MAHLA

المصدر الاول للطالب الجزائري



$$\tau = \tau_1 + \tau_2$$

$$\tau_1 = G\dot{\gamma}_1$$

$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_1 = \dot{\gamma}_2$$

$$\tau = G\dot{\gamma} + \eta\dot{\gamma}$$

II.3. Différent types de rhéomètres

Rhéomètres rotatifs

1. Rhéomètre à écoulement couette

SAHLA MAHLA



$$\gamma^o = \frac{r_o \Omega_1}{r_o - r_1} \quad \text{المصدر الاول للطالب} \quad \frac{r_1}{r_o} > 0,97$$

r_o : diamètre du cylindre externe

r_1 : diamètre du cylindre interne

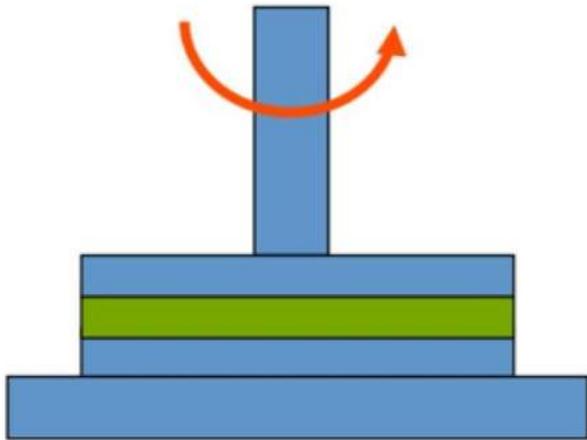
Ω_1 : vitesse angulaire du cylindre interne

$$\sigma = \frac{C}{2\pi r_o^2 L}$$

$$\eta = \frac{C(r_o - r_1)}{2\pi r_o^2 \Omega_1 L}$$

L : longueur du cylindre

2. Rhéomètre à géométrie plaque-plaque

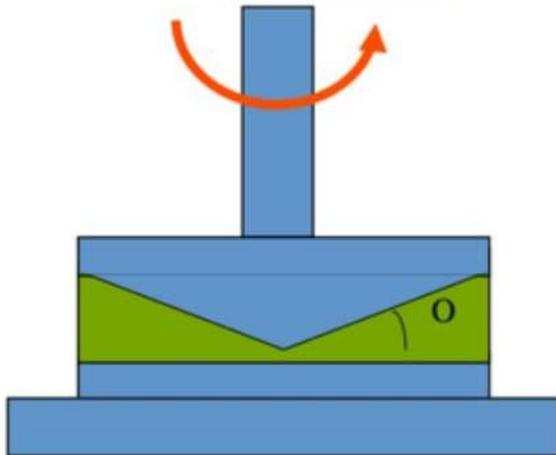


$$\gamma = \frac{r\Omega}{h}$$

$$\eta(\gamma_a) = \frac{3C}{2\pi a^3 \gamma_a} \left(1 + \frac{1}{3} \frac{d \ln C}{d \ln \gamma_a} \right)$$

$$N_1 - N_2 \Big|_{\gamma_a} = \frac{2F}{\pi a^2} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{d \ln F}{d \ln \gamma_a} \right)$$

3. Rhéomètre à géométrie cône plaque



$$\dot{\gamma} = \frac{\Omega}{\theta}$$
$$C = \frac{2\pi a^3}{3} \sigma(\dot{\gamma})$$
$$\frac{dP}{d(\ln r)} = [N_1(\dot{\gamma}) + N_2(\dot{\gamma})]$$
$$F = \frac{\pi a^2}{2} N_1(\dot{\gamma})$$

a: rayon plaque supérieure
P: pression sur la plaque
F: Force normale

Exercice 1

Lors d'une préparation d'un produit, une analyse était importante afin de déterminer le comportement mécanique de ce produit:

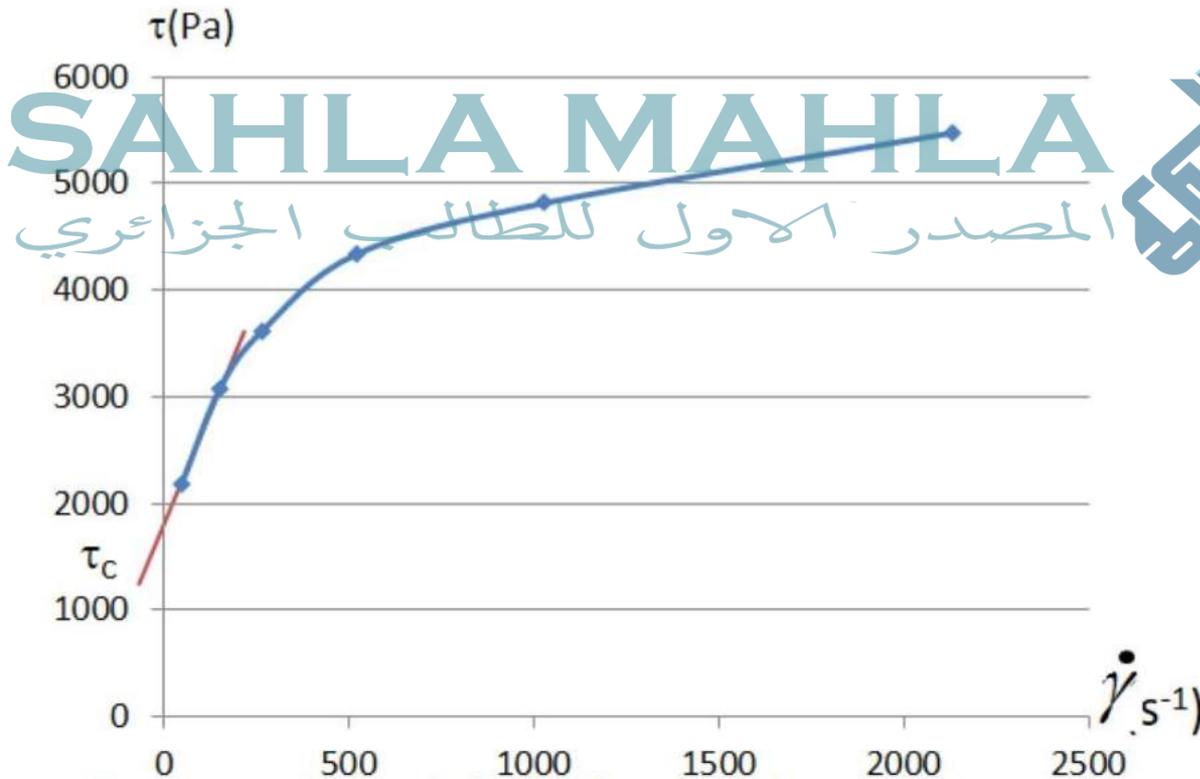
Comment on appelle cette analyse?

On impose un taux de cisaillement ($\dot{\gamma}$) à ce produit et on obtient les réponses suivantes. Comment on appelle cette réponse.

Le tracé de $\tau = f(\dot{\gamma})$, permet d'avoir une courbe correspondant à une équation de puissance. Quelle est le type du comportement rhéologique?

Dans ce cas peut-on prévoir la courbe de la $\eta = f(\dot{\gamma})$

| $\dot{\gamma}(\text{s}^{-1})$ | $\tau(\text{Pa})$ |
|-------------------------------|-------------------|
| 2130 | 5480 |
| 1030 | 4820 |
| 522 | 4340 |
| 268 | 3620 |
| 154 | 3080 |
| 50,4 | 2180 |



$\tau_c = 1500-1600 \text{ Pa}$

Le comportement du fluide est du type casson

$$\tau^{1/2} = \tau_c^{1/2} + \mu_p^{1/2} \dot{\gamma}^{1/2}$$

$$\mu_p^{1/2} = (\tau^{1/2} - \tau_c^{1/2}) / \dot{\gamma}^{1/2}$$

$$\mu_p = ((\tau^{1/2} - \tau_c^{1/2}) / \dot{\gamma}^{1/2})^2$$

Exercice 2

On a réalisé une étude rhéologique d'une boisson lacté grâce à un rhéomètre cône /plaque à vitesse de cisaillement imposée, les résultats sont donnés sur le tableau

SAHILA MAHLA

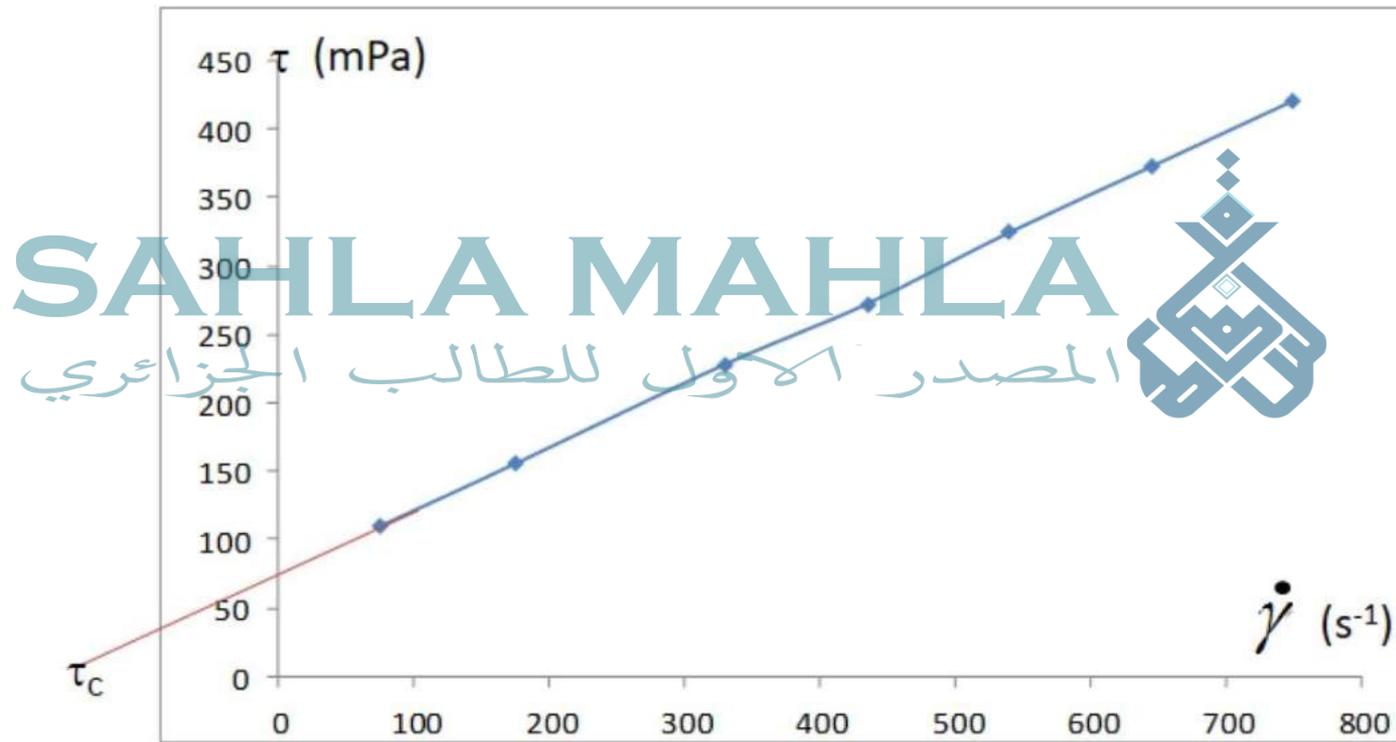
المصدر الأول للطالب الجزائري

| | | | | | | | |
|-------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $\dot{\gamma}(\text{s}^{-1})$ | 75 | 176 | 330 | 435 | 540 | 645 | 750 |
| $\tau(\text{mPa})$ | 110 | 156 | 228 | 272 | 324 | 372 | 420 |

- donne la valeur de la contrainte seuil
- peut-on dans ce cas calculer la viscosité
- déterminer les valeurs des viscosités (compléter le tableau).

Qu'est ce qu'on constate

- Quel est le type du comportement rhéologique ?



La viscosité est constante, exprimer par une droite qui ne passe pas par l'origine avec un $\tau_c = 60-80\text{mPa}$.

le comportement du fluide est un fluide a contrainte seuil type Bingham.

$$\tau = \tau_c + \mu_p \dot{\gamma}$$

$$\tau - \tau_c = \mu_p \dot{\gamma}$$

$$\mu_p = (\tau - \tau_c) / \dot{\gamma}$$

Exercice 3

On fait l'étude d'une encre d'impression à l'aide d'un rhéomètre couette, les résultats obtenus sont regroupés sur le tableau

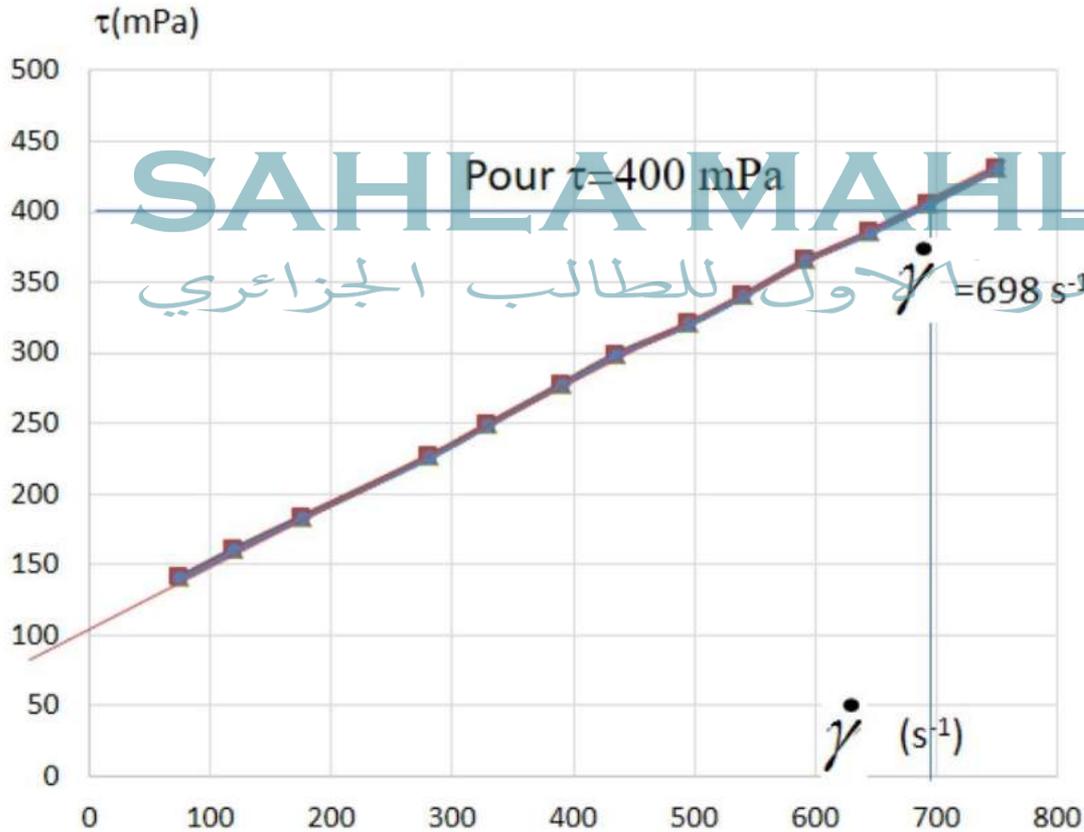
| | | | | | | | | | | | | | |
|-------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-------|-----|
| $\dot{\gamma}(\text{s}^{-1})$ | 75 | 120 | 176 | 281 | 330 | 390 | 435 | 495 | 540 | 592 | 645 | 693,7 | 750 |
| $\tau(\text{mPa})$ | 140 | 160 | 183 | 226 | 249 | 277 | 298 | 320 | 340 | 365 | 385 | 405 | 430 |

1. Tracer le rhéogramme $\tau = f(\dot{\gamma})$

2. on suppose que lors de l'impression, le rouleau encreur exerce sur la surface de l'encre une contrainte de cisaillement de l'ordre de 0,4 Pa, évaluer graphiquement la viscosité de l'encre sous cette contrainte,

3. On considère que l'encre déposée sur une épaisseur de $1\mu\text{m}$ du papier subit une contrainte de cisaillement en surface vertical de l'ordre de 0,01 Pa, évaluer graphiquement la viscosité de l'encre sous cette contrainte, Conclusion.

4. Montrer que l'encre est un fluide de Bingham: équation du type $\tau = \tau_c + \mu_p \dot{\gamma}$
Déterminer le seuil d'écoulement τ_c en Pa et la viscosité μ_p en Pa.s



$$\tau = \tau_c + \mu_p \dot{\gamma}$$

$$\tau - \tau_c = \mu_p \dot{\gamma}$$

$$\mu_p = (\tau - \tau_c) / \dot{\gamma}$$

Pour $\tau = 400$ mPa

$$\mu_p = 0,41 \text{ mPa} \cdot \text{s}^{-1}$$

Puisque le comportement est du type Bingham
La viscosité est constante quelque soit la valeur de la contrainte de cisaillement

La valeur de la contrainte seuil est de l'ordre de 110 mPa.

La courbe est une droite du type $y = ax + b$

Ou a est la tangente qui exprime la viscosité

Le comportement est un **fluide plastique à contrainte seuil, fluide de bingham**